

VII ВСЕСОЮЗНАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО
ПОЛЯРИЗАЦИОННО-
ОПТИЧЕСКОМУ
МЕТОДУ
ИССЛЕДОВАНИЯ
НАПРЯЖЕНИЙ



THE
SEVENTH
ALL-UNION
CONFERENCE
ON
PHOTO-
ELASTICITY

ТАЛЛИН
1971
TALLINN

III

ТРУДЫ
PROCEEDINGS

АКАДЕМИЯ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР

ТРУДЫ УЛ ВСЕСОЮЗНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОМУ МЕТОДУ
ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Таллин, 23-26 ноября 1971 г.

PROCEEDINGS OF THE SEVENTH
ALL-UNION CONFERENCE ON PHOTOELASTICITY

III

Таллин 1971



Печатается по постановлению
Редакционно-издательского Совета
Академии Наук Эстонской ССР

РИСО №860

Доклады, как правило, приведены в редакции авторов без внесения существенных изменений и поправок со стороны оргкомитета.

О Г Л А В Л Е Н И Е

У. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Стр.

Н.А. Стрельчук, В.Н. Савостьянов, Г.С. Варданян, Д.И. Омельченко. Модели- рование температурных перемещений элементов конструкций и сооружений	12
Н.И. Пригородский, В.М. Бронов, С.Е. Бугаенко. Механическое моделирование темпе- ратурных напряжений в конструкциях	20
В.И. Савченко, С.Г. Шокотько. "Замораживание" термоупругих деформаций с применением облучения	30
В.И. Шахурдин. Исследование термоупругих напряже- ний комбинированным теневым и поляризационно-оптическим прибором	34
Б.С. Касаткин, Л.М. Лобанов. Поляризационно- оптическое исследование напряжений, создаваемых сварочным нагревом	39
С.Е. Бугаенко, Б.Н. Евстратов. Условия ме- ханического моделирования в стыках при определении темпе- ратурных напряжений на замораживаемых моделях	44
О.Е. Михальченко, В.Н. Савостьянов, Е.М. Швей. Экспериментальное определение напряжений в коротком толстостенном цилиндре при действии осесим- метричного температурного поля	49
З.Э. Абдулалиев, Н.И. Пригородский. Определение термоупругих напряжений в зоне соединения материалов с различными коэффициентами температурного расширения	54

С.М. Р е х с о н, И.Н. Д у л ъ к и н а, О.В. М а з у- р и н. Определение температурно-временной зависимости напряжений в спае стекла с металлом	60
Ю.Ф. Л и т к е в и ч. Определение напряжений в твердо- сплавном горном инструменте	64
Е.И. В е р х о в с к и й, Г.И. Е п и ф а н о в. Внут- ренние напряжения в тонких пленках на поверхности полу- проводниковых пластин	71
С.Д. И в а н о в, Г.В. К а ш п а р о в, Г.Н. Ч е р ны- ш е в. Определение температурных напряжений на прозрач- ных моделях с помощью аналоговых методов	73

У1. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Г.Л. Х е с и н, И.Х. К о с т и н, А.В. Д м о х о в- с к и й, И.Г. Ф и л и п п о в, С.З. Б р у к, В.Н. Ш п я- к и н. Оценка влияния вязко-упругих свойств материала моделей при исследовании динамических задач	76
M. T s c h i n k e. A photoelastic study on short beams subjected to transverse impact	84
Н.А. С т р е л ь ч у к, Г.Л. Х е с и н, И.Х. К о с т и н, Е.В. Ю р е н е в а, В.Б. З а т е е в, Н.А. Ф р е й ш и с т. Решение некоторых задач волновой динамики методом фото- упругости	101
А.Я. А л е к с а н д р о в, Л.Г. Ш а н д а р о в. О вол- новых процессах в фотоупругих покрытиях, применяемых для исследования задач динамики	III
Г.Л. Х е с и н, И.Г. Ф и л и п п о в, В.Н. С а х а р о в, Н.В. М а р о в. Некоторые вопросы применения оптически- чувствительных покрытий в динамических условиях	122

Л.К. М а л ы ш е в, Я.Н. Ц у к е р м а н. Применение метода оптически чувствительных покрытий для решения динамических задач	I28
М.А. Н а р б у т. О применении закона Вертгейма в динамике	I36
Г.Л. Х е с и н, Г.Ф. Д а г а е в. Поляризационно-оптическое исследование плоских стационарных потоков . .	I40
С.С. К о з л о в с к и й. К исследованию поведения полимерных оптически чувствительных материалов в условиях импульсных нагрузок	I45
Е.Н. О т п у щ е н и к о в, И.Х. К о с т и н. Экспериментальное исследование дифракции плоской волны на системе двух круговых полостей	I49
С.А. Панкратов, И.С. Бабенков, Е.И. Поджаров, А.С. Кошеленко. Изучение напряженного состояния зубчатых колес при перезацеплении	I55
С.А. Панкратов, И.С. Бабенков, А.М. А в е р и н, В.М. Матвеев, В.В. Еремин, В.А. Романова. Исследование некоторых динамических процессов поляризационно-оптическим методом	I57
В.Д. М о р о з о в, Т.В. С о н. Исследования напряженного состояния откосов применительно к выявлению условий действия взрыва зарядов	I65✓
А.Г. М е л и к - Е л ч я н. Исследование распространения цилиндрических волн напряжений в слоистых средах .	I67
И.С. Гузь, Г.С. Демина, Ю.М. Коробов. Взаимодействие упругих волн с границей в бикристалле .	I71
И.С. Гузь, Г.А. Чернов, В.В. Зимин. Изучение методом динамической фотоупругости воздействия импульсных водяных струй на преграду	I73

УП. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ДЕТАЛЯХ И УЗЛАХ МАШИН

И.М. Макеев, А.И. Сурков, Б.А. Морозов. Моделирование напряженного состояния пространственных конструкций	178
M. Nisida, I. Sawa, H. Takeishi. Photo- elastic investigation of the stresses in intersecting cylinders under internal pressure	187
Л.И. Зайончик, Ю.М. Матвеев, В.В. Остря- ков, Ю.Д. Тряпицын, В.И. Хохряков. Иссле- дование контактных напряжений при производстве труб с применением составных моделей	197
Р.Д. Вагапов. Распределение упругих напряжений вдоль контуров круговых вырезов	205
Н.И. Пригородный, И.А. Разумовский. Измерение наибольших напряжений в пластинах с отверсти- ями, имеющими острые кромки	212
Ю.С. Сафаров, И.Я. Гришин. Концентрация напря- жений в звеньях гусеничных цепей	216
В.Д. Будак, Н.Г. Грипич, В.П. Сыпко. Экспе- риментальное исследование напряженного состояния пластин- полос, ослабленных эллиптическими отверстиями, расположены- мыми по вершинам треугольника и квадрата	219
И.П. Васильченко, В.И. Савченко. Изуче- ние напряженного состояния сварного ротора турбины	221
И.И. Бургсдорф. Определение напряжений в шатуне двигателя внутреннего сгорания	224
В.И. Семенов, Г.Н. Карсеева. Исследование напряжений в стволах спортивно-охотничьего оружия	226

Б.М. Барышпольский, А.И. Зирка, В.И. Савченко. Концентрация напряжений около круговых ступенчатых отверстий в толстых цилиндриче- ских оболочках	227
В.И. Тульчий, А.Г. Руденко, В.А. Ярошен- ко, В.П. Корниенко, В.С. Сущенко. Иссле- дование объемного напряженного состояния кольца, под- крепляющего контур отверстия	230
И.Д. Воронов, С.С. Олешев, Ю.П. Симонов. Исследование методом фотоупругости круговых пластин, уси- ленных радиальными ребрами	233
М.Ю. Шифрин, А.И. Лисицын, М.С. Валетов, Т.П. Кулеба, В.А. Лихошвай. Исследование нап- ряженного состояния цельнокатанных железнодорожных колес .	236
В.М. Петров, Р.И. Сущенко. Моделирование сты- ков осесимметричных оболочек	238
В.Ф. Щербанин. Исследование методом "замораживания" напряженного состояния тонкостенных цилиндрических оболо- чек в районе их сопряжения	242
О.Д. Камина, Г.В. Кондрашкин, Н.С. Сука- чев. Исследование напряжений в цилиндре с буртом . . .	246
О.И. Пальчиков. Оценка напряжений в пластинах с местными погибями	248
И.Б. Волькович, Р.М. Герман, Г.М. Мелле- рович, М.И. Покрасса, В.П. Сухинин. Ис- следование напряженного состояния деталей турбин . . .	255
В.П. Дорохов, А.И. Дементьев. Исследование напряженного состояния сосуда высокого давления в местах сопряжения полусферического днища с цилиндрической стен- кой и днища с патрубком	256

Б.Ф. Гусаков. Исследование напряжений в роторах центробежных машин	258
В.С. Сумцов, М.Л. Туровский, В.Н. Шаповалов, А.М. Шифрин. Исследование напряжений вблизи кромки стяжной втулки	261
М.Х. Утешев, В.А. Сенюков, В.В. Герасимов. К вопросу исследования напряженного состояния режущей части инструмента с применением оптического квантового генератора	264
В.П. Указов, А.В. Павленко. Исследование напряжений в зоне контакта зубьев пространственных зацеплений на объемных составных моделях	269
В.М. Недедов, В.М. Петров, Р.И. Сущенко. Моделирование зазоров в многослойных толстостенных цилиндрах	272
Б.М. Барышпольский, М.Ш. Варвак. Исследование контактных напряжений в телах вращения	275
И.П. Сухарев. Исследования по оптимизации проушин, выполненные поляризационно-оптическим методом	278
Ю.Ю. Рубиш, В.И. Савченко. Применение поляризационно-оптического метода к исследованию напряженного состояния прессовых посадок	283
И.Е. Семенов-Ежов, Н.А. Степанов, И.П. Сухарев. Исследование посадочных напряжений	285
С.П. Кравчук, Б.С. Шепеленко, М.М. Голубович. Исследование напряженно-деформированного состояния крышек разъемных подшипников при затяжке	288

В.Г. А н д р е е в, Ю.М. М а т в е е в. Исследование на объемных составных моделях напряженного состояния в инструменте при безоправочном волочении труб 290

У. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Н.А.Стрельчук, В.Н.Савостьянов, Г.С.Варданян,
Д.И.Омельченко (Москва)

Ограниченнaя информaция о распределении напряжений, получаe-
мая на моделях поляризационно-оптическим методом, делает затруд-
нительным непосредственный переход к перемещениям. В статье рас-
сматриваются вопросы, связанные с переходом от перемещений, опре-
деляемых по данным модельных исследований, к перемещениям нату-
ральной конструкции (I), дается описание наиболее эффективных методов
исследований (II). В качестве примера приводятся результаты иссле-
дований влияния колебаний температуры наружной среды на перемеще-
ния и характер раскрытия конструктивных швов в массивно-гравита-
ционной плотине Братской ГЭС (III).

I. Зависимость между перемещениями модели и натуры устанавливается из рассмотрения общего решения системы уравнений равновесия квазистатической термоупругости в перемещениях:

$$\nabla^2 U_i + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial i} - \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu} \cdot \alpha \frac{\partial T}{\partial i} = 0. \quad (i=x, y, z) \quad (I)$$

Как следует из /I/, перемещения U_i складываются из двух реше-
ний:

$$U_i = \bar{U}_i + \tilde{U}_i. \quad (2)$$

Здесь \bar{U}_i - частное решение системы (I), получаемое с помощью термо-
упругого потенциала перемещений Φ , удовлетворяющего уравнению
Пуассона:

$$\nabla^2 \Phi = Q \cdot \alpha T; \quad \bar{U}_i = \frac{\partial \Phi}{\partial i}. \quad (3,4)$$

$Q = \frac{1+\mu}{3-\mu} \cdot \alpha T$ - трехмерное термоапряженное состоянe-
иe и плоская деформация;

$Q = (1+\mu) \cdot \alpha T$ - плоское напряженное состоянe-;

\tilde{U}_i - общее решение уравнения (I) для случая $T=0$, при действии
поверхностных нагрузок, получаемых из \bar{U}_i и взятых с об-
ратным знаком.

Масштабы потенциала перемещений C_ϕ и перемещений C_i получаются из отношений уравнений (3) и (4), записанных для натуры и модели

$$C_\phi/C_e^2 = C_\Omega \cdot C_\alpha \cdot C_T, \quad (5)$$

$$C_\phi = C_\Omega \cdot C_\alpha \cdot C_T \cdot C_e^2, \quad (6)$$

$$C_i = C_\phi/C_e = C_\Omega \cdot C_\alpha \cdot C_T \cdot C_e. \quad (7)$$

Здесь $C_\Omega = \frac{(1+M_{нат})(1-M_{наг})}{(1+M_{наг})(1-M_{нат})}$ — общий случай термоапрессированного состояния и плоская деформация;

$C_\Omega = \frac{(1+M_{нат})}{(1+M_{наг})}$ — плоское напряженное состояние;

$C_\Omega = \frac{(1+M_{нат})}{(1+M_{наг})(1-M_{нат})}$ — модель в плоском напряженном состоянии, натурное сечение в условиях плоской деформации.

Формула (7) в зависимости от вида решения \tilde{U}_i осуществляет точный либо приближенный переход от перемещений в модели к перемещениям в натуре. Погрешность, возникающая вследствие неравенства $M_{нат} \neq M_{наг}$, в общем случае не может быть определена. Учитывая, что \tilde{U}_i является общим решением уравнения (I) при действии поверхностных сил, можно предположить, что эта погрешность не превосходит той, которая возникает при действии статических нагрузок. Оценка этой погрешности производится в каждом конкретном случае одним из способов, изложенных в работах /2,3,4/.

Для того чтобы выяснить, в каком случае формула (7) точна, а в каком приближена, следует обратиться к общему интегралу перемещений, представленному В.М.Майзелем /5/

$$U_R(p, t) = \alpha \iiint T(q, t) \Theta_R(i, k) dv. \quad (8)$$

Здесь $U_R(p, t)$ — перемещения в направлении единичной силы R , приложенной к точке $p(x', y', z')$ в момент времени t ; $T(q, t)$ — распределение температуры в объеме в зависимости от координат $q(x, y, z)$ и времени t ; $\Theta_R = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$ — распределение суммы главных напряжений в объеме при действии единичной силы в точке p .

Из отношения уравнений (8), записанных для модели и натуре, получается формула перехода

$$C_{U_R} = C_\alpha \cdot C_T \cdot C_\phi \cdot C_e^3 \quad (9)$$

В тех случаях, когда $C_e = \text{const}$, можно считать, что по формуле (7) осуществляется точный переход от модели к натуре, учитывающий

зависимость величины перемещений от коэффициента Пуассона.

П. В Лаборатории исследования напряжений МИСИ им. В. В. Куйбышева моделирование термоупругих перемещений производится двумя методами. Первый - непосредственный замер перемещений в моделях из оптически-чувствительного материала при определении температурных напряжений методом "размораживания свободных температурных деформаций" /4, 6/. Второй - определение перемещений с помощью метода В. М. Майзеля /5/.

Метод "размораживания" свободных температурных деформаций /2, 4, 6/ позволяет решать плоскую и объемную задачу при существенных ограничениях вида температурного поля и условий закрепления /6/. Способ "единичных тепловых полей" дает возможность решения задачи в квазистатической постановке. Перемещения отдельных точек модели получаются путем непосредственного измерения намечаемых заранее расстояний до и после отжига моделей. Например, при определении горизонтальных U и вертикальных V перемещений точки А модели платинны (см. рис. I) при действии температуры T на участке h_i производится измерение сторон треугольника ABC. Расстояние между вершинами треугольника выбираются в соответствии с возможностями измерительного прибора. Сторона BC намечается в части модели наиболее удаленной от участка с измененной температурой, что дает возможность считать положение точек С и В, а также длину отрезка CB = a , постоянными.

В проведенных работах измерения производились с помощью горизонтального компаратора ИЗА-2. Расстояние между точками принималось равным $L = 180 \pm 200$ мм. Минимальная разница между отсчетами до и после "размораживания" 0,059 мм. Номинальная абсолютная погрешность прибора для принятых значений составляет 0,0011 мм. Относительная погрешность измерений: $\delta = \frac{0,0011}{0,059} \cdot 100\% \approx 2\%$.

Метод В. М. Майзеля основан на обобщении теоремы взаимности работ на случай термоупругого деформированного состояния /5/. В общем случае трехмерной конструкции, свободной или жестко закрепленной и загруженной температурным полем $T(\rho, t)$, перемещения $U_k(\rho, t)$ точки с координатами x', y', z' в момент t определяются по формуле (8). Решение задачи при известных параметрах

температурного поля сводится к определению Θ для всей области ограниченной контуром тела при действии единичной нагрузки и последующему интегрированию по объему. При решении плоской задачи эффективен способ получения изопахик оптическим путем с помощью интерферометра. Способ основывается на пропорциональности изменения толщины плоской модели под нагрузкой сумме главных напряжений Θ .

Изменение толщин замеряется с большой точностью, причем результат получается в виде картин полос

по всему полю модели одновременно. В качестве материала модели используется стандартное органическое стекло.

Созданный и эксплуатирующийся в лаборатории исследования напряжений МИСИ им. В.В.Куйбышева слоистый трехпластинчатый интерферометр /7/ позволяет получать сетку полос с любым желаемым направлением. Для получения полос производится фотографирование модели до и после загружения на одну фотопластинку. В результате наложения двух растров — исходной и деформированной сетки — образуются муаровые полосы, позволяющие определить изменение толщины модели и, следовательно, величины ($\Theta = \sigma_1 + \sigma_2$) в любой точке. На рис. 2 и 5 приведены фотографии картин полос изопахик для задач, рассматриваемых ниже.

О точности и эффективности метода можно судить по результатам экспериментального определения изменения диаметра круглого диска, при равномерном изменении температуры (I) и при наличии теплоотдачи на боковых поверхностях при постоянной температуре контура (II). Зависимость (8) преобразуется соответственно к виду

$$\Delta D^I = \alpha \cdot \Delta T \iint \Theta(r, \theta) dF, \quad (I)$$

$$\Delta D^{II} = \alpha \cdot T \iint \frac{T(r)}{T} \Theta(r, \theta) dF, \quad (II)$$

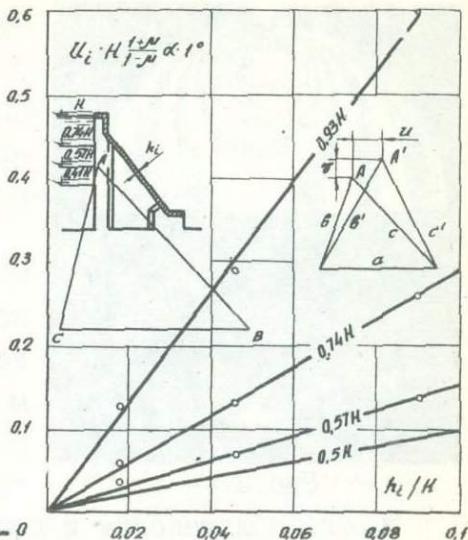


Рис. I.

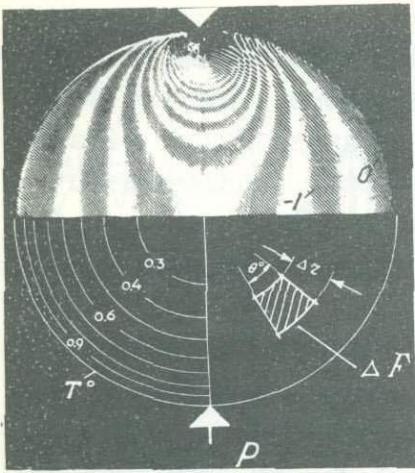


Рис.2.

где:

$$\Theta(z, \theta) = \tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2 = -\frac{\tilde{\sigma}_o^{(1,0)}}{\rho} \cdot K_i$$

$$T(z_i) = T \frac{I_0(mz)}{I_0(mb)}; \quad m = \sqrt{\frac{2c}{\lambda z}}$$

Здесь: $\tilde{\sigma}_o^{(1,0)}$ — оптическая постоянная материала модели, определяемая тарировкой; K_i — порядок муаровой полосы, осредненной на участке ΔF_i ; $I_0(mz), I_0(mb)$ — модифицированные функции Бесселя; c, λ — соответственно коэффициент теплоотдачи и теплопроводности.

После подстановки и перехода к конечным величинам ΔF_i :

$$\Delta D^I = \alpha \cdot \Delta T \frac{\tilde{\sigma}_o^{(1,0)}}{\rho} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} K_i \cdot \Delta F_i, \quad (12)$$

$$\Delta D^{\bar{I}} = \alpha T \frac{\tilde{\sigma}_o^{(1,0)}}{\rho} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} \frac{T(z_i)}{T} K_i \cdot \Delta F_i. \quad (13)$$

На рис.2 приведена картина изопахик ($\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2$) в диске, сжатом по диаметру ($D = 5$ см, $\tilde{\sigma}_o^{(1,0)} = 3,3$ кг/см·см/пол., $\rho = 30$ кг) и распределение температуры волях T при теплоотдаче ($C = 0,002$ ккал/см²·час·град, $\lambda = 0,003$ ккал/см·час·град).

При численном определении сумм (5) и (6) площадь круга разбивается на участки ΔF , форма которых показана на рис.2. При подсчетах принято, что $\Delta z = 0,1D$; $\theta = \frac{\pi}{16}$. Дальнейшее уменьшение участков ΔF не приводит к существенному уменьшению погрешности. В таблице приводится сопоставление результатов эксперимента с результатами расчетного определения ΔD по элементарной зависимости и зависимости, приводимой в /5/.

Таблица

Условия задачи	ΔD		Погрешность % ≈
	Эксперимент	Расчет	
Равномерное изменение температуры диска на ΔT . Пост. температура контура T° и потеря тепла на поверхности.	4,86 $\alpha \cdot \Delta T$ 2,90 αT	5,0 $\alpha \cdot \Delta T$ 2,82 αT	2,8 2,8

III. Как следует из /8/, напряженно-деформированное состояние массивно-гравитационной плотины типа плотины Братской ГЭС при действии сезонных колебаний температуры наружного воздуха обусловлено одномерным изменением температуры массива в сечении, нормальном низовой грани.

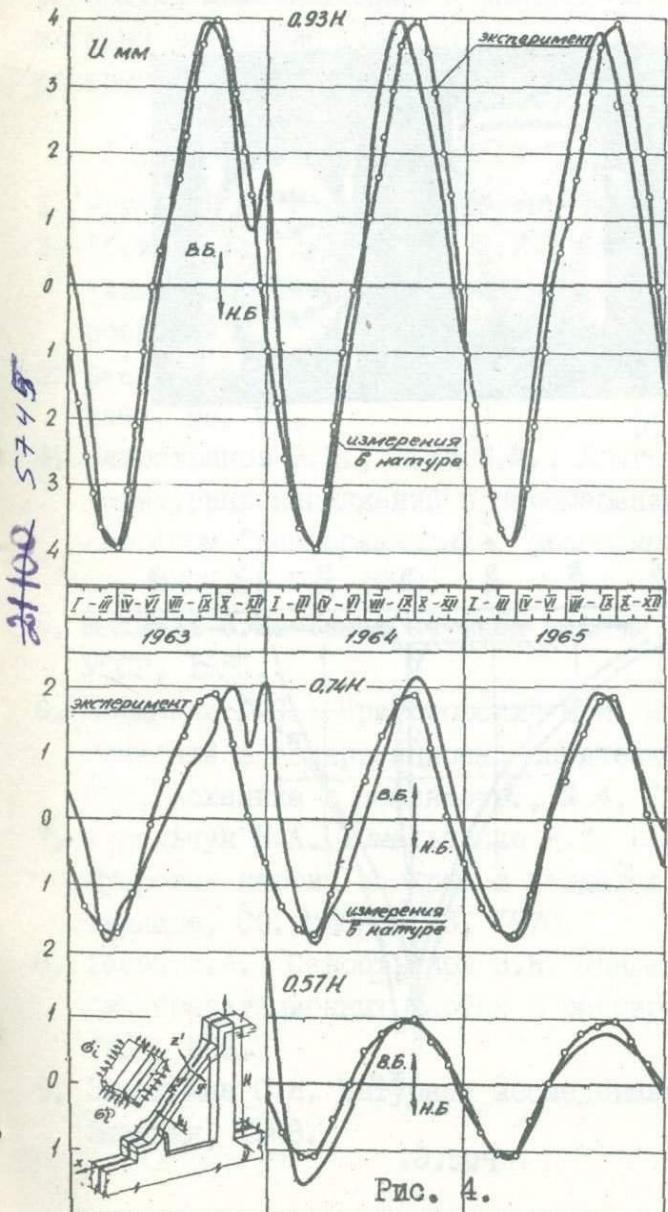


Рис. 4.

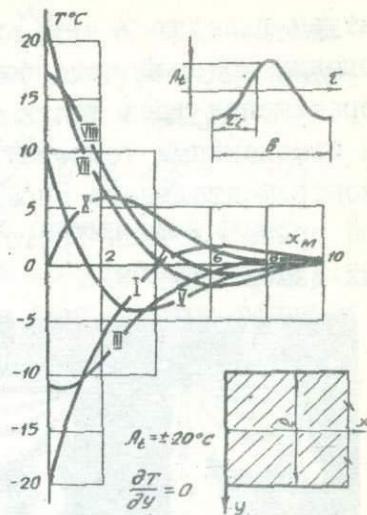


Рис.3.

На рис.3 представлены эпюры распределения температуры, полученные при заданных величинах коэффициентов теплопроводности ($\lambda = 1,2$ ккал/м.ч. град), температуропроводности ($\alpha = 2,2 \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{час}$) и объемном весе бетона $\gamma = 2400 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Модель (рис.4) склеивается из заготовок, в части которых предварительно "заморожены" деформации ε_m , пропорциональные свободным температурным деформациям.

Испытана серия из 3-х моделей с величиной соотношения $\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_0} = 0,018, 0,045$ и $0,09$. Перемещения замерены в точках, близких к напорной грани на отметках 0,93Н, 0,74Н и 0,57Н.

По результатам измерений составлена номограмма зависимости $\frac{U_y}{U_0}$ от соотношения $\frac{h_i}{h}$ (рис. I), на основании которой способом единичных тепловых полей /8/ подсчитаны перемещения трех точек напорной грани плотины, вызванные сезонными изменениями температуры наружного воздуха. На рис. 4 результаты экспериментального определения горизонтальных перемещений напорной грани плотины Братской ГЭС сопоставлены с результатами натурных измерений /9/.

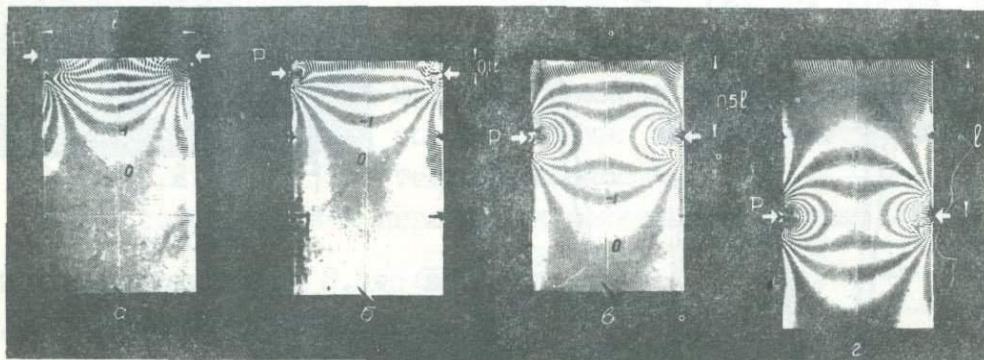


Рис. 5.

Представляет интерес форма и величина раскрытия межсекционных и межстолбчатых строительных швов под действием сезонных колебаний температуры наружного воздуха. Модель сечения, расположенного нормально низовой грани — полуполоса, на торце которой действуют периодические колебания температуры, распространяющиеся в направлении x в соответствии с рис. 3. Контуры полу-

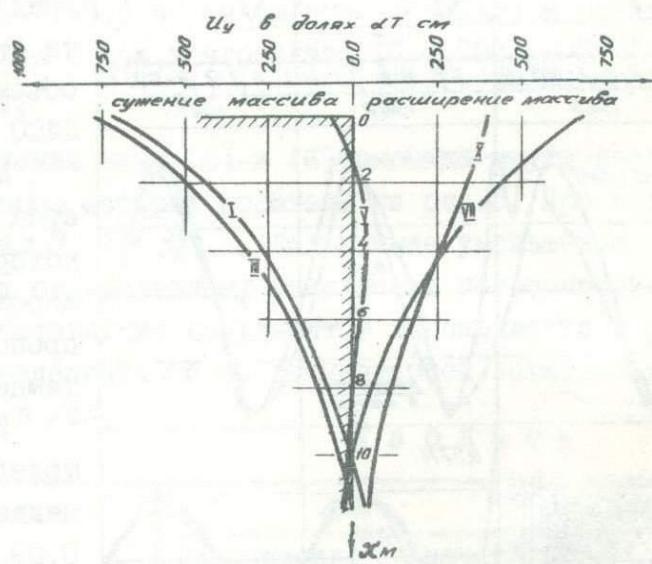


Рис. 6.

сы $y = \frac{h}{2}$ теплоизолированы. Перемещения определяются методом В.М.Майзеля. На рис. 5 приведены картины изопахик $\sigma_1 + \sigma_2$ в модели при действии единичных сил Р в четырех точках контура. Перемещения в натуре определяются по (7), преобразованной к виду:

$$U_y(\text{нат}) = \frac{1 + \mu_{\text{нат}}}{(1 + \mu_{\text{нат}})(1 - \mu_{\text{нат}})} \cdot \frac{\rho_{\text{нат}}}{\rho_{\text{мод}}} \cdot \alpha \cdot T \cdot \frac{G_0^{(1,0)}}{2P} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{T_i}{T} \cdot K_i \cdot \Delta F_i \quad (17)$$

Полученные перемещения (рис.6) позволяют определить форму раскрытия межсекционных и межстолбчатых швов по низовой грани плотины в течение года. Очевидно, что зимние температуры ведут к раскрытию швов, летние – к обжатию грани.

Л и т е р а т у р а

1. Новацкий В. Вопросы термоупругости, Москва, АН СССР, 1962.
2. Хесин Г.Л., Долгополов В.В., Савостьянов В.Н. Исследование термонапряженного состояния бетонных блоков гидroteхнических сооружений, "Гидротехн. стр.", 1968, № 12.
3. Beanjoint N. Similitude et theorie des modeles. Bull. Rilem, 1960, № 7
4. Савостьянов В.Н., Швей Е.М., Долгополов В.В. Исследование температурных напряжений и перемещений в массивных сооружениях способом "размораживания" свободных температурных деформаций. Сб. МИСИ, № 73, 1970.
5. Майзель В.М. Температурная задача теории упругости, Киев, АН УССР, 1951.
6. Варданян Г.С., Пригородский Н.И. Моделирование термоупругих напряжений в поляризационно-оптическом методе. Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностр., № 4, 1962.
7. Стрельчук Н.А., Омельченко Д.И. Выработка методики получения муаровых картин изохром и изопахик на двулучепреломляющем материале, Сб. МИСИ № 73, 1970.
8. Хесин Г.Л., Савостьянов В.Н. Моделирование термоупругой задачи для гравитационных плотин с расширенными швами. "Гидротехн. стр.", 1967, № 6.
9. Эйдельман С.Я. Натурные исследования плотины Братской ГЭС, Энергия, 1968.

МЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КОНСТРУКЦИЯХ

Н.И. Пригородский, В.М. Бронов, С.Е. Бугаенко (Москва)

"Замораживание" деформаций (напряжений) в элементах модели с их последующей склейкой и "размораживание" модели открыли возможность создавать и "замораживать" как деформации (напряжения), соответствующие заданному температурному полю без его осуществления, так и требуемые объемные и поверхностные силы в моделях. Этот метод механического моделирования термоупругих напряжений при известном стационарном или переменном (рассматриваемом как "квазистационарное") температурном поле разрабатывался и был применен в ряде работ, в том числе в работах /I-8/.

При решении термоупругих задач, являющихся статически неопределыми, элементы модели получаются, если ее представить разделенной по сечениям-стыкам на отдельные "свободные" элементы (или жестко закрепленной по этим сечениям). Такое разделение модели на элементы, расчитывающие более просто, чем целая модель, позволяет провести подсчет деформаций (или напряжений), которые необходимо создать и "заморозить" в выделенных элементах с тем, чтобы после их склейки по стыкам воспроизвело в объеме модели при "размораживании" действие температурного поля. Таким образом, при "размораживании", что само по себе эквивалентно приложению всех сил, имевшихся при "замораживании" элементов модели (взятых с обратным знаком), в объеме модели будут создаваться те же по величине и знаку деформации (напряжения), которые получались бы при действительном осуществлении в модели температурного поля (при отсутствии в элементах модели собственных начальных температурных напряжений).

Более полно схему механического моделирования температурных напряжений в объемной модели конструкции при заданном температурном поле $T(x, y, z)$, осуществляяего без применения неравномерного нагрева или охлаждения модели, можно представить следующим образом. Модель при ее разделении на "свободные" элементы в общем

случае составляют из π элементов $1, 2, \dots, i, \dots, \pi$ и каждый элемент модели при этом отделяется разным или равным числом сечений-стыков $1, 2, \dots, j, \dots, k$. Для всех точек каждого выделенного элемента i , рассматриваемого как "свободный", т.е. отделенный этими сечениями, находят от действия приходящегося на него температурного поля T_i , которое может быть как постоянное так и переменное в пределах элемента, компоненты напряжений $\sigma_{0,i}$, деформаций $\epsilon_{0,i} = dT_i + \epsilon_i(\sigma_{0,i})$ и перемещений $u_{0,i} = u_i(T_i) + u_i(\sigma_{0,i})$, в том числе в точках поверхностей стыков каждого элемента i :

$\sigma_{0,i,ctj}, \epsilon_{0,i,ctj}, u_{0,i,ctj}$. Разбивку модели на элементы стремятся выполнить так, чтобы указанные величины могли быть найдены простым расчетом или же, в сложных статически неопределенных элементах, этим же экспериментальным методом на вспомогательных моделях таких элементов. Осуществление механического моделирования ведется одним из следующих путей, выбираемых в зависимости от задачи: создают по стыкам элементов модели и "замораживают" деформации (и перемещения) или же их перепады.

При создании в "свободных" элементах модели по стыкам деформаций механически, путем приложения нагрузки любого выбранного вида, создают и затем "замораживают" в каждом элементе i модели в точках поверхности всех стыков j указанные выше деформации $\epsilon_{0,i,ctj}$ и перемещения $u_{0,i,ctj}$, взятые с обратными знаками; необходимо при этом замерить получаемые в различных точках элементов модели $u_{\text{зам.}i}$, если в задаче требуется найти также и перемещения. Затем модель склеивают из элементов по стыкам, "размораживают" и измеряют имеющиеся в ней после "размораживания" напряжения $\tilde{\sigma}_i'$ (деформации $\tilde{\epsilon}_i'$) и полученные при "размораживании" перемещения u_i' . Полные величины искомых температурных напряжений, деформаций и перемещений в каждой точке для модели, соответствующей по условиям подобия натуре /2,7/, будут равны

$$\tilde{\sigma}_i = \sigma_i' + \sigma_{0,i}; \quad \tilde{\epsilon}_i = \epsilon_i' + \epsilon_{i,0}; \quad u_i = u_i' + u_{\text{зам.}i} + u_{0,i} \dots \quad (I)$$

При создании в "свободных" элементах модели перепадов температурных деформаций и перемещений подсчитывают для каждого стыка j двух примыкающих элементов i и h модели величины этих перепадов, отнесенные к тем элементам, в которых эти перепады будут механически осуществлены. При отнесении к элементу i находят

$\Delta \varepsilon_{o,i-h,cmj} = \varepsilon_{o,i,cmj} - \varepsilon_{o,h,cmj}$; $\Delta u_{o,i-h,cmj} = u_{o,i,cmj} - u_{o,h,cmj}$
 и при отнесении к элементу h находят $\Delta \varepsilon_{o,h-i,cmj} = \varepsilon_{o,h,cmj} - \varepsilon_{o,i,cmj}$ и $\Delta u_{o,h-i,cmj} = u_{o,h,cmj} - u_{o,i,cmj}$. Перепады в элементах модели можно относить к тем из соседних элементов, в которых их механическое воспроизведение оказывается более удобным, и, кроме того, применяя этот путь эксперимента, можно перед склейкой модели в ряде элементов не создавать деформаций. Подсчитанные перепады $\Delta \varepsilon_{o,j}$ и $\Delta u_{o,j}$, взятые с обратными знаками, механически воспроизводят в соответствующих элементах модели по их стыкам (и измеряют получаемые перемещения $U_{\text{зам.} i}^*$) и "замораживают". После склейки элементов по стыкам модель "размораживают" и измеряют имеющиеся в ней напряжения σ_i' (деформации ε_i') и получаемые при "размораживании" перемещения U_i' . Эти величины σ_i' и ε_i' будут, как можно показать, теми же, что и при воспроизведении в элементах модели деформаций и перемещений, и искомые результаты получаются таким же суммированием по формулам, аналогичным (I).

Схема моделирования при разделении модели по сечениям-стыкам на жестко закрепленные по этим сечениям элементы, соответствующая методу деформаций, имеет ту же последовательность. Для всех элементов, считая их жестко закрепленными по сечениям, подсчитывают напряжения (усилия), деформации и перемещения по приходящимся на них температурным полям и проводят "замораживание" выбранных элементов модели при воспроизведении в них с обратным знаком перепадов напряжений (усилий) по стыкам. Измеренные после "размораживания" склеенной из таких элементов модели напряжения и при "размораживании"-перемещения складывают с полученными в жестко закрепленных по стыкам элементах. Это дает искомый результат в каждой точке для модели, соответствующей натуре.

При применении метода к решению задач рассмотренная схема моделирования может быть достаточно простой благодаря как уменьшению числа поверхностей стыков и элементов, из которых должна быть составлена модель, так и имеющемуся упрощению условий, которые должны быть воспроизведены по стыкам элементов. Можно показать какие получаются упрощения в зависимости от вида температурного поля, формы конструкции и типа напряженного состояния (плоское напряженное состояние, плоская деформация, осесимметричная за-

дача). При рассмотрении конструкций, выполненных из пластин и оболочек, может быть достаточным воспроизведение в "свободных" элементах модели перемещений (или их перепадов) сечений стыков вместо деформаций по сечениям с последующим введением поправок на местный эффект деформаций в направлении, нормальному к срединным поверхностям пластин и оболочек /9/. Необходимые условия моделирования деформаций в стыках элементов модели рассмотрены в работе /10/. В сложных случаях вводят допущения, упрощающие выполнение экспериментов и приводящие к приближенному решению задачи.

При реализации метода на модели необходимо, чтобы ее материал при применяемых величинах напряжений наряду с упругостью и линейными зависимостями при температуре "замораживания" между напряжениями σ , деформациями ε и порядком полос m сохранял неизменность "замороженных" деформаций в элементах модели при их хранении и соблюдалась с необходимой точностью и в течение всего времени "размораживания" модели с элементами, имеющими "замороженные" деформации, пропорциональность между остающимися и создаваемыми деформациями (и порядками полос), с одной стороны, и напряжениями, которые удерживают и создают эти деформации, с другой. Проверка, выполненная при различных величинах напряжений на растягиваемых и сжимаемых образцах материалов ЭД5-М и ЭД5-МТГФА различных партий с измерениями в течение циклов "замораживания" и "размораживания", и на моделях конструкций, которые смогли быть расчитаны, показала, что эти материалы удовлетворяют с необходимой точностью указанным требованиям метода.

Поясним эти результаты, полученные для различных партий материала ЭД5-М. Нагружение образцов ступенями с различной длительностью (до 72 час) и сразу до тех же напряжений (в пределах указанных ниже величин $\pm \sigma_{\text{лц}}$) и снятие показаний через различное время дают в пределах допускаемых для метода отклонений одни и те же величины ε и m . При этом полная разгрузка образцов, независимо от длительности предшествующего нагружения, приводит по данным проведенных измерений к остаточным деформациям $\Delta\varepsilon < 0,0006$ и порядку полос изохром $\Delta m < 0,1$. Эти результаты получаются на образцах, которые ранее были подвергнуты деформациям и на образцах, выполненных непосредственно после вырезки из блока. Пов-

Табл. I

Непосредственно после нагрузки (в течение 30 сек)	Длительность выдержки под постоянной нагрузкой						
	5 мин		1 час		5 час		
	$\sigma \text{ кг}/\text{см}^2$	$E \cdot 10^2$	t	$\Delta E \cdot 10^2$	Δt	$\Delta E \cdot 10^2$	Δt
8,6	4,34	7,3	0,01	0,10	-0,02	-0,05	0,0 0,05
5,0	2,68	4,4	-0,02	-0,10	0,0	0,05	0,0 0,10

Табл. 2

НН пар- тии образ- зов	Длительность нагружения	При полной нагрузке		После разгрузки	
		$\sigma \text{ кг}/\text{см}^2$	$E \cdot 10^2$	t	$\Delta E \cdot 10^2$
2,4 ^{*)}	Сразу	9,56	5,42	7,75	0,058
	Ступенями в течение 8 час	9,56	5,42	7,75	0,060
3,4 ^{*)}	Сразу	9,72	5,07	8,59	0,030
	Ступенями в течение 10 час	9,72	5,05	8,59	0,017

*) Образцы партий № 2 и 3 материала
с различными E и $G_{(1,0)}$

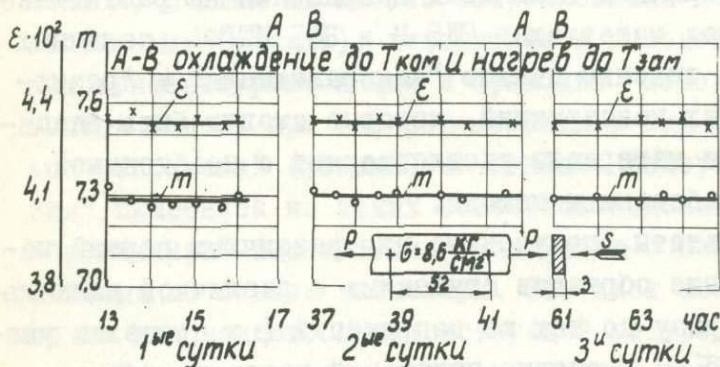


Рис. I

делах $\pm \sigma_{\text{пц}} = \pm 1 \text{ кг}/\text{см}^2$ с отклонениями от линейности до 2% в пределах точности измерений, причем в растягиваемых образцах линейная зависимость сохраняется до разрыва образцов (по среднему участку). Данные для трех растягиваемых образцов из 3 блоков одной заливки - см. рис. 2. Эти зависимости при повторных испытаниях совпадают при различных кратностях нагрузений (табл. 3). При увеличении

торяемые при неизменной нагрузке охлаждения до комнатной температуры и нагревы до 140°C образцов и контрольных моделей не изменяют величин E и t , получаемых в них при температуре "замораживания" $T_{\text{зам}} = 105 - 110^\circ\text{C}$. Некоторую иллюстрацию этих результатов дают табл. I и 2 и рис. I.

Для материала ЭД5-М при температуре "замораживания" зависимости " $\sigma - E$ " и " $\sigma - t$ " являются линейными при изменении напряжений в пре-

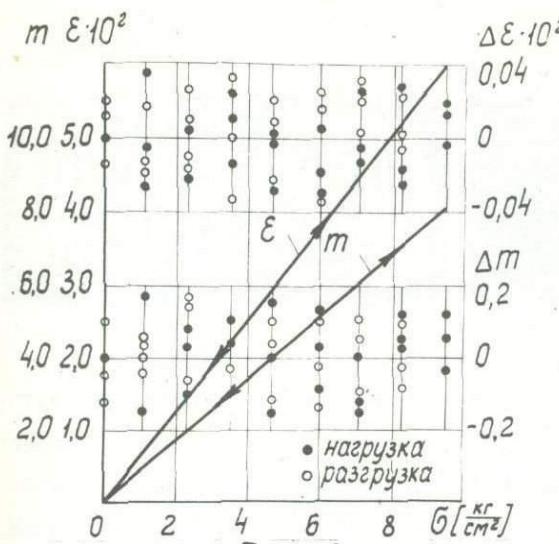


Рис. 2

или уменьшении усилия в образце по сравнению с тем, при котором он был "заморожен", сохраняется при "размораживании" пропорциональность между оставшимися и создаваемыми ϵ , m и σ , как это показано на рис. 3, где последовательные состояния обозначены точками 1, 2, 3..., 21, 22. При ступенчатом нагружении образца или снятии нагрузки при $T_{ком}$ положение точек при тех же σ на диаграмме получается

Табл. 3

Номер испытаний	При полной нагрузке			Отклонение от пропорц. при нагрузке		Остаточный эффект после разгрузки	
	$\sigma \text{ кг}/\text{см}^2$	$\epsilon \cdot 10^2$	m	$\Delta \epsilon \cdot 10^2$	Δm	$\Delta \epsilon \cdot 10^2$	Δm
1	8,70	5,53	7,50	0,07	0,06	0,04	0,02
3	9,86	6,25	8,52	0,04	0,01	0,03	0,04
6	9,72	6,17	8,39	0,11	0,10	-0,02	0,0
10	8,60	5,47	7,42	0,07	0,01	-0,02	-0,01
Среднее	9,22	5,13	8,57	0,07	0,05	0,007	0,012

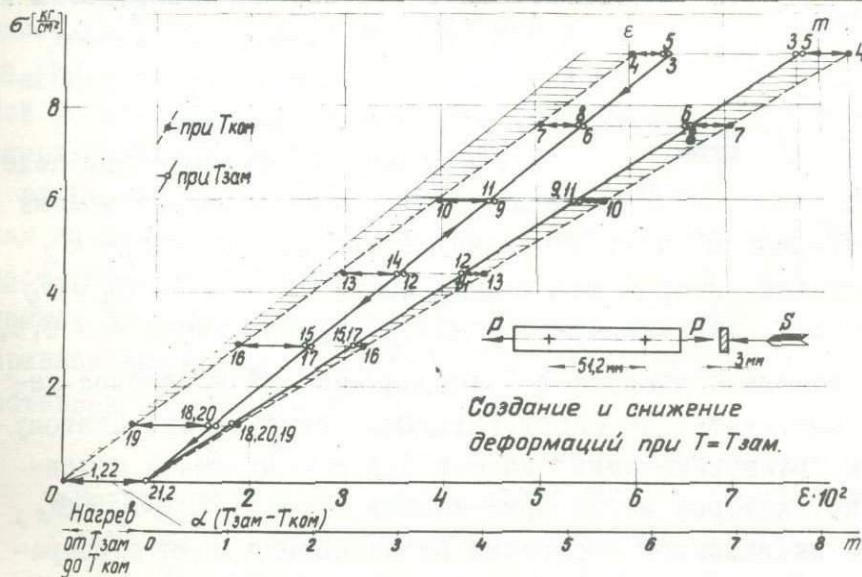


Рис. 3

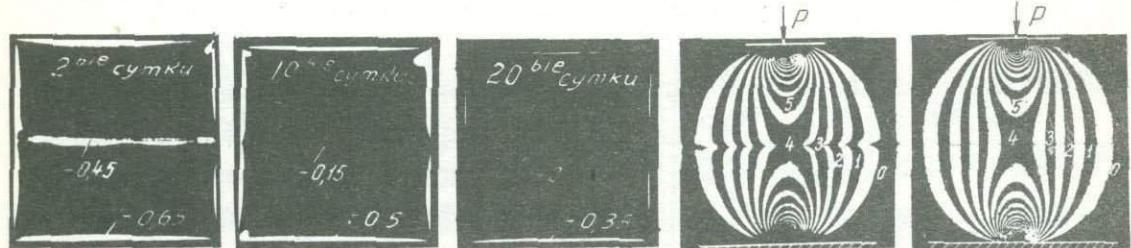


Рис. 4

то же. Зависимость коэффициента линейного расширения α от σ в материале и пропорциональное ей изменение m (заштрихованные участки диаграммы) практически не сказываются при применении метода.

Склейка элементов модели не создает дополнительного оптического эффекта. При склейке поверхностей элементов модели имеющиеся равные краевые эффекты через некоторое время пропадают (рис.4), и этот процесс ускоряется при нагреве. График изменения во времени краевого эффекта на свободной хорошо обработанной поверхности и в склейке модели (рис.5) позволяет оценить краевой эффект при последовательных этапах эксперимента.

В общем случае при заданном поле температур $T(x,y,z)$ в элементах модели должны быть "заморожены" относительные деформации $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = -\alpha T$, для создания которых необходимо иметь напряжения $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -\alpha ET/(1-2\mu)$. Так как применяемые материалы имеют $\mu = 0,5$,

то в элементах модели создается и "замораживается" некоторое деформированное состояние, не соответствующее требуемому. Поэтому при последующем "размораживании" модели будет получаться напряженное состояние, которое можно представить в виде: $\sigma_m = \sigma_T + \sigma_o$, где σ_T — искомое напряженное состояние от заданного поля температур T и σ_o — дополнительное из-за имевшегося несоответствия "замо-

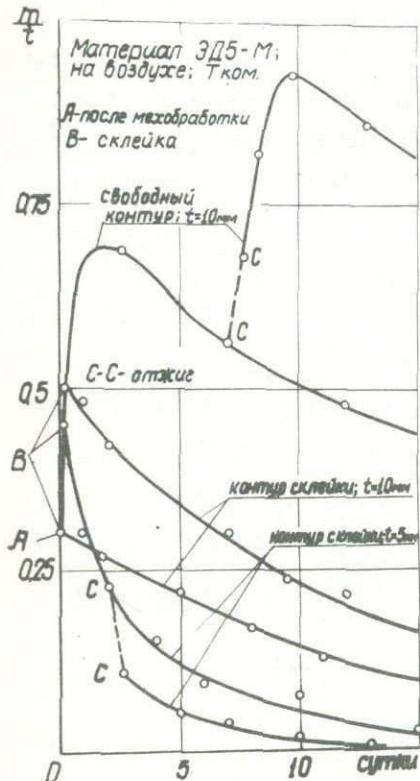


Рис. 5

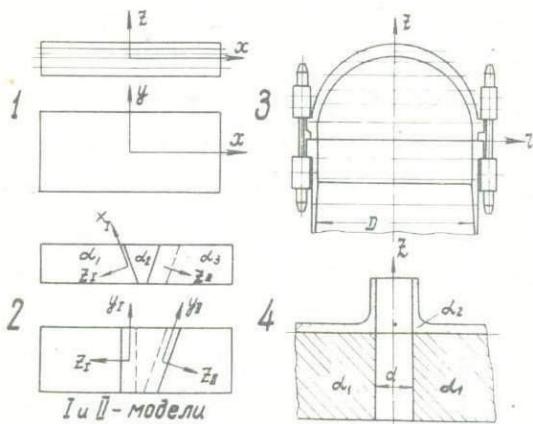


Рис. 6

что компоненты напряжений равны нулю, дает: $\epsilon_x = \epsilon_z = 0$; $\gamma_{x,y} = \gamma_{y,z} = \gamma_{zx} = 0$. Вводя эти значения в уравнения неразрывности, записанные в деформациях, получаем для $T(x, y, z)$ систему уравнений: $\partial^2 T / \partial y^2 = 0$; $\partial^2 T / \partial z^2 = 0$; $\partial^2 T / \partial y \partial z = 0$. Решение этой системы

$$T(x, y, z) = f_1(x) + y f_2(x) + z f_3(x) \quad (2)$$

дает условие для температурного поля, при котором искажения в воспроизведении свободных температурных расширений в элементах модели в направлении оси z из-за $\mu = 0,5$ не приводят к погрешностям. Здесь $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ произвольные функции координаты x . Отсюда также следует, что создание в элементах модели перед их склейкой дополнительных деформаций, произвольных по величине в одном направлении, но одинаковых в каждой плоскости, перпендикулярной к этому направлению, не приводит к возникновению напряжений. Так как на выбор направления X , в котором свободные температурные расширения воспроизводятся с искажением, не накладывались ограничения, то при применении, например, 4 моделей с выбранными направлениями X_1, X_2, X_3 и X_4 можно суммированием получить решение объемной задачи при температурном поле

$$T = \sum_{i=1}^4 [f_i(x_i) + y_i f_i'(x_i) + z_i g_i(x_i)].$$

Возможности такого рода могут быть расширены дальше.

Условию (2) удовлетворяют, например, задачи с одномерным полем $T = T(z)$ или при равномерном нагреве детали, выполненной из

роженных" деформаций. Из того, что должно быть $\sigma_T = \sigma_M$, имеем условие $\sigma_o = 0$, при котором рассматриваемым методом возможно моделирование термоупругих напряжений.

Если в элементах модели "замораживать" две равные деформации, например, $\epsilon_y = \epsilon_z = -\alpha T$, то $\epsilon_x = 2\alpha T$, и тогда запись для напряженного состояния σ_o закона Гука для деформаций с дополнительными членами и учетом того,

материала с α , переменным вдоль оси z . Форма и соотношения размеров рассматриваемых деталей ничем не ограничены. В этом случае моделирование осуществляется при разбивке модели на элементы плоскостями, перпендикулярными к оси z (рис.6).

Если в элементах модели "замораживать" две равные деформации, то в случае осесимметричных задач из уравнений неразрывности, несимметричных относительно координат z , θ и x , получаются следующие результаты: свободные тепловые расширения в элементах модели по радиальному направлению необходимо воспроизводить без искажений; искажение расширений в кольцевом направлении θ допускается при температурном поле вида $T = a/z + b z/z + c$, где a , b и c - произвольные постоянные; искажение расширений в направлении оси z допускается при $T = f(z)$. С применением двух моделей при $\mu = 0,5$ рассматриваемым методом возможно решение осесимметричной задачи при $T = f(z) + a/z + b z/z$.

Указанные выше задачи отмечены без подробных пояснений, и возможности рассмотренного метода при $\mu = 0,5$ ими не исчерпываются. Например, возможно решение объемной задачи при ступенчатом плоском осесимметричном температурном поле с составлением модели из элементов в виде концентрических оболочек, причем в получающихся цилиндрических стыках создают требуемые скачки перемещений.

Л и т е р а т у р а

1. Н.И.Пригородский, Г.С.Варданян. Определение термоупругих напряжений поляризационно-оптическим методом, "Заводская лаборатория", 1961, 9, II 29-34.
2. Г.С.Варданян, Н.И.Пригородский. Моделирование термоупругих напряжений в поляризационно-оптическом методе. Изв. АН СССР, "Механика и машиностроение", 1962, 4, 146-149.
3. T.Slot. Photoelastic Simulation of Thermal Stresses by Mechanical Prestraining, Exper.Mech. J., 1965, 9, 273-282.
4. Ю.И.Маршак, В.Н.Савостьянов, Г.Л.Хесин, Е.М.Швей. Моделирование температурных напряжений в инженерных конструкциях, Сб."Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", изд-во ЛГУ, 1966, 295-304.
5. Н.С.Розанов. Исследование термонапряженного состояния гидро-

- технических сооружений, Сб."Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", изд-во ЛГУ, 1966, 287-294.
6. Г.Л.Хесин, В.В.Долгополов, В.Н.Савостьянов. Исследование термо-напряженного состояния бетонных плотин гидротехнических сооружений методом фотоупругости, "Гидротехническое строительство", 1968, №6, 12-15.
7. Н.И.Пригородский, Г.Х.Хуршудов, В.М.Бронов, С.Е.Бугаенко. Методы исследования деформаций и напряжений на моделях корпуса реактора и его узлов, Сб. "Исследование напряжений и прочности корпуса реактора", Атомиздат, 1968, 67-108.
8. Khesin G.L., Strelchuk N.A., Shvey E.M., Savostyanov V.N. Thermoelastic Stresses Research by the Method of "Unfreezing" Free Thermal Strains. Paper 37, Proc. of the 4th Intern. Conf. on Exper. Stress Analysis, Cambridge, 1970. Publ. by the Inst. of Mech. Eng., London, 1971, 436-444.
9. Warren J.Rhines. An Extension of Generalized Plane Stress for Problems with Out-of-plane Restraint, Exp. Mech., J., 1968, II, 481-487.
10. С.Е.Бугаенко, Б.Н.Евстратов. Условия механического моделирования в стыках при определении температурных напряжений на замораживаемых моделях. В этом же сборнике Трудов.

"ЗАМОРАЖИВАНИЕ" ТЕРМОУПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ОБЛУЧЕНИЯ

В.И.Савченко, С.Г.Шокотько (Киев)

Существующие методы фиксации термоупругих деформаций и связанный с ним оптической анизотропии в общем случае не позволяют надежно исследовать распределение термоупругих напряжений в пространственных моделях конструкций, вызванных трехмерным температурным полем, так как "замораживание" предполагается вести или на моделях из недоотверженного материала /1/, одинаковая степень структурирования которого практически не может быть воспроизведена от опыта к опыту, или создавать "свободное" температурное расширение механическим путем /2/. В последнем случае нельзя создать трехмерное напряженное состояние, так как материал в высокоэластическом состоянии несжимаем.

В данной статье рассмотрена возможность "замораживания" термоупругих деформаций путем облучения γ -лучами Co^{60} неравномерно нагретой в высокоэластическом состоянии модели из материала ЭД6М.

Первая попытка применить облучение для фиксации оптической анизотропии при механическом нагружении содержится в /5/.

Авторами настоящей работы подробно изучено влияние на нагруженные образцы облучения γ -лучами Co^{60} /3,4/. Исследовано поведение образцов при двух видах нагружения: в процессе облучения постоянной оставалась нагрузка или деформация. Облучение резко увеличивает скорость ползучести и скорость релаксации напряжений в нагруженных образцах из отверженной эпоксидной смолы ЭД6М как при комнатной температуре, так и при температуре "замораживания". Это послужило основой для разработки способа фиксации термоупругих деформаций в неравномерно нагретых моделях путем их облучения. Предлагается следующий способ "замораживания" деформаций. Модель из ЭД6 нагревается до температуры высокоэластического состояния и в ней дополнительным нагревом создается температурное поле, подобное температурному полю неравномерно нагретой натурной кон-

структуре. Минимальная температура модели не должна быть меньше температуры "замораживания". После этого модель облучается γ -лучами Co^{60} . При этом тепловые напряжения релаксируют и оптическая анизотропия в модели исчезает. После прекращения облучения неравномерный нагрев снимается и в модели возникает термонапряженное состояние, соответствующее снятому температурному полю, но с обратным знаком. Охлаждение модели до комнатной температуры "замораживает" оптическую анизотропию, вызванную этими напряжениями. Разрезка модели на срезы не нарушает "замороженный" эффект.

В процессе облучения меняются оптико-механические характеристики материала (модуль упругости E увеличивается, относительный оптический коэффициент C уменьшается). Изменение характеристик материала зависит от степени отверждения и требует отдельных исследований для каждой партии. Эти изменения можно учесть и регулировать. "Замороженная" оптическая анизотропия соответствует характеристикам материала после облучения. Картину полос в неравномерно нагретой модели до облучения и после облучения и снятия температурного градиента в общем случае не совпадают.

Предлагаемый способ отрабатывался на диске с центральным отверстием, изготовленном из отверженной малеиновым ангидридом эпоксидной смолы ЭД-6. Температура высокоэластического состояния T_{IO}^0 , $C = 1349 \text{ см}^2/\text{кг}$. Размеры диска: внешний диаметр 9,2 см, внутренний 1,8 см, толщина 0,452. Диск помещался в термостат, нагревался до температуры "замораживания", а затем в диске создавалось осесимметричное температурное поле путем дополнительного нагрева его по внешнему контуру электронагревателем. Температурное поле диска показано на рис. I (кривая I).

Облучение диска на установке УКП-70000 дозой $1,3 \text{ Mrad}$ в течение 20-ти часов при мощности дозы 95 рад/сек приводило к релаксации тепловых напряжений и к практически полному исчезновению оптической анизотропии в диске. После прекращения облучения, отключения электронагревателя и выравнивания его температуры (материал всего диска находится в высокоэластическом состоянии), в диске возникают тепловые напряжения обратные тем, которые были в неравномерно нагретом диске до начала облучения. Охлаждение дис-

ка до комнатной температуры "замораживает" термоупругие деформации и оптическую анизотропию, вызванные этими напряжениями.

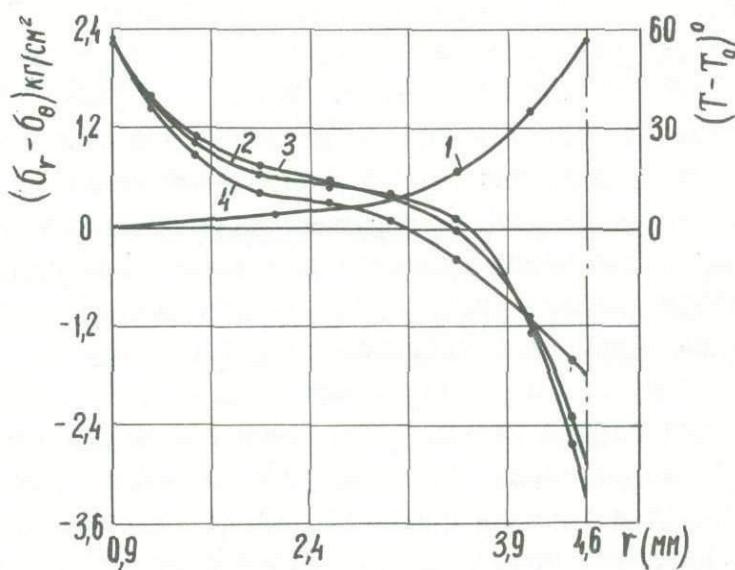


Рис.1. Распределение напряжений $\sigma_r - \sigma_\theta$ и температуры в диске.

"Замороженные" картины полос в диске и срезе показаны на рис.2.

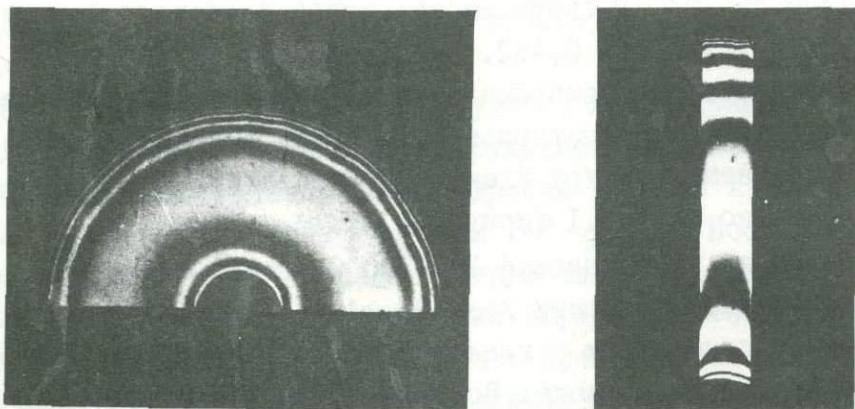


Рис.2. Картинны "замороженных" полос.

На рис.1 дано распределение разности нормальных напряжений $\sigma_r - \sigma_\theta$ (кривая 2), определенных по приведенной картине полос в

неразрезанном диске. Кривая З - те же напряжения, определенные по картине полос в срезе, вырезанном из "замороженного" диска. На этом же рисунке представлены результаты расчетного определения $b_r - b_\theta$, выполненных для постоянных значений $E = 400 \text{ кг}/\text{см}^2$, $\alpha = 195 \cdot 10^{-6} 1/\text{град}$ (кривая 4).

Достаточно удовлетворительное совпадение кривых 2,3 свидетельствует о возможности "замораживания" термоупругих деформаций путем облучения неравномерно нагретых моделей. Расхождение между расчетной и экспериментальными кривыми можно объяснить тем, что при расчете не учитывалась переменность E и α вдоль радиуса диска.

Л и т е р а т у р а

1. Чемохуд Е.В. Авт. свид. №195691, Бюлл. изобр., 1967, №10,
2. Варданян Г.С., Пригородский Н.И. Авт. свид. № 145373, Бюлл. изобр., 1962, №5.
3. Савченко В.И., Шокотько С.Г. Обратимые радиационно-механические эффекты в отверженной эпоксидной смоле ЭД-6М и их использование в поляризационно-оптическом методе исследования напряжений. Тезисы докладов VI Всесоюзной конф. по поляризационно-оптическому методу. Л., ЛГУ, 1970.
4. Шокотько С.Г., Савченко В.И., Мелешевич А.П., Тадеуш В.А. Влияние γ -лучей Co^{60} на искусственное двойное лучепреломление отверженной эпоксидно-диановой смолы ЭД-6. Физ.-хим. мех. материалов, 1970, №4.
5. Shohachiro Miyazono. Fixation of photoelastic fringe patterns by γ -rays. J. Appl. Phys., 1967, 38, N5, 2319-2323.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ
КОМБИНИРОВАННЫМ ТЕНЕВЫМ И ПОЛЯРИЗАЦИОННО-
ОПТИЧЕСКИМ ПРИБОРОМ

В.И. Шахурдин (Пермь)

Для изучения зависимости термоупругих напряжений от температуры необходимо знать ее распределение в исследуемом теле. В одних случаях это распределение задается, а в других его следует определить. В телах простой геометрической формы поле температур может быть найдено аналитически. В телах сложной конфигурации температурное поле определяется с помощью термопар, что может существенно исказить исследуемое поле напряжений при изучении их поляризационно-оптическим методом. Этого можно избежать применением комбинированного теневого и поляризационно-оптического прибора.

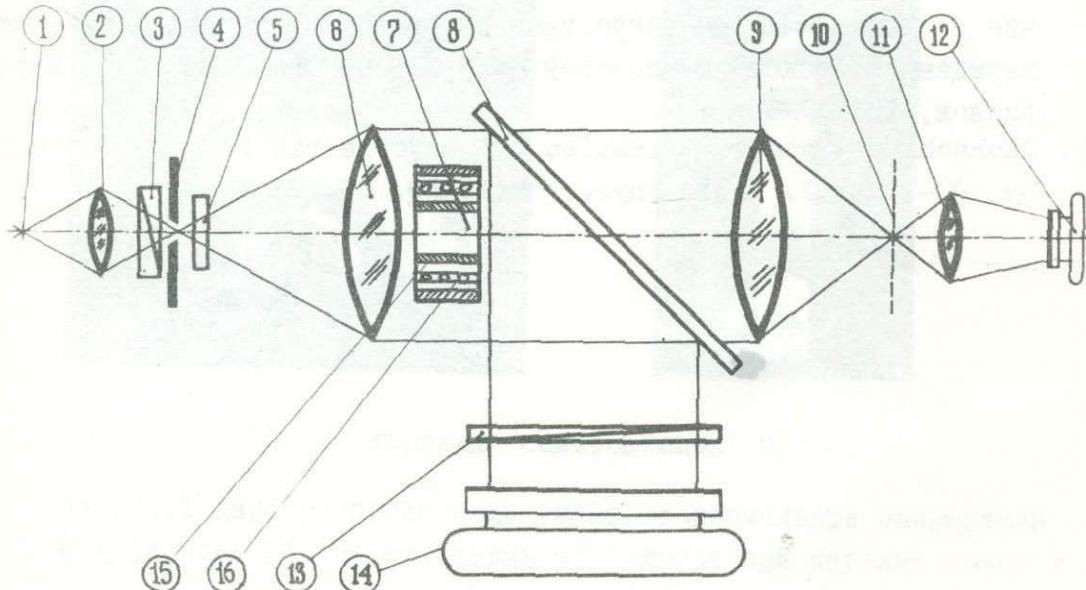


Рис. I. Оптическая схема комбинированного теневого и поляризационно-оптического прибора

На рис. I представлена оптическая схема такого прибора, собранного на оптической скамье ОСК-3, где 1 - источник света, 2 - конденсор, 3 - поляризатор, 4 - щель, 5 - светофильтр, 6 - коллиматорная линза, 7 - исследуемое тело, 8 - светоделительная пластинка, 9 - Шлирен-линза теневого прибора, 10 - решетка Ронки, расположенная во второй фокальной плоскости Шлирен-линзы, 11 - дополнительная линза, сокращающая размеры установки, 12 - фотокамера, регистрирующая теневую картину, 13 - анализатор, 14 - фотокамера, регистрирующая интерференционную картину, образованную в поляризационно-оптическом приборе.

Шлирен-метод основан на измерении угла отклонения световых лучей оптическими неоднородностями, которые в рассматриваемом случае создаются неоднородностью температурного поля и возникающими при этом термоупругими напряжениями. Теневой прибор, собранный по схеме с параллельным пучком, является наиболее простым, так как в этом случае величина отклонения световых лучей в фокальной плоскости не зависит от положения неоднородности в параллельном пучке лучей и расстояния от изучаемой точки до оптической оси системы /1/. Использование метода расфокусированных диафрагм является весьма удобным для исследования нестационарных процессов, так как на одной фотографии запечатляется все исследуемое поле /2/. Для выполнения количественных тепловых измерений шлирен-методом необходимо предварительно установить зависимость между углом отклонения светового луча и градиентом температуры /3/. Измеряя координаты центров темных и светлых полос по шлирен-фотографиям (рис. 2), можно определить угол отклонения световых лучей, а следовательно и градиент температур, в любой точке модели.

По найденному распределению градиентов температуры определяется поле температур в модели. Поскольку световой луч интегрирует оптические неоднородности по всей длине его хода, как в теневом, так и в поляризационно-оптическом приборах, целесообразно размеры модели выбирать таким образом, чтобы толщина области, подверженной краевым эффектам, составляла бы небольшую долю. В этом случае оптическая неоднородность будет плоской и теневая картина, отнесенная к центральной части модели, легко шифруется. Если размеры модели не позволяют создать плоскую оптическую неоднород-

ность относительно хода луча, то можно в большинстве случаев создать осесимметричную неоднородность, методика расчетов которых значительно сложнее, чем плоских /1,2/.

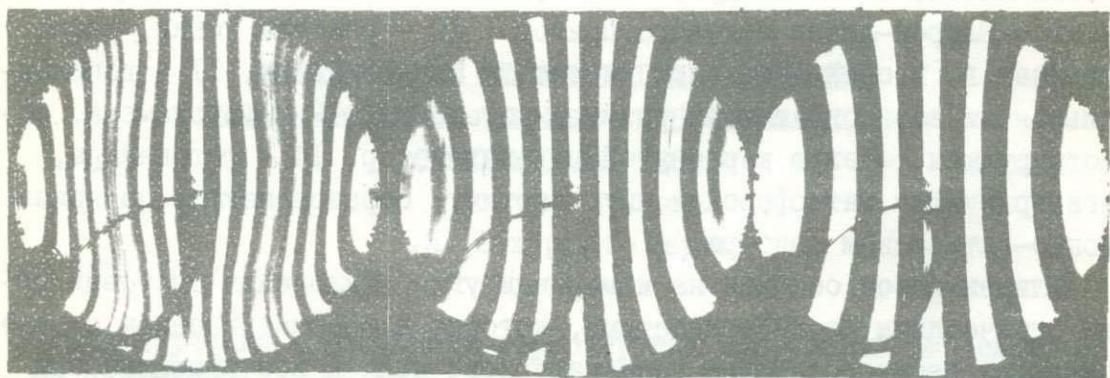


Рис.2. Шлирен-фотографии горизонтальных изоград

В качестве примера рассмотрим использование комбинированного теневого и поляризационно-оптического прибора для исследования термоупругих напряжений, возникающих в конечном цилиндре, обогреваемом по всей боковой поверхности. Исследуемая модель 7 (рис.1), изготовленная из оптического стекла К-8 в виде цилиндра длиной 65,8 мм и диаметром 39,2 мм свободно вдвигается в разогретую печь, выполненную в виде втулки 15, нагреваемой спиралью 16 (рис.1). Одновременным фотографированием получается серия теневых и интерференционных картин.

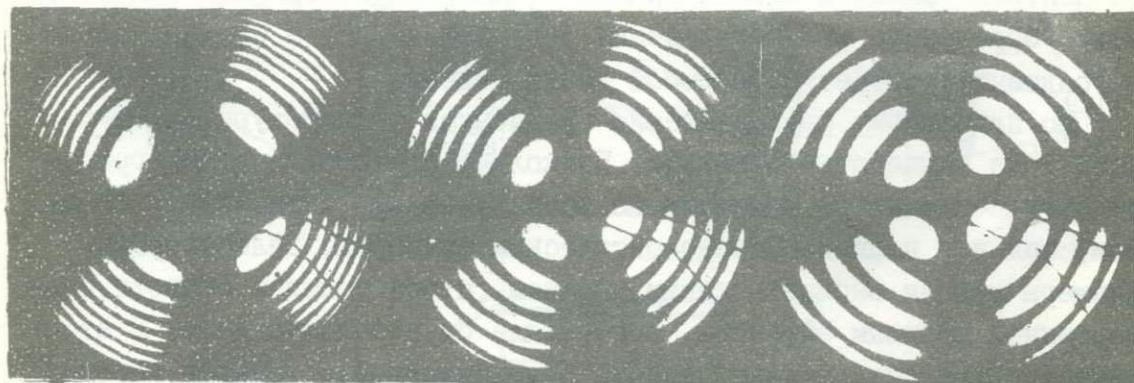


Рис.3. Интерферограммы разности главных напряжений

На рис.2 представлены характерные шлирен-фотографии, снятые в различные моменты времени, а на рис.3 - соответствующие им интерферограммы. По изложенной методике находится распределение температуры вдоль радиуса для каждого кадра серии рис.2. Зная оптический коэффициент напряжения стекла К-8 /4/, длину цилиндра и определяя номер интерференционной полосы, можно вычислить разность главных напряжений.

С целью проверки результатов теневых измерений поля температур было решено уравнение теплопроводности при граничных условиях второго рода на боковой поверхности и третьего рода на торцах цилиндра /3/. Получено хорошее совпадение экспериментальных и теоретических значений температуры. Это позволяет считать экспериментальные значения температуры достоверными с точностью до 5% и использовать их для расчета температурных напряжений.

При рассматриваемом случае нагрева будет иметь место объемно деформированное состояние. Однако в среднем сечении, удаленном от торцов больше чем на радиус цилиндра, будем полагать плоскодеформированное состояние. Тогда используя формулы /5/, произведем расчет радиальных и окружных напряжений:

$$\sigma_r = \frac{\alpha E}{2(1-\nu)} [\bar{T}(R) - \bar{T}(z)]$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha E}{2(1-\nu)} [\bar{T}(R) + \bar{T}(z) - 2T(z)]$$

где α - коэффициент линейного расширения, E - модуль упругости, ν - коэффициент попаречной деформации,

$$\bar{T}(z) = \frac{2}{R} \int_0^R T(z) z dz - \text{среднеинтегральная температура по сечению.}$$

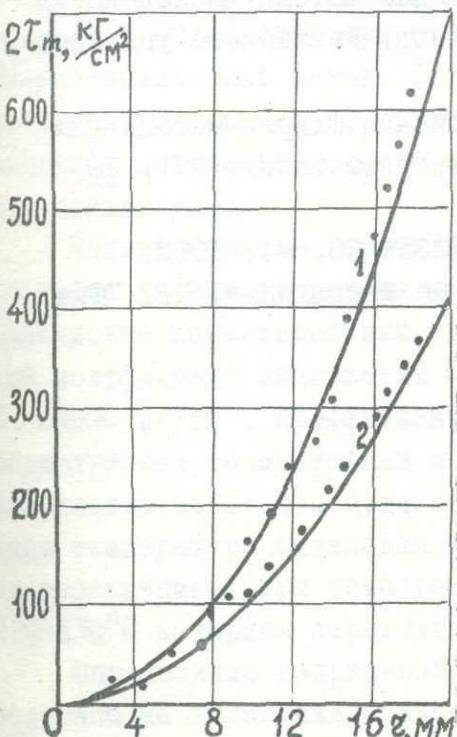


Рис.4. Распределение $2\sigma_r$ вдоль радиуса цилиндра в среднем сечении

Значения E , ν , α взяты из /4/

и принимаются постоянными в исследуемом интервале температур.

На рис.4 представлено распределение удвоенного максимального касательного напряжения вдоль радиуса цилиндра в среднем сечении. Кривые 1 и 2 соответствуют расчетным значениям $2\tau_{max}$ для моментов времени $F_0_1 = 0,08$ и $F_0_2 = 0,40$. Точками нанесены значения $2\tau_{max}$, определенные по соответствующим интерферограммам. Наблюдается хорошее совпадение экспериментальных значений $2\tau_{max}$ с расчетными для внутренней части цилиндра и их расхождение для периферии. Это может быть объяснено различием между сопоставляемыми задачами.

Л и т е р а т у р а

1. Васильев Л.А. Теневые методы. М., "Наука", 1968.
2. Абруков С.А. Теневые и интерференционные методы исследования оптических неоднородностей. Казань, изд. Казанского университета, 1962.
3. Напарын Ю.А., Шахурдин В.И. О применении Шлирен-метода для исследования температурных полей в твердом теле. 1971, 20, №3, 510-515.
4. Стекло-оптическое бесцветное. ГОСТ 13659-68. М., 1968.
5. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М., "Физматгиз", 1963.

ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ, СОЗДАВАЕМЫХ СВАРОЧНЫМ НАГРЕВОМ

Б.С.Касаткин, Л.М.Лобанов /Киев/

Сварочные напряжения, определяющие развитие деформации и многие физико-химические процессы в шве и окколошовной зоне, должны учитываться при оценке работоспособности соединений. Исследование напряженного состояния, обусловленного термическим циклом сварки, представляет большие трудности. Поэтому необходимо развивать методы определения сварочных напряжений.

Широкие возможности для изучения особенностей распределения и концентрации напряжений, возникающих в результате неравномерного нагрева и охлаждения при сварке плавлением предоставляет поляризационно-оптический метод. Специфические свойства поликарбоната, используемого в качестве оптически чувствительного материала сварных моделей, позволяют непосредственно моделировать процессы сварки плавлением /2,3/.

Поликарбонат - термопластичный полимер, представляющий собой полиэфир дифенилолпропана и угольной кислоты. Основные оптико-механические характеристики его при комнатной температуре: оптический коэффициент напряжений $C = 80 \cdot 10^{-7}$ см²/кг, модуль упругости $E = 24000$ кг/см², коэффициент линейного расширения $\alpha = 60 \cdot 10^{-6}$ 1/град. Поликарбонат термостойкий и до температуры стеклования 140°С его физические константы существенно не изменяются. При температуре выше температуры стеклования он теряет способность сопротивляться деформациям. При температуре 180°С начинается плавление, а при 220-230°С материал переходит в вязко-текущее состояние.

Определение напряжений при сварке моделей из поликарбоната основано на выделении области нагрева ниже температуры стеклования, в которой наблюдаемые картины полос характеризуют упругое напряженное состояние модели во время нагрева и охлаждения. При расшифровке картин полос исходят из квазистационарного характера распределения полей напряжений и постоянства физических констант поликарбоната при нагреве до температуры стеклования. В условиях сварки в зоне нагрева выше этой температуры поликарбонат теряет способность сопротивляться деформациям, и напряжения здесь незна-

чительны. Упругие и оптические свойства материала этой зоны восстанавливаются по мере стеклования при охлаждении модели. Неравномерные деформации, которые фиксируются в зоне нагрева во время стеклования материала, вызывают остаточные напряжения. Последние реализуются в области упругих деформаций поликарбоната. Для определения этих напряжений в участке сварочного нагрева из суммарного оптического эффекта выделяется линейная разность хода, вызванная напряжениями. Достигается это рассечением модели и измерением "замороженного" оптического эффекта.

Отметим, что для сварочного процесса характерно использование концентрированных источников тепла. Поэтому при сварке моделей "замораживание" оптического эффекта, затрудняющее анализ напряженного состояния, возможно лишь в ограниченном участке вблизи источника тепла. Возникающие здесь остаточные напряжения могут быть найдены также путем измерения деформаций при разрезке сварной модели или из условий равновесия эпюр напряжений в остальной ее части, где картины полос служат источником информации о напряженном состоянии модели во время нагрева и охлаждения.

В моделях сварных соединений невозможно полностью учесть специфические особенности процессов деформирования отдельных зон свариваемых конструкционных материалов и зависимость их свойств от температуры. Поэтому при рассмотрении подобия сварочных напряжений предполагается, что во время сварки имеет место определенная температурная граница перехода материала из идеально упругого состояния с постоянными физическими параметрами в термопластичное, где материал не сопротивляется деформациям, при охлаждении ниже этой температуры его характеристики возвращаются к исходным величинам. Значение этой температуры выбирается в интервале температур резкого снижения упругих свойств свариваемых материалов. Резкое снижение упругих характеристик поликарбоната наблюдается при нагреве выше температуры стеклования. Так как этот диапазон невелик, то в качестве указанной температурной границы в модели принимается среднее значение температуры стеклования. Принятые допущения позволяют применить критерии подобия термоупругости к упругим напряжениям, возникающим в условиях нагрева и охлаждения при сварке плавлением, если обеспечить соответствие зон термопластического нагрева модели и натуры. Из тождественности уравнений термоупругости для модели

/M/ и натуры /H/ следует соотношение подобия сварочных напряжений в сходственные моменты времени:

$$\frac{(b_{ij})_M}{(b_{ij})_N} = \frac{\alpha_M E_M (\bar{T}_a)_M}{\alpha_N E_N (\bar{T}_a)_N}$$

Здесь \bar{T}_a - избыточная температура перехода свариваемого материала в условное термопластическое состояние. Коэффициент Пуассона принят одинаковым для модели и натуры, что вполне оправдано для данного класса задач.

Разработанная методика поляризационно-оптического исследования сварочных напряжений позволяет анализировать напряженное состояние различных типов сварных соединений. Проведенные исследования показали неоднородный плоскостной характер напряженного состояния сварных швов в листовых конструкциях и концентрацию временных температурных напряжений в местах надрезов, расположенных вблизи зоны сварочного нагрева.

Проведен эксперимент по определению остаточных напряжений в модели объемного сварного соединения. Контактной сваркойстык сваривались блоки 70 x 60 x 25 мм. Подлежащие соединению кромки прижимались к плоской поверхности нагревателя и оплавлялись при 220°C. Затем блоки стыковались и полученное соединение охлаждали с сохранением постоянного давления 1,5 кГ/см². Поскольку напряжения, действующие в направлении толщины сварных соединений, значительно меньше напряжений в плоскостях параллельных поверхностям, остывшая модель разрезалась на плоские слои $d = 3$ мм, перпендикулярные толщине, и определяли остаточные напряжения в полученных срезах. Характер распределения напряжений в срезах одинаков /рис.1/. Однако напряжения в поверхностных срезах больше, чем во внутренних. Объясняется это неодновременным остыванием объема свариваемого материала. Охлаждение зон сварного нагрева на поверхности до температур упругого состояния материала в условиях действия более высоких температурных градиентов приводит к повышенным значениям поверхностных напряжений /рис.2/.

На основе данных о напряженном состоянии плоских срезов можно вычислить компоненты трехмерного поля остаточных напряжений в объемной модели. Для этого определяются напряжения в трех системах взаимно перпендикулярных срезов, полученных из трех идентичных сварных моделей. Остаточные напряжения b_{ij} в каждой точке исходной модели

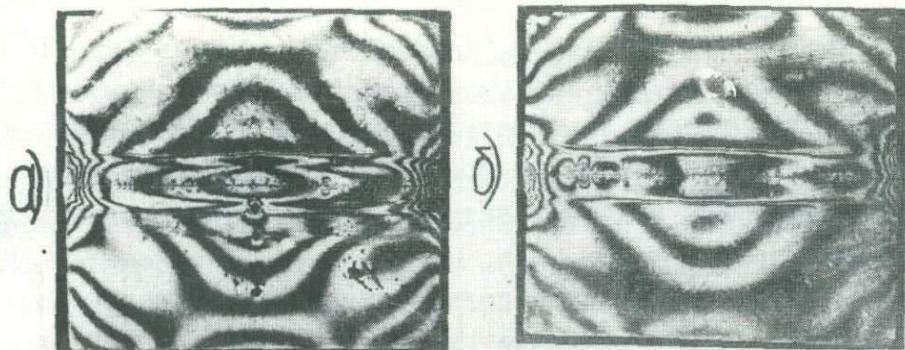


Рис. I. Остаточные картины полос в срезах объемного сварного стыкового соединения:
а/ поверхностном; б/ срединном

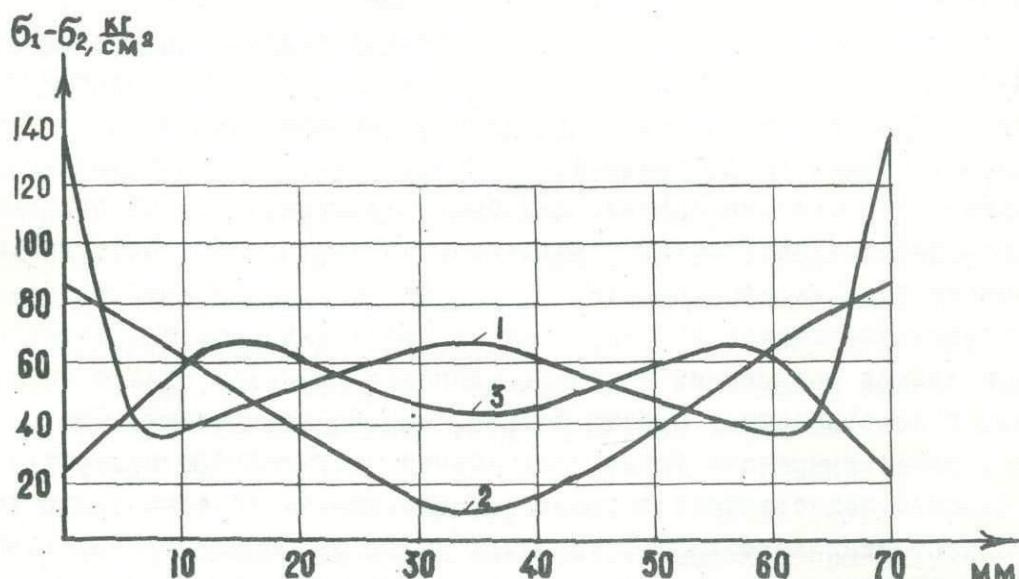


Рис.2. Распределение $\sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{max}$ в поверхностном срезе.

I - в сечении по линии сплавления,
2 и 3 - в продольных сечениях соответственно на расстояниях 10 и 20 мм от линии сплавления.

представляются в виде суммы

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij}^o + \tilde{\sigma}_{ij}^u.$$

Здесь $\tilde{\sigma}_{ij}^o$ - напряжения, которые остаются в плоских срезах после разрезки модели; $\tilde{\sigma}_{ij}^u$ - напряжения, исчезающие в результате разрезки. Если модель разрезается на тонкие слои плоскостями, перпендикулярными оси Z , то из уравнений пространственной задачи теории упругости, записанных для исчезающего напряженного состояния в срезе, следует:

$$\nabla_{xy}^2 (\tilde{\sigma}_x - \tilde{\sigma}_x^{oo} + \tilde{\sigma}_y - \tilde{\sigma}_y^{oo} - \nu \tilde{\sigma}_z) = (1+\nu) \frac{\partial^2 \tilde{\sigma}_z}{\partial z^2}.$$

Аналогично для срезов, перпендикулярных осям Y и X :

$$\nabla_{zx}^2 (\tilde{\sigma}_z - \tilde{\sigma}_z^{oo} + \tilde{\sigma}_x - \tilde{\sigma}_x^{oo} - \nu \tilde{\sigma}_y) = (1+\nu) \frac{\partial^2 \tilde{\sigma}_y}{\partial y^2},$$

$$\nabla_{yz}^2 (\tilde{\sigma}_y - \tilde{\sigma}_y^{ooo} + \tilde{\sigma}_z - \tilde{\sigma}_z^{ooo} - \nu \tilde{\sigma}_x) = (1+\nu) \frac{\partial^2 \tilde{\sigma}_x}{\partial x^2}.$$

Определение остаточных нормальных напряжений в исходной модели сводится к решению данной системы дифференциальных уравнений. Эта система решается с применением метода итераций / 1 /. Затем касательные напряжения находятся путем численного интегрирования уравнений равновесия.

Поляризационно-оптическое исследование напряженного состояния моделей сварных соединений позволяет решать сложные задачи, связанные с анализом плоских и пространственных полей сварочных напряжений.

Л и т е р а т у р а

1. Ахметзянов М.Х. Определение напряжений методом разгрузки при моделировании задач пластичности и ползучести. Прикладная механика, 1968, 4, № 2, 9-15
2. Касаткин Б.С., Лобанов Л.М. Исследование сварочных напряжений путем оптического моделирования. Автоматическая сварка, 1967, № 10, 26-31.
3. Касаткин Б.С., Лобанов Л.М., Ткачук Г.И. Исследование поляризационно-оптическим методом напряженного состояния круговых швов на плоскости. Автоматическая сварка, 1970, № 12, 40-42.

УСЛОВИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТЫКАХ
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА
ЗАМОРАЖИВАЕМЫХ МОДЕЛЯХ

С.Е.Бугаенко, Б.Н.Евстратов (Москва)

Схема механического моделирования термоупругих напряжений с использованием замораживания и размораживания включает определение собственных напряжений в стыкуемых элементах модели, рассматриваемых независимо, и напряжений в целой модели от взаимных смещений стыкуемых точек элементов. Ниже рассмотрены условия правильной реализациистыкования элементов модели.

Так как при расчете напряжений и деформаций элементы модели рассматриваются как свободные, то для поверхностистыка (рис. I) должно быть $\bar{G}_2 = \bar{T}_{12} = \bar{T}_{23} = 0$. Тогда для деформаций точекстыка из закона Гука получим зависимости:

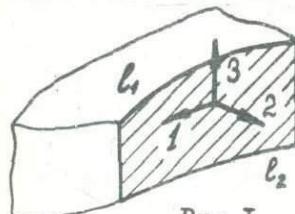


Рис. I.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\bar{G}_1 - \mu \bar{G}_3) + \alpha T, \quad \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E} (\bar{G}_1 + \bar{G}_3) + \alpha T;$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} (\bar{G}_3 - \mu \bar{G}_1) + \alpha T, \quad \delta_{13} = \frac{1}{G} \bar{T}_{13}.$$

Так как напряжения в составной модели зависят не от самих деформаций в элементах, а от разностей $\Delta \delta$ в соответственных точкахстыкуемых поверхностей элементов, то для правильного моделирования получаем следующие условия, которым должны удовлетворять скачки деформаций:

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\Delta \bar{G}_1 - \mu \Delta \bar{G}_3), \quad \Delta \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E} (\Delta \bar{G}_1 + \Delta \bar{G}_3), \quad (I)$$

$$\Delta \varepsilon_3 = \frac{1}{E} (\Delta \bar{G}_3 - \mu \Delta \bar{G}_1), \quad \Delta \delta_{13} = \frac{1}{G} \Delta \bar{T}_{13}$$

Для точек линий ℓ_1 и ℓ_2 контура сечений, принадлежащих ненагруженным поверхностям детали, имеется дополнительное условие $\bar{G}_3 = \bar{T}_{13} = 0$ и тогда на основании (I)

$$\Delta \varepsilon_2 = \Delta \varepsilon_3 = -\mu \Delta \varepsilon_1. \quad (2)$$

При решении соответствующих задач термоупругости для элементов выполнение условий (1) и (2) для точек поверхностей стыков модели необходимо, чтобы искомые напряжения были получены точно.

При практической реализации метода часто оказывается затруднительным или невозможным заморозить элементы модели с полями деформаций по стыкам, найденными по переменным полям температур для каждого элемента. Поэтому заданное поле температур стремится аппроксимировать ступенчатым, чему соответствуют легко реализуемые однородные деформированные состояния по стыкам элементов, а различия в температурных полях учитывают расчетом. Такой способ позволяет правильно решить задачу лишь в том случае, если имеется точное решение задачи термоупругости для поля температур, соответствующего разности заданного и ступенчатого. Как известно /1,2/, ступенчатое температурное поле создает разрывное трехмерное поле напряжений в зоне стыка, соответствующая задача теории упругости решена лишь для простейших случаев, и поэтому приходится использовать приближенное решение. Однако при суммировании напряжений, полученных по модели, с данными приближенного расчета, разрывное состояние не компенсируется и напряжения вблизи стыка не соответствуют искомым, причем эти отклонения весьма велики (часто являются максимальными в модели). Вместе с тем на практике, с целью получения элементов простейшей формы, стыки часто располагают в наиболее интересных, с точки зрения напряжений, местах по сопряжениям оболочек, пластин и т.п. В связи с этим представляется целесообразным выяснить условия, при которых эксперимент совместно с применяемыми приближенными расчетами будет соответствовать решаемой термоупругой задаче.

Часто расчет температурных напряжений и перемещений в элементах выполняется на основе пластин и оболочек и, следовательно, пренебрегают напряжениями G_3 (рис. I). В этом случае в модели для всей поверхности стыка должно выполняться условие (2) и тогда в стыке модели будут терпеть разрыв лишь напряжения G_1 . Если в направлении координаты I элементы не имеют свободного края, то по всему стыку скачок в напряжениях G_1 будет скомпенсирован напряжениями, которые находятся из расчета элементов как свободных, и значит все напряжения в стыке будут непрерывны. В частности, это справед-

ливо для осесимметричной задачи, которая ниже рассмотрена несколько подробнее.

В осесимметричных моделях основными видами расчленения на элементы являются разделение по круговой цилиндрической поверхности, (рис.2а), и сечения плоскостью, перпендикулярной оси модели, (рис.2б). В случае кругового цилиндрического стыка условия (2) выполняются, если стык выполняется по поверхности, которая в заготовке при замораживании была свободна от напряжений, как это показано на рис.3а, в противоположность тому, что дано на рис.3б. Тогда, как это следует из приведенных на рис.4а картины

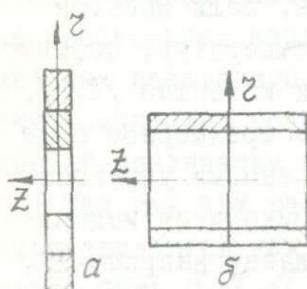


Рис.2.

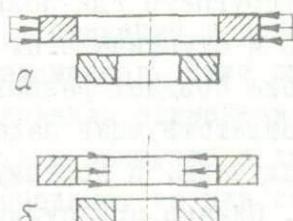


Рис.3.

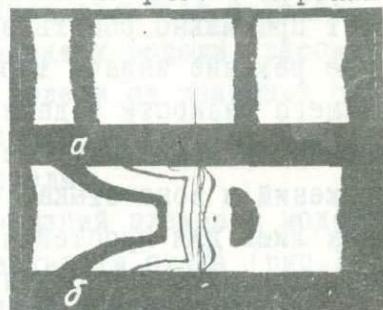


Рис.4.

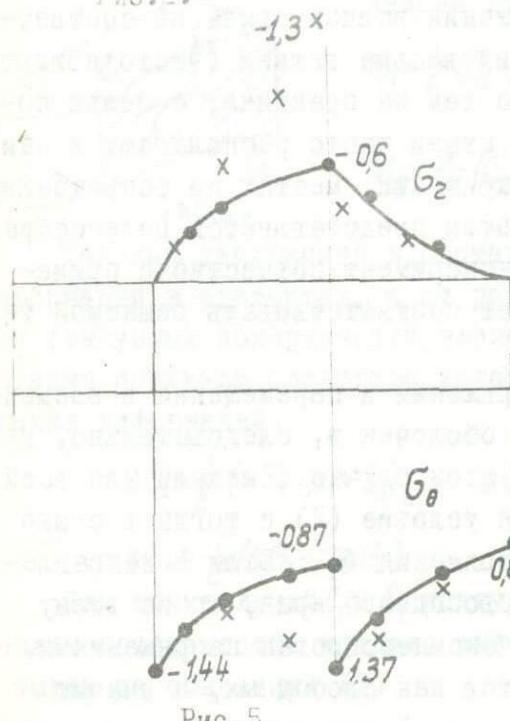


Рис.5.

полос в меридиональном срезе размороженной модели и эпюры напряжений (рис.5), полученных по модели (точки) и расчетом (сплошная кривая), в стыке напряжения σ_z и σ_g непрерывны, а скачок в напряжении σ_g соответствует расчету. Для сопоставления на рис. 4б и рис.5 приведены картины полос и эпюры напряжений (крестики) полученные при другом способе нагружения заготовки для элемента модели (рис.3б), когда условие (2) не выполняется. Видно, что вблизи стыка напряженное состояние разрывно и не соответствует применяемому в таких случаях расчету по формулам Ляме.

При плоском стыке (рис.2б) условия (2) не могут быть выполнены точно, так как не представляется возможным создать в заготовке элемента модели кольцевые деформации δ_θ и одновременно иметь в точках стыка $\delta_z = 0$. В этом случае возможно лишь приближенное моделирование – выполнение условий (2) для отдельных точек стыка. Так например, если заготовку для элемента модели выполнить с выступом и нагружать так, как это показано слева на рис.6а, то условие (2) выполняется для угловых точек стыка точно, а для промежуточных – приближенно, так как δ_z будет относительно мало. Соответствующие этому случаю картина полос (верхняя) в меридио-

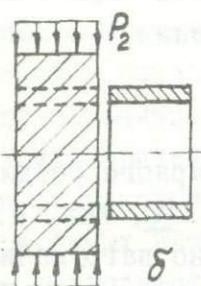
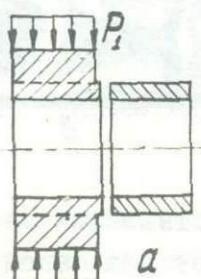


Рис.6.

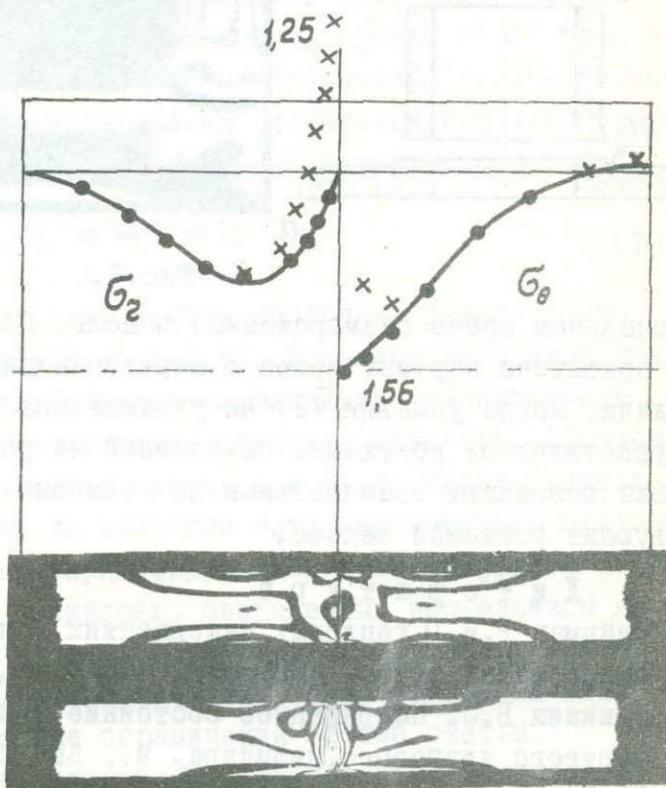


Рис.7.

нальном срезе размороженной модели и эпюры напряжений приведены на рис.7. Отметим практически полное совпадение данных, полученных на этой модели, с эпюрами напряжений найденных расчетом по формулам теории оболочек. Для сопоставления на рис.7 приведены картина полос (нижняя) и эпюры напряжений, полученные при способе

нагружения заготовки (рис.6б) обычно применяемом в таких случаях. Видно, что напряженное состояние (крестики) вблизи стыка является сложным (соответствует ступенчатому температурному полю) и, не соответствует данным расчета по формулам для оболочек.

В качестве примера, иллюстрирующего применение полученных выше результатов, может быть рассмотрена осесимметрическая задача о неравномерно нагретом патрубке с радиусным сопряжением трубы с пластиной. На рис.8а приведена схема расчленения на элементы и способ нагружения, а также соответствующая картина полос в меридиональном срезе размороженной модели. Для сопоставления на рис. 8б приведена картина полос в меридиональном срезе для такой же задачи, когда условия (2) не учитывались и нагружение заготовок осуществлялось по схеме, показанной на рис.6б. При этом в зоне стыка возникают значительные по величине напряжения, не соответствующие решаемой задаче.

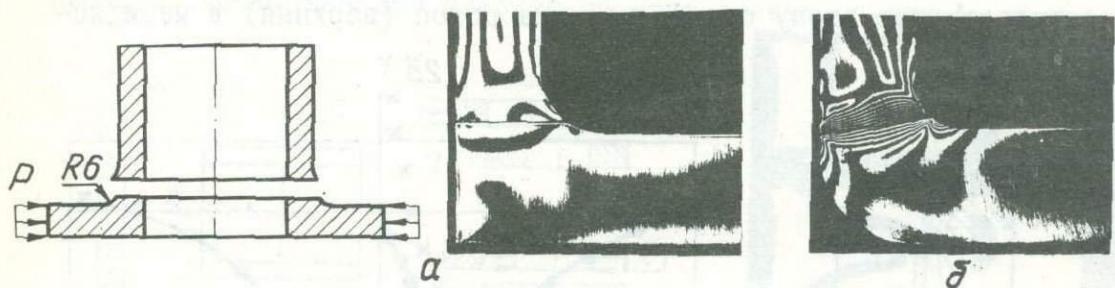


Рис.8.

диональном срезе размороженной модели. Для сопоставления на рис. 8б приведена картина полос в меридиональном срезе для такой же задачи, когда условия (2) не учитывались и нагружение заготовок осуществлялось по схеме, показанной на рис.6б. При этом в зоне стыка возникают значительные по величине напряжения, не соответствующие решаемой задаче.

Л и т е р а т у р а

1. Вейцман Р.И. О тепловых напряжениях вблизи сварного соединения разнородных труб. Прикладная механика, 1964, 10, вып. 4.
2. Никишин В.С. Напряженное состояние симметрично нагруженного упругого кругового цилиндра. М., Вычислительный центр АН СССР, 1965.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В КОРОТКОМ ТОЛСТОСТЕННОМ ЦИЛИНДРЕ ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ИОЛЯ

О.Е.Михальченко, В.Н.Савостьянов, Е.М.Шней (Москва)

Решение осуществляется с помощью метода "размораживания" свободных температурных деформаций в моделях из оптически-чувствительных материалов. В отличие от известного подхода /1,2/ предлагаемый способ позволяет решить некоторые трехмерные задачи термоупругости, не прибегая к "замораживанию" заготовок при всестороннем давлении. Определяются напряжения, вызываемые "единичными" тепловыми полями вида

$$T(z) = \begin{cases} 0, & a \leq z < z_i \\ T, & z_i < z \leq b \end{cases} \quad (I)$$

Использование принципа суперпозиции позволяет решать задачу в квазистационарной постановке /3,4,7,8/. Основные положения предлагаемого экспериментального способа определения температурных напряжений иллюстрируются на примере короткого цилиндра. Порядок проведения исследований остается неизменным и для более сложных конструкций. Способ основан на аналогии между напряженным состоянием толстостенного цилиндра при воздействии температурного поля вида (I) и напряжениями в цилиндрах, соединенных посредством натяга при одинаковой длине и соответствующих соотношениях диаметров сопрягаемых элементов. Доказательство тождественности этих задач не приводится вследствие ограничения объема статьи.

Рассматривается цилиндр длиной L с внутренними радиусом a и наружным радиусом b . Принято, что торцы цилиндра $z = \pm \frac{L}{2}$ теплоизолированы, $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$.

Экспериментальная схема приведена на рис. I. Модель изготавливается путем склейки элементов I и II. Элемент I вырезается из заготовки, предварительно "замороженной" при действии осевого усилия N и внутреннего давления q . Величины нагрузок определяются из условия на контактной поверхности $z_i = \text{const}$:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_z = \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_0 = \varepsilon'_0 + \varepsilon''_0$ и $\varepsilon_z = \varepsilon'_z + \varepsilon''_z$ (штрихом обозначены деформации, вызванные осевым растяжением; двумя штрихами - деформации от внутреннего давления); ε_{ij} - разность деформаций на контактных поверхностях цилиндров I и II.

Элемент II выполняется из заготовки, свободной от напряжений. В этом случае условие (3), невыполнимое вследствие равенства коэффициента Пуассона при "замораживании" 0,5, заменяется условиями (4,5):

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_z = \varepsilon_{ij} = \frac{\rho_i}{E} (1 - 2\mu), \quad (3)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_z = \frac{\rho_i}{E} (1 - \mu), \quad (4)$$

$$\varepsilon_z = -2 \frac{\rho_i}{E} \mu. \quad (5)$$

Давление P_i на заготовку заменяется действием N и q , соотношение между которыми, в соответствии с условиями (4,5), имеет вид:

$$N = \pi B^2 q. \quad (6)$$

При "размораживании" склеенной модели напряжения в ней определяются обычными способами поляризационно-оптического метода по известным зависимостям с учетом упрощений, характерных для осесимметричной задачи /5,6/.

Переход от напряжений в модели к напряжениям в натуре в соответствии с /1,4/ осуществляется по зависимости:

$$\bar{\sigma} = \frac{\alpha_{нат} \cdot E_{нат} \cdot T_{нат}}{B_i (1 - \mu_{нат})} \cdot \bar{\sigma}_{мод}. \quad (7)$$

Здесь: $\bar{\sigma}$ - один из компонентов напряженного состояния;

$B_i = \frac{N}{\pi(B^2 - q^2)}$ - напряжения в "замороженном" элементе модели, соответствующие свободным температурным деформациям в направлениях z и θ .

Зависимость (7) позволяет осуществить приближенный переход от напряжений в модели к напряжениям в натуре. Погрешность, вызываемая неравенством коэффициентов μ модели и натуры, сказывающуюся на характере распределения напряжений, следует оценивать в каждом

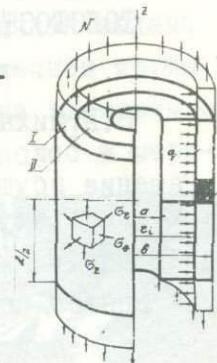


Рис.1

отдельном случае.

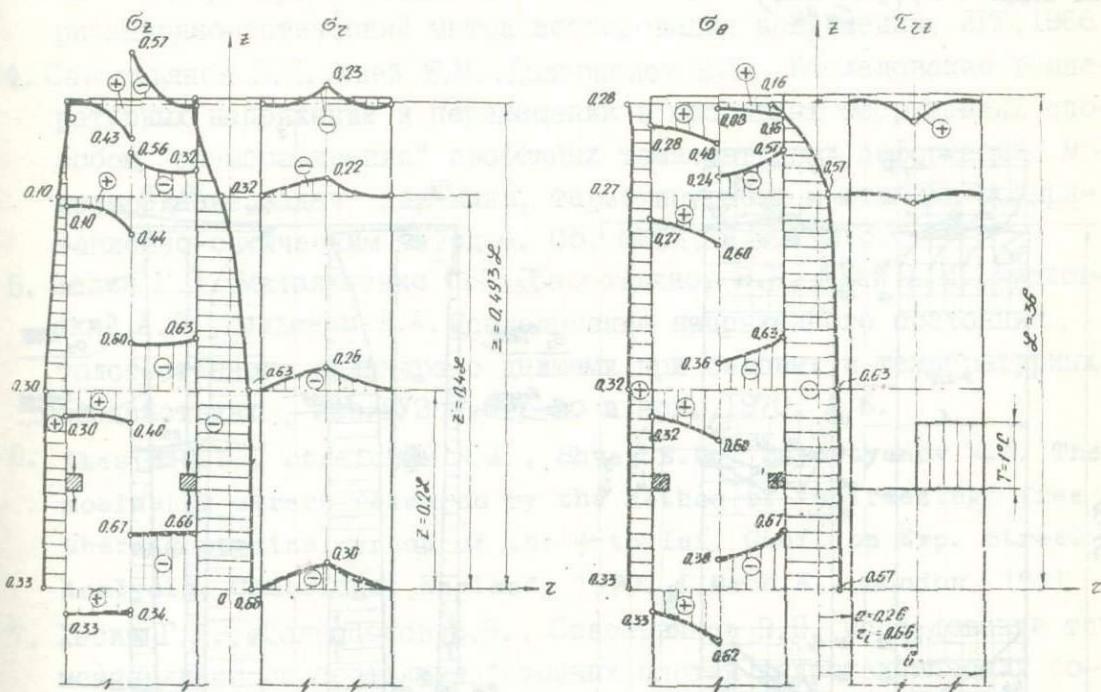


Рис. 2.

В качестве примера приводятся результаты испытания одной из моделей с соотношением размеров $a:b:\frac{1}{2}$, равным соответственно $1:5:15$, при действии температурного поля (I) при соотношении $\frac{z_i}{b} = 0,6$. На рис.2 приведены эпюры распределения компонентов напряжений σ_z , σ_{θ} и T_z в сечениях $z = \text{const}$ при $z = 0; 0,2; 0,4$ и $0,49$. Величины напряжений даются в долях $\frac{\alpha E}{1-\mu}$ при $T = 1^{\circ}\text{C}$. Сопоставление величин напряжений в сечении $z = 0$, полученных экспериментально, с напряжениями, вычисленными по известным зависимостям, показывает, что расхождение в сопоставленных величинах напряжений не выходит за пределы точности экспериментального метода.

По результатам испытаний серии моделей с различной величиной отношения $\frac{z_i}{b}$ построены (рис.3) номограммы зависимостей $\bar{\sigma} = f(z_i/b)$. Порядок построения номограмм и вычисление напряжений для любого заданного закона распределения температуры $T = T(z)$ подробно изложен в /3,6/. На рис.4 приведены результаты термоапре-

женного состояния полого цилиндра при действии температурного поля вида $T = T_0(1 - \frac{c_1 \ln \frac{r}{R_0}}{c_2 \ln \frac{R}{R_0}})$.

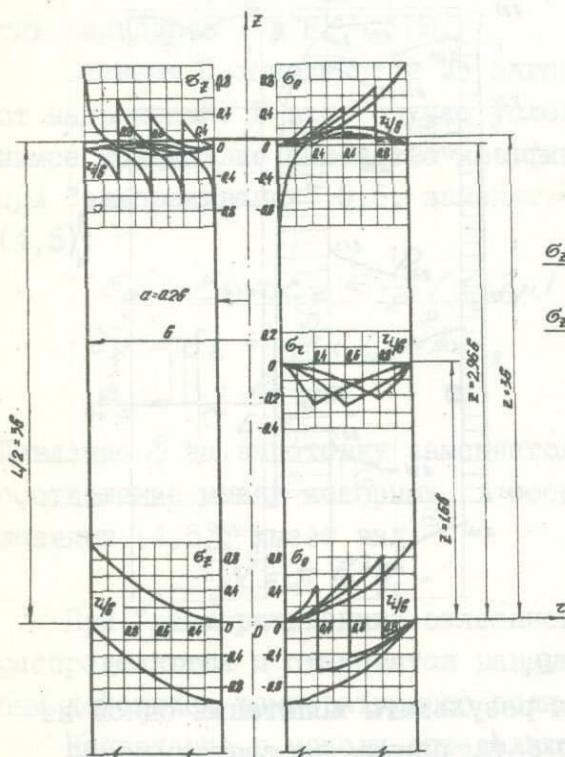


Рис. 3.

В сечении $z=0$ экспериментальные данные сопоставлены с расчетными (пунктир). Применение номограмм не ведет к ухудшению точности результата.

Л и т е р а т у р а .

1. Варданян Г.С., Пригородский Н.И., Моделирование термоупругих напряжений в поляризационно-оптическом методе. Изв. АН СССР ОТН, 1962 , № 4.
 2. Пригородский Н.И., Варданян Г.С., Методы определения термоупругих напряжений. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений. ЛГУ, 1966 .

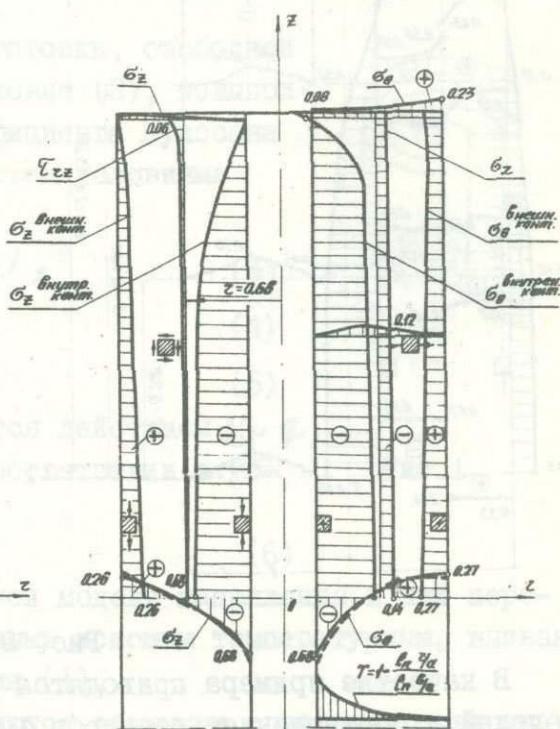


Рис. 4.

3. Маршак Ю.И., Савостьянов В.Н., Хесин Г.Л., Швей Е.М. Моделирование температурных напряжений в инженерных конструкциях. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений, ЛГУ, 1966.
4. Савостьянов В.Н., Швей Е.М., Долгополов В.В. Исследование температурных напряжений и перемещений в массивных сооружениях способом "размораживания" свободных температурных деформаций. Моделирование задач динамики, термоупругости и статики поляризационно-оптическим методом. Сб. МИСИ, 1970, №73.
5. Хесин Г.Л., Михальченко О.Е., Савостьянов В.Н., Швей Е.М., Дмоховский А.В., Ханышева Л.А. Исследование напряженного состояния толстостенного цилиндра с днищами при силовых и температурных воздействиях, Изв. ВУЗов, Стр-во и арх., 1970, № 6.
6. Khesin G.L., Strelchuk N.A., Shvey E.M., Savostyanov V.N. Thermoelastik stress research by the method of "unfreezing" free thermal strains. Proc. of the 4-th Int. Conf. on Exp. Stress Analysis, Cambridge, England, 1970. I. Mech. E., London, 1971.
7. Хесин Г.Л., Долгополов В.В., Савостьянов В.Н. Исследование термонапряженного состояния бетонных плотин гидротехнических сооружений методом фотоупругости. Гидротехн. стр-во, 1968, №6.
8. Долгополов В.В., Калиниченко Г.М., Савостьянов В.Н., Швей Е.М. Исследование термоупругих напряжений в массивных и облегченных строительных конструкциях поляризационно-оптическим методом. Сб. Моделирование строительных конструкций, Стройиздат, 1970.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗОНЕ СОЕДИНЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ С РАЗЛИЧНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ТЕМПЕРАТУРНОГО РАСШИРЕНИЯ

З.Э.Абдулалиев, Н.И.Пригородский (Москва)

При изменении температуры деталей, изготовленных из материалов с одинаковыми упругими характеристиками, но с различными коэффициентами линейного расширения α_i , в зонах их соединения возникают значительные температурные напряжения. Характерной особенностью напряженного состояния в зонах таких соединений является его трехмерность независимо от геометрии деталей и поверхностей соединения. Формулы для расчета напряжений существуют для отдельных простейших случаев; численное решение с применением ЭЦВМ может быть затруднительным.

Метод механического моделирования термоупругих напряжений при известном распределении температуры T с применением "замораживания" и "размораживания" элементов модели /1,2/ непосредственно применим и удобен для решения задач термоупругих напряжений в зонах соединения нескольких материалов. При решении таких задач деталь разбивается на элементы по поверхностям соединения различных материалов. Принимая величину "свободной" температурной деформации (деглатации) какого либо элемента за начало отсчета, подсчитывают разности "свободных" температурных деформаций в остальных элементах. Механическое воспроизведение и "замораживание" однородных полей деформаций, соответствующих этим разностям, обычно производят в заготовках элементов моделей при одноосном растяжении или сжатии (заготовки в виде призм) или при равномерном давлении, приложенном по цилиндрической поверхности (заготовки в виде толстых сплошных круговых плит). Элементы модели вырезают из средней области заготовок, в которых "заморожены" деформации. Склейвая элементы модели kleem холодного отверждения, получают заготовку модели, которой путем механической обработки придают требуемые размеры и форму. В процессе "размораживания" предварительно "замороженные" деформации перераспределяются и в модели возникают напряжения, соответствующие

определенным термоупругим напряжениям. Учет влияния краевого эффекта, а также контроль модели и данных измерений проводятся с использованием условий симметрии или дополнительной не напряженной модели. Порядок выполнения экспериментов остается обычным для объемных моделей по методу "замораживания", но при исследовании имеются некоторые приводимые далее особенности.

Оказывается возможным, как показано ниже, с использованием обычно применяемых эпоксидных материалов, имеющих при температуре

"замораживания" коэффициент Пуассона μ , близкий к 0,5, находить термоупругие напряжения в большом числе случаев деталей из различных материалов (рис. I). Напряженное состояние деталей типа а), б), г) и е), в которых различные материалы соединяются по плоскостям, не зависит от "свободных" температурных де-

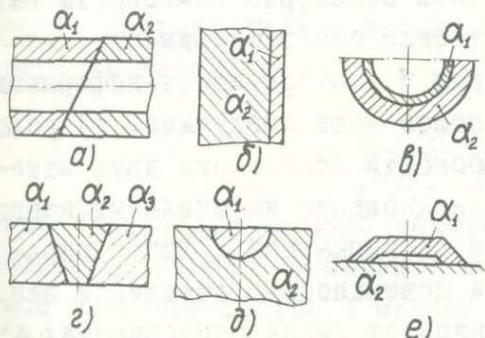


Рис. I.

формаций ее элементов в направлениях, нормальных этим плоскостям. Модели этих деталей можно изготавливать склеиванием их элементов по плоскостям, в которых "заморожены" однородные деформации. При изготавлении модели цилиндрического сосуда с тонкой наплавкой (рис. Iв) однородные по поверхности склейки деформации в элементе, соответствующем наплавке, достаточно точно создаются путем совместного действия внутреннего давления и осевого растяжения. При выполнении моделей деталей с включениями (рис. Id) необходимо поверхности элементов, в которых "заморожены" однородные деформации, располагать таким образом, чтобы было возможно с применением дополнительного эксперимента (или расчета) найти напряженное состояние, наложение которого исключает влияние получаемого в модели искажения "свободной" температурной деформации.

Наибольшие температурные напряжения возникают у поверхности соединения, где также весьма велики градиенты напряжений /3/, и у линии пересечения этой поверхности с поверхностью детали. Расположение срезов и субсрезов в "размороженной" модели выбирают такие

образом, чтобы определить все компоненты напряжений в этих зонах и найти общий характер напряженного состояния модели. Для определения компонентов напряжений срезы выбирают параллельно и по нормалям к поверхностям соединения элементов модели. Применяется нормальное и косое просвечивание срезов и, при необходимости, интегрирование уравнений равновесия для разделения главных напряжений.

При выборе расположения срезов и проведении измерений необходимо иметь ввиду, что в ряде случаев некоторые компоненты напряжений можно определить непосредственно без эксперимента, используя условия равновесия, симметрии и неразрывности деформаций. Эти условия и рассмотрение картин полос дают следующее: а) условие неразрывности деформаций по плоскости соединения двух материалов обеспечивается благодаря возникновению касательных напряжений в плоскости соединения в зоне, примыкающей к линии пересечения этой плоскости со свободной поверхностью детали, и эти напряжения быстро затухают с удалением от линии пересечения; б) при кососимметричном относительно плоскости соединения (нормаль по оси X) распределении термоупругих напряжений нормальные напряжения по площадкам, совпадающим с плоскостью соединения, равны нулю ($\sigma_x=0$) ; в) в плоскости соединения массивных частей из двух материалов в точках внутренней зоны, где по плоскости соединения касательные напряжения равны нулю, нормальные напряжения по всем площадкам, перпендикулярным плоскости соединения, имеют, как это можно показать, одинаковую величину $\sigma_y=\sigma_z=\mp(\alpha_1-\alpha_2)E_x \times T/2(1-\mu)$, где знаки - и + относятся, соответственно, к частям I и 2.

По напряжениям, измеренным на модели, определяют термоупругие напряжения в соответствующей натурной конструкции как это делается при исследовании напряжений от силовых нагрузок на объемных моделях с применением "замораживания". Имеющиеся теоретические решения показывают, что в значительном числе случаев распределение напряжений в зоне соединения двух материалов с одинаковыми упругими характеристиками, но с различными коэффициентами температурного расширения, не зависит от коэффициента Пуассона, но величины этих напряжений пропорциональны множителю $1/(1-\mu)$. В этих

случаях будет соблюдаться подобие полей напряжений модели и натуры. К ним относятся: зоны соединения, в которых имеется плоская деформация (широкие и длинные плиты, соединенные встык или в ус; круглые цилиндрические многослойные детали; массивные детали с наплавкой по плоскости); внутренние зоны соединения массивных частей, в том числе зоны с включениями; детали при полярно-симметричным распределении термоупругих напряжений (шар со сферическим включением; сферический многослойный сосуд); удаленные от контура зоны многослойных изгибаемых пластин. В этих случаях пересчет напряжений σ_M в модели на напряжения σ_H в натуре производится по формуле

$$\sigma_H = \frac{1-\mu_m}{1-\mu_h} \frac{E_h}{E_m} K \sigma_M , \quad (I)$$

где $K = E_h / (E_o)_m$ — масштаб моделирования деформаций, представляющий собой отношение "свободных" температурных расширений ϵ_h в каком либо элементе натуры к механически воспроизведенной и "замороженной" соответствующей деформации $(\epsilon_o)_m$ в том же элементе модели. Если для рассматриваемого случая не показано, что распределение термоупругих напряжений не зависит от величины коэффициента Пуассона, то формулу (I) следует рассматривать, как приближенную (при плоском напряженном состоянии в формулу для пересчета μ не входит).

Ниже приведен пример применения указанного метода для определения термоупругих напряжений в пластине из двух соединенных встык стальных частей I и 2 при $\alpha_1=15,3 \cdot 10^{-6}$ и $\alpha_2=10,3 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ и равномерном охлаждении на $T=100^\circ\text{C}$; $E=2,0 \cdot 10^6$ кг/см; $\mu=0,3$; размер пластины $160 \times 67,3 \times 15,2$ мм (см.рис.2). Примененный материал модели ЭД6-М имеет для температуры "замораживания" оптическую постоянную $\sigma_o^{(40)}=0,445$ кг/см и $E=270$ кг/см²; масштаб геометрического подобия принят равным 1,0. В одном из элементов модели механически создается деформация в пределах упругости $\epsilon_y=\epsilon_z=0,015=(\epsilon_o)_m$, соответствующая разности "свободных" температурных расширений $(\alpha_1 - \alpha_2)T$ в натуре.

Картина полос рис.2, полученная при просвечивании в направлении оси Z "размороженной" модели до её разрезки, соответствует средним величинам квазиглавных напряжений по линиям просвечивания

и отражает особенности распределения напряжений в зоне стыка. Эпюры τ даны для линий $Y=0$ (по средине пластины), $Y=-\delta$ (по краю) и $X=0$ (по стыку, левее). Из картины полос рис.2 можно видеть, что при имеющихся отношениях a/h и b/h наличие граней модели $X=\pm a$ и $Y=\pm b$ не сказывается на напряжениях в зоне стыка.

Измерения выполнены по срезам толщиной 0,4 мм при их прямом и косом просвечивании. На рис.3 указаны элементы основных срезов № 1

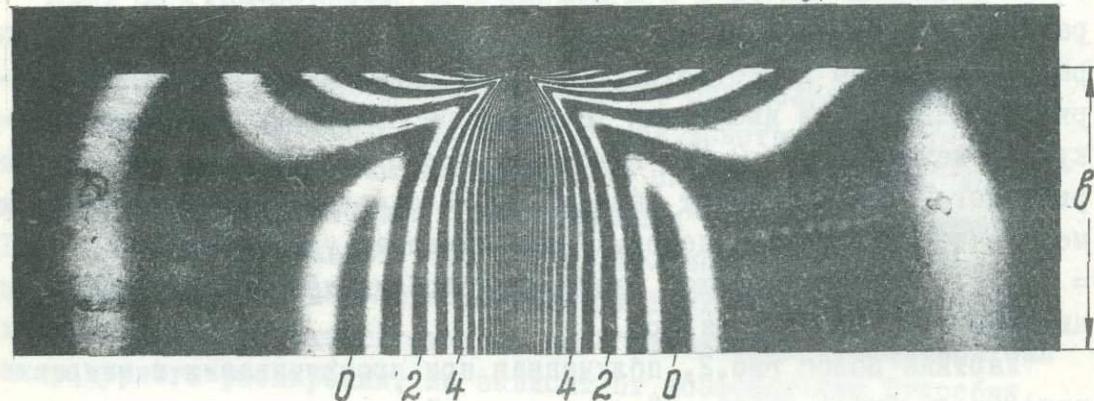
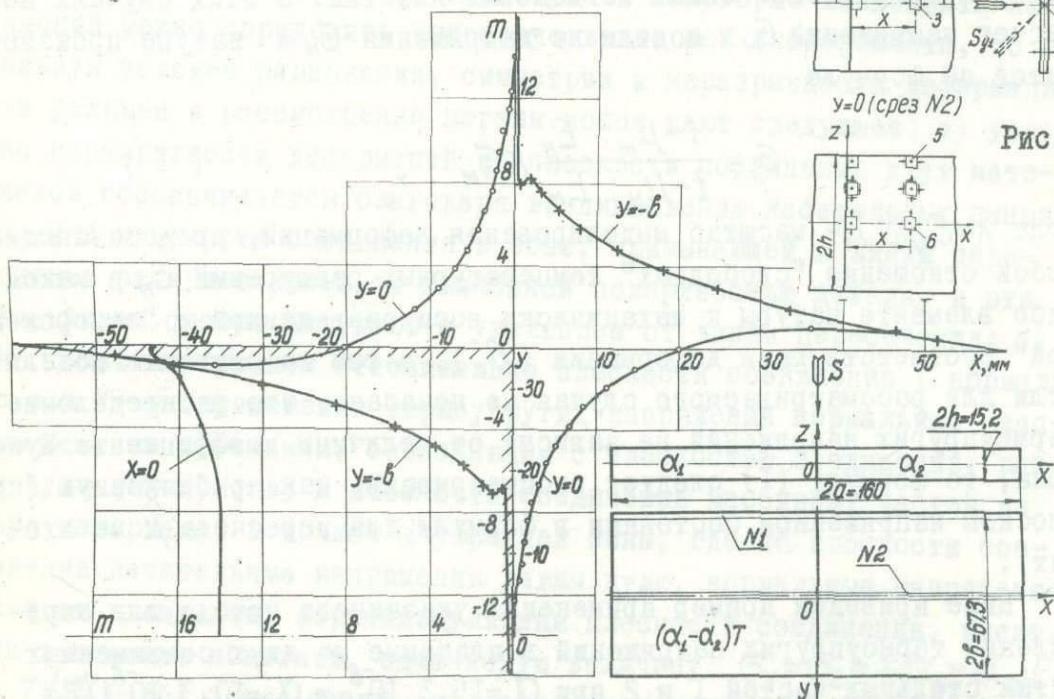


Рис.2



Рис.4

и № 2 рис.2 и компоненты напряжений, которые необходимо было определить путем измерений. В зависимости от характера напряженного состояния при определении компонентов напряжений было достаточно ограничиться прямым просвечиванием срезов с определением T и в других случаях кроме того было необходимо определять параметры изоклий или же параметры изоклин и производить косое просвечивание. Эпюры некоторых компонентов напряжений в срезах №№ 1 и 2 для точек 1,2,...,6 рис.3 приведены на рис.4. В эпюрах даны величины $G_x/E_m(E_0)_m$ и $G_y/E_m(E_0)_m$, которыми удобно воспользоваться при подсчете по формуле (I) напряжений для натуры. Например, для точки $X=0,75$ мм, $Y=0$, $Z=h/2$ по $G_x/E_m(E_0)_m=0,84$ при указанных выше величинах E, α, μ, T имеем $G_x=2 \cdot 500 \cdot 0,84 / (1-0,3) / (1-0,3)=600 \text{ кг/см}^2$.

Л и т е р а т у р а

1. Пригородский Н.И., Хуршудов Г.Х. и др. Сб. "Исследование напряжений и прочности реактора", Атомиздат, 1968.
2. Абдулалиев З.Э. Определение температурных напряжений. Заводская лаборатория, 1970, № 3, 347-349.
3. Вейцман Р.И. Концентрация напряжений вблизи стыка. Сб. "Исследование температурных напряжений". М., "Наука", 1971.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНО-ВРЕМЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ В СПАЕ СТЕКЛА С МЕТАЛЛОМ

С.М. Рехсон, И.Н. Дулькина, О.В. Мазурин (Ленинград)

Величина напряжений в спае стекла с металлом в значительной мере определяется режимом отжига. В настоящей работе предпринята попытка показать, что, используя простые экспериментальные средства, можно определить режим отжига, обеспечивающий получение требуемых напряжений в заданном интервале температур. Задачей работы является оценка эффективности целенаправленного изменения режима отжига как метода воздействия на напряжения. Рассмотрена пара, представляющая большой интерес для электровакуумной промышленности — стекло С48-І и ковар.

Для измерения напряжений использовали нагревательный поляриметр, изготовленный на основе полярископа-поляриметра ПКС-125. Оптическая схема прибора является стандартной, а нагревательная часть сконструирована специально. Печь электросопротивления с никромовой обмоткой на стальной трубке и минимальным количеством теплоизоляции позволяла изменять температуру со скоростью 30—40°/мин. и имела зону одинаковой температуры ($\pm 0,5^{\circ}\text{C}$) — 344 см. Чувствительная схема регулирования температуры (к стандартному терморегулятору с градуировкой ПП или ХА подключали 2-3 последовательно соединенные хромель-копелевые термопары и подавитель термоЭДС) обеспечивала постоянство температуры при изотермической выдержке в пределах $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$. Автоматическое изменение температуры в печи со скоростью, отклоняющейся не более, чем на 5 % от заданной, осуществляли с помощью регулирующего устройства РУ 5-01 м. Описанный нагревательный поляриметр отличается простотой конструкции и может быть изготовлен собственными силами даже в весьма скромно оснащенной лаборатории. В то же время оценка случайной ошибки измерений на приборе, проведенная статистическим методом, показывает, что прибор обеспечивает вполне удовлетворительную точность. Доверительный интервал единичного измерения двупреломления при доверительной вероятности 0,95 не превышает 3-5 нм. Конструкция нагревательного поляриметра более подробно описана в работе /I/.

Проблема выбора формы и размеров образцового спая хорошо разработана. В 1949 г. английским стеклотехническим обществом был опубликован отчет, который является итогом многочисленных исследований в этом направлении /2/. В отчете (над которым работало свыше 30 заинтересованных фирм) изложен стандартный метод определения напряжений в спаях стекла с металлом сандвичевого и бусинкового типов. В настоящей работе измерения выполнены на "сандвиче" (рис. I).

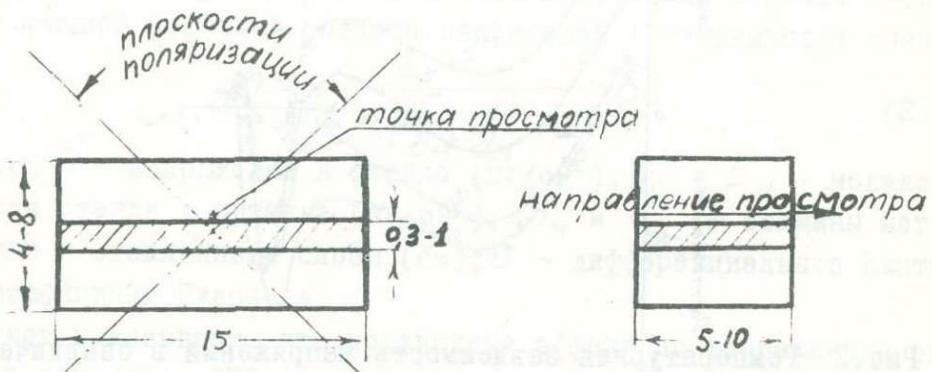


Рис. I Образцовый спай типа "сандвич".

Напряжения вычисляли по формуле:

$$\sigma = \frac{\Psi}{C} = \frac{\varphi \lambda}{180 \cdot C \cdot d}; \quad (I)$$

здесь σ - напряжение в $\text{кг}/\text{см}^2$, Ψ - двупреломление в $\text{нм}/\text{см}$, C - оптический коэффициент напряжения в $\text{см}^2/\text{кг}$, φ - угол поворота анализатора ($^\circ$), λ - длина волны света 546,1 нм., d - ширина спая (в направлении просмотра), см.

Никаких дополнительных исследований в части анализа напряженного состояния образцового спая и усовершенствования расчетных формул в данной работе не проводилось. Это объясняется тем, что задачей работы является изучение влияния тепловой обработки спая на напряжения в нем. Но т.к. стекло является линейным вязкоупругим телом, характер изучаемых закономерностей не зависит от величины напряжения.

Экспериментальные результаты

Рассмотрим, какие возможности имеются для изменения напряжений

в спае стекла С48-І с коваром путем изменения режима тепловой обработки. На рис.2 показаны результаты измерений, проведенных в процессе нагревания спая, предварительно охлажденного по тому или иному режиму.

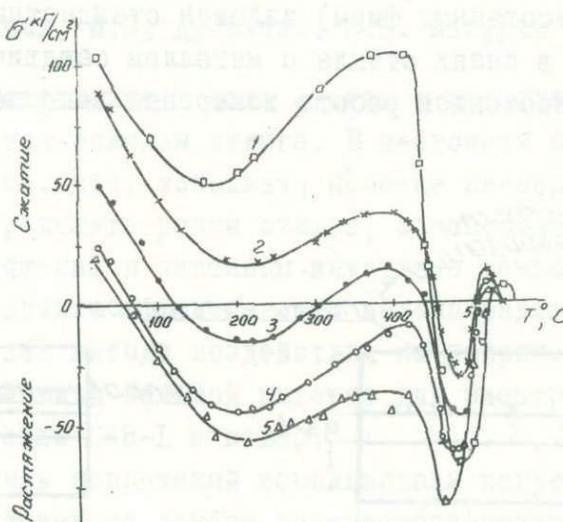


Рис.2 Температурная зависимость напряжений в сандвичевом спае стекла С48-І с коваром при нагреве со скоростью 2-3 °/мин.

Кривая 1 определена для неотожженного спая, после его изготовления на стеклодувной горелке. Кривую 3, полученную при нагревании спая, предварительно охлажденного также со скоростью 2-3°/мин., можно назвать "стандартной" поляриметрической кривой. Если в процессе предварительного охлаждения спай выдержать при 475° в течение 3 час., то поляриметрическая кривая нагревания смещается по сравнению со стандартной в область сжатия (см. кривую 2), и при комнатной температуре напряжения сжатия увеличиваются от 50 кг/см² до 90 кг/см². Если в процессе охлаждения спая его выдержать при 400° (4,5 часа) или при 440° (2,5 часа), то соответствующие поляриметрические кривые нагревания (кривые 4 и 5) смещаются в область растяжения. При этом при 200° напряжения растяжения по сравнению со стандартной кривой увеличиваются в 3-4 раза, а при комнатной температуре приблизительно в два раза уменьшаются напряжения сжатия.

Полученные закономерности могут быть легко объяснены на основе теории, изложенной в работе /3/.

Обсуждение результатов

Результаты настоящей работы свидетельствуют о том, что путем изотермической обработки спая при той или иной температуре легко обеспечить смещение поляриметрической кривой относительно стандартной на $+30 \pm -50$ кг/см². Определим, какому изменению КТР одного из спаиваемых материалов эквивалентен полученный эффект. Воспользуемся обычной формулой расчета напряжений в сандвичевом спае /4/

$$\sigma = \frac{E_c}{(1-\mu) \left(\frac{E_c}{E_M} \cdot \frac{d_c}{d_M} + 1 \right)} \delta; \quad (2)$$

здесь σ - напряжение в стекле (кг/см²), E_c и E_M - модули упругости стекла и металла (кг/см²), d_M и d_c - толщины металлического и стеклянного слоев (см), δ - дифференциальное сжатие, μ - коэффициент Пуассона.

Расчет показывает, что полученный эффект по напряжениям эквивалентен изменению КТР одного из спаиваемых материалов на $7-8 \cdot 10^{-7}$ град⁻¹.

Таким образом, методы направленного изменения режима отжига спаев позволяют сильно изменять положение температурной зависимости напряжений в спае и, соответственно, изготавливать надежные спаи из таких пар стекло-металл, напряжения в которых при обычных режимах отжига значительно превышают предельно допустимые.

Литература

1. Гинзбург В.А., Рексон С.М., Мазурик О.В. Поляриметр для измерения напряжений в стекле в широком температурном интервале, Электронная техника, серия I4 (материалы), в печати.
2. A Standard Method of Determining Stresses in Glass-to-Metal Seals of the Sandwich and Bead Types, Trans. Soc. Gl. Technol., 1949, 33, 77-81.
3. Рексон С.М., Мазурик О.В. Влияние тепловой обработки на напряжения в спаях стекла с другими материалами (качественный вариант теории). Электронная техника, серия I4 (материалы), в печати.
4. Рязанов Г.В. Поляризационно-оптический метод измерения напряжений в спаях стекла с металлом. Вопр. радиоэлектроники, 1963, серия I4, 9, II5-II9.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ТВЕРДОСПЛАВНОМ ГОРНОМ ИНСТРУМЕНТЕ

Ю.Ф.Литкевич /Новочеркасск/

Прочность горного инструмента и в частности дисковых шарошек, армированных твердым сплавом, характеризуется не только эксплуатационными напряжениями, являющимися результатом действия внешних нагрузок, но и внутренними, технологическими, возникающими в инструменте в процессе его пайки.

Поэтому, для успешного решения вопросов прочности дисковых шарошек, армированных твердым сплавом, необходимы исследования напряжений, полученных при совместном действии технологических и эксплуатационных нагрузок.

Применяемые теоретические и экспериментальные методы исследования эксплуатационных и технологических напряжений в твердосплавном инструменте / 1 / не позволяют выявить их распределение и концентрацию. Эти данные можно получить с помощью поляризационно-оптического метода, основные положения которого к настоящему времени разработаны достаточно полно и он, как показал анализ, до сих пор не был использован лишь потому, что отсутствовали разномодульные и различные по коэффициентам линейного расширения оптически-активные материалы и не была разработана методика моделирования, позволяющая изготавливать модели и проводить исследования напряжений при совместном действии на инструмент технологических и эксплуатационных нагрузок.

По методу расчленения тела / 2 / формула для расчета

напряжений, возникающих при пайке в биметаллической пластине, состоящих из разнородных материалов /рис.1а/, при решении задачи в интегральной форме имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma' &= \left[-\delta + \frac{R'_\delta}{R'_o} + \left(-\mu + \frac{R'_1}{R'_o} \right) \frac{1}{\rho} \right] \frac{E}{1-\mu}, \\ \text{где } R'_o &= \int_0^h \frac{E}{1-\mu} t dy, \quad R'_1 = \int_0^h \frac{E}{1-\mu} ty dy, \\ R'_\delta &= \int_0^h \frac{E\delta}{1-\mu} t dy, \quad R'_{\delta i} = \int_0^h \frac{E\delta}{1-\mu} ty dy, \\ R'_2 &= \int_0^h \frac{E}{1-\mu} ty^2 dy, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{-R'_\delta R'_1 + R'_{\delta i} R'_o}{(R'_1)^2 - R'_2 R'_o}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где E , μ и δ – соответственно модуль продольной упругости, коэффициент Пуассона и суммарные /тепловые и структурные/ относительные линейные расширения материалов составных частей биметалла.

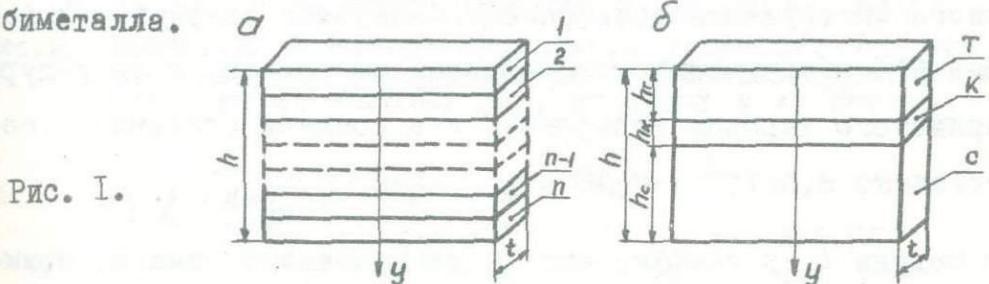


Рис. I.

Решение частного случая для пластины биметалла, состоящей из твердого сплава, припоя и стали З позволило разработать условия моделирования напряжений пайки в твердосплавном инструменте на прозрачных нагреваемых моделях из оптически-активных материалов. При этом расчет напряжений в инструменте-натуре, без учета структурных превращений в стали, производят по формуле:

$$\sigma_s'' = \sigma_s^M \frac{\alpha_s^H \Delta T_H E_s^H (1-\mu_s^M)}{\alpha_s^M \Delta T_M E_s^M (1-\mu_s^H)}, \quad (2)$$

/индексы: Н - натура, М - модель, S - та часть инструмента, в которой определяются напряжения/, что полностью соответствует формулам перехода в моделировании термоупругих напряжений на прозрачных нагреваемых или охлаждаемых моделях в случае плоского деформированного состояния /4/. Формула (2) справедлива лишь в том случае, когда модель инструмента изготовлена из таких материалов, для которых взаимное соотношение модулей продольной упругости, коэффициентов линейного расширения, геометрических параметров и коэффициентов Пуассона, будут равны аналогичным соотношениям для инструмента-натуры.

Модуль продольной упругости E^T и коэффициент линейного расширения α^T , наиболее часто применяемых для изготовления горного инструмента вольфрамо-кобальтовых твердых сплавов /типа ВК/ практически мало зависят от состава и структуры /зернистого карбида вольфрама/ и в среднем составляют соответственно $6,3 \cdot 10^6$ кг/см² и $4,5 \cdot 10^{-6}$ 1/град /1/.

Модуль E^C и коэффициент α^C легированных сталей, применяемых для изготовления горного инструмента практически не зависят от марки стали и в среднем составляют соответственно $2,1 \cdot 10^6$ кг/см² и $14,2 \cdot 10^{-6}$ 1/град , т.е. для твердосплавного инструмента соотношение модулей упругости и коэффициентов линейного расширения будут равны соответственно.

$$\frac{E^T}{E^C} = 3, \quad \frac{\alpha^C}{\alpha^T} = 3,1$$

/индексы: Т - твердый сплав, С - сталь/.

Следовательно, для изготовления моделей инструмента, необходимо иметь такие оптически-активные материалы, соотноше-

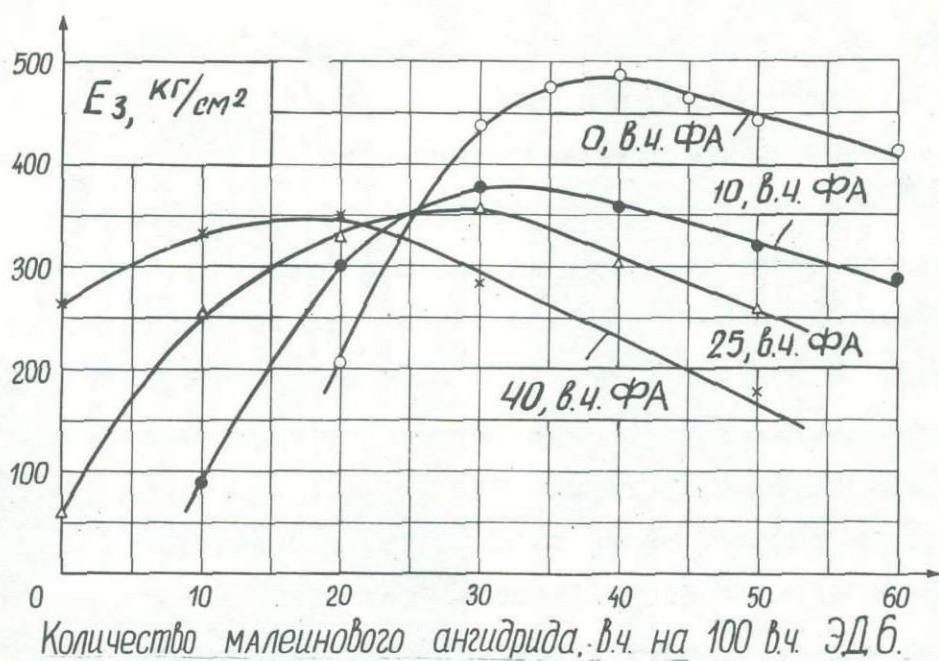


Рис.2. Зависимости модуля продольной упругости E_3 при температуре "замораживания" материалов ЭДБ-М-Ф от соотношения компонентов, входящих в их состав.

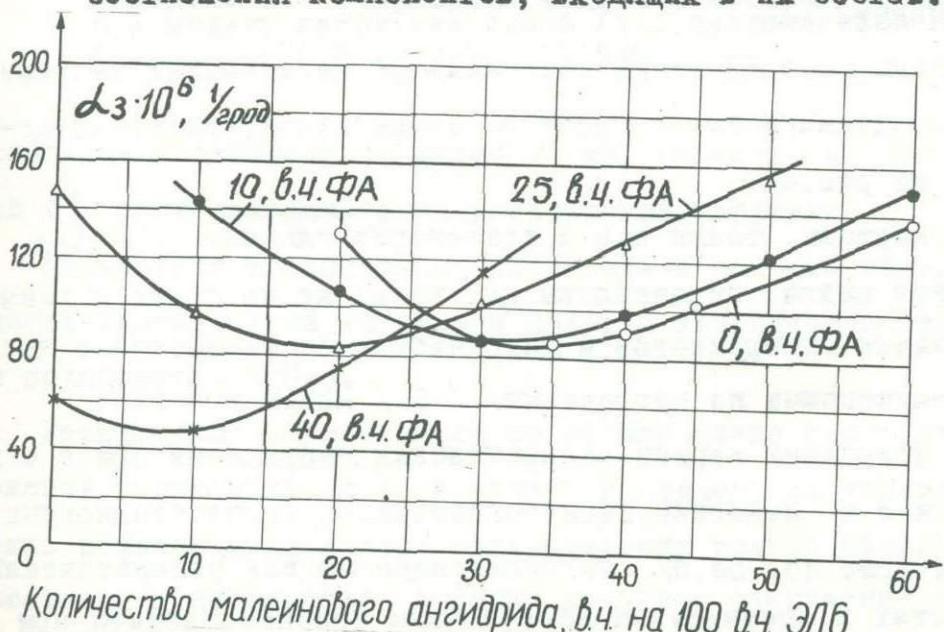


Рис.3. Зависимости коэффициента линейного расширения α_3 измеренного в интервале температур от комнатной до температуры "замораживания" материалов ЭДБ-М-Ф, от соотношения компонентов, входящих в их состав.

ние модулей продольной упругости которых было бы равно 3, соотношение коэффициентов линейного расширения - 0,31, а отношение величин, дополняющих коэффициенты Пуассона до единицы, в среднем составляли 0,93.

Результаты исследования механических свойств материалов в зависимости от соотношения компонентов, входящих в их состав, представлены графиками на рис.2 и рис.3.

Для моделирования твердого сплава был выбран материал ЭД6-М-Ф, в состав которого входит 100 в.ч./весовых частей/ эпоксидной смолы-ЭД6, 40 в.ч. фталиевого ангидрида-ФА и 10 в.ч. малеинового ангидрида-МА.

Условиям моделирования корпуса диска соответствует материал ЭД6-МТГФА, в состав которого входит 100 в.ч. эпоксидной смолы-ЭД6 и 40 в.ч. метилтетрагидрофталиевого ангидрида-МТГФ.

Модель изготавливали по технологии в соответствии с рекомендациями /5/.

Картинны распределения максимальных касательных напряжений τ_{max} , возникающих в процессе пайки инструмента, представлены на рис.4а.

Эти картины, также как и траектории главных σ_1 и σ_2 напряжений пайки, справедливы для таких же по форме и размерам реальных инструментов и находятся в соответствии с данными, полученными на нагреваемых / 3 / моделях.

Для получения картин распределения напряжений при совместном действии технологических и эксплуатационных нагрузок /рис.4б, 5а, б/, изготовленную модель устанавливали в терmostат и специальным нагрузочным приспособлением при температуре "замораживания" нагружали, в соответствии с

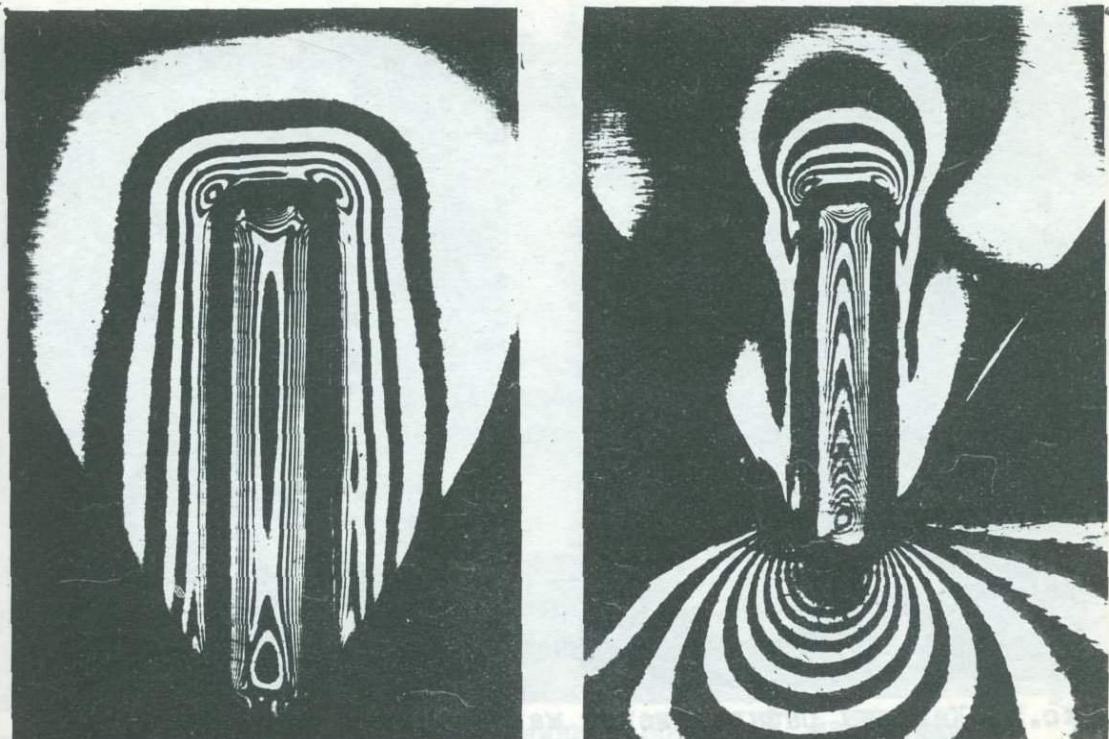


Рис.4. Картинь распределения максимальных касательных напряжений в модели инструмента, армированного твердым сплавом. а - напряжения технологические /от пайки/. б - модель нагружена силой P_y , направленной вдоль продольной оси твердого сплава.

условиями моделирования внешних сил, радиальной P_y и аксиальной P_x составляющими эксплуатационной нагрузки.

Дальнейшие исследования проводили с помощью поляризационно-проекционной установки ППУ-5 и координатно-синхронного поляриметра КСП-6.

Расшифровку осуществляли по методу счета полос без разделения напряжений, т.к. в задачу исследования входило получение величин и характера распределения только максимальных касательных напряжений, которые вызывают разрушение в инструменте и породе.

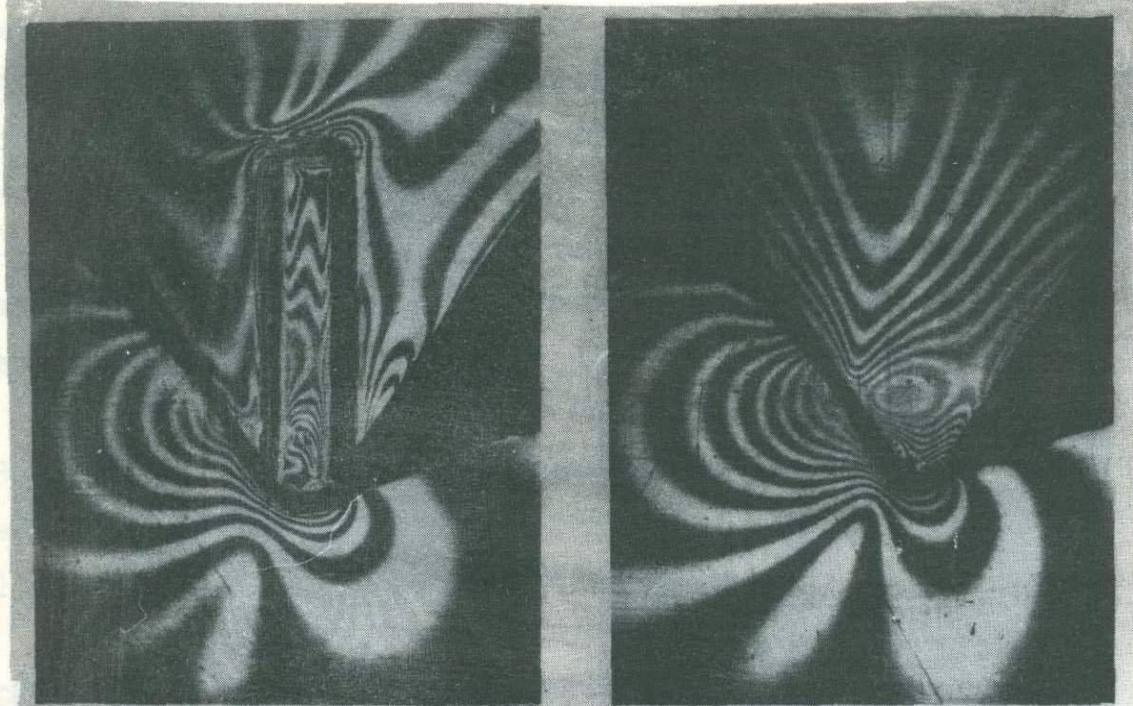


Рис.5. Картины распределения максимальных касательных напряжений в моделях, нагруженных взаимно перпендикулярными силами P_y и P_x ; а - модель инструмента армированного твердым сплавом; б - модель инструмента без армировки.

Л и т е р а т у р а

1. Арцимович В.Н., Патрикеева Э.М., Токарев И.А., Яновский И.И. Экспериментальный метод определения внутренних напряжений, возникающих при пайке разнородных материалов. Материалы семинара. Сборник I. Московский дом научно-технической пропаганды им. Ф.Э.Дзержинского. М., 1962.
2. Абрамов В.В. Исследование напряжений и перемещений методом расчленения тела (учебное пособие). Горьковский политехнический институт им. А.А.Жданова, 1960.
3. Михайлов В.Г., Гаращенко П.А. Исследование поляризационно-оптическим методом напряжений, возникающих в твердосплавном инструменте при пайке. Труды Новочеркасского политехнического института им. С.Орджоникидзе, 1968, 175.
4. Варданян Г.С., Пригородовский Н.И. Моделирование термоупругих напряжений в поляризационно-оптическом методе. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 4.
5. Фрохт М.М. Фотоупругость, т. I и II. ОГИЗ, 1950.

ВНУТРЕННИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ НА ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛАСТИН

Е.И.Верховский, Г.И.Епифанов (Москва)

Внутренние напряжения в тонких пленках, нашедших широкое применение в микроэлектронике, являются одной из причин снижения качества и уменьшения выхода годных приборов.

Если величина нормальных напряжений в пленке выше ее прочности, пленка растрескается в процессе формирования или вскоре после его завершения. При сильной связи и недостаточной прочности адгезионного слоя пластины, на которую проведено осаждение, напряжения приводят к отслаиванию пленки вместе с поверхностным слоем пластины.

В настоящей работе проводилось исследование природы напряжений и влияния физико-химических параметров высокотемпературного окисления на уровень напряжений в пленках окиси кремния SiO_2 .

При симметричном нанесении пленки в объеме пластины возникает равномерное поле напряжений. В этом случае напряжения в пленке σ_b могут быть определены по напряжениям в объеме σ из выражения

$$\sigma_b = \sigma \frac{t}{2 \cdot t(1-\mu^2)},$$

где t и t - соответственно, толщины пленки и пластины, μ - коэффициент Пуассона материала пластины.

Измерение напряжений в объеме кремниевых пластин производилось методом фотоупругости в ИК-области спектра /I/.

Высокотемпературное окисление кремния вызывает появление напряжений растяжения в пластине и сжатия в пленке. При растворении пленки, напряжения в объеме пластины уменьшаются до нуля, что свидетельствует о том, что напряжения вызваны не термической обработкой пластины, а обязаны взаимодействию кремния с выросшей на поверхности окисной фазой.

Эксперименты показали, что величины σ_b и σ зависят от температуры процесса окисления (рис. I), толщины пленки (рис. 2), скорости охлаждения до комнатной температуры (табл. I) и не зависят от состава окислительной атмосферы (табл. 2).

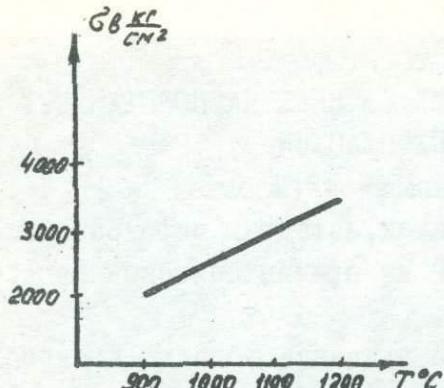


Рис.1. Зависимость напряжений σ_b от температуры процесса.

Табл.1. Зависимость напряжений σ_b от скорости охлаждения.

Температура: процесса °C	Скорость охлаждения: °C/мин	σ_b kg/cm²
1200	200	3500
1200	150	3350
1200	0,8	1700
1200	0,6	2000

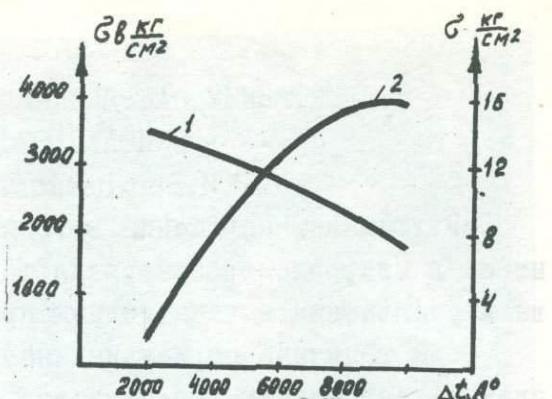


Рис.2. Зависимость напряжений σ_b (1) и σ (2) от толщины SiO_2 .

Табл.2. Влияние состава окислительной атмосферы на напряжения в пленке SiO_2 .

Температура: процесса °C	Состав	σ_b kg/cm²
1200	O_2	2050
1200	$O_2 + H_2O$	2150
920	H_2O	1450
920	$O_2 + H_2O$	1500

Результаты работы показали, что напряжения в рассматриваемой системе $Si - SiO_2$ вызваны разницей коэффициентов термического расширения пленки и пластины. Выравнивание КТР путем введения в пленку примесей Pb и P позволило выращивать ненапряженные слои SiO_2 . На основании проведенной работы были выбраны оптимальные технологические режимы и значительно улучшено качество ряда полупроводниковых приборов.

Описанным способом могут быть определены напряжения в пленках любого состава на поверхности пластин полупроводников.

Л и т е р а т у р а

- I. Никитенко В.И., Инденбом В.Л. Поляризационный инфракрасный микроскоп и его применение для исследования кремния. Заводская лаборатория, 1963, № 2, 222-225.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ПРОЗРАЧНЫХ МОДЕЛЯХ С ПОМОЩЬЮ АНАЛОГОВЫХ МЕТОДОВ

С.Д.Иванов, Г.В.Кашпаров, Г.Н.Чернышев (Москва)

Рассмотрено использование статико-геометрической аналогии [1] при исследовании методом фотоупругости температурных напряжений в оболочках с отверстиями. Фотоупругая модель при исследовании нагружается системой механических нагрузок:

$Z(x,y) = \Theta^{-1} D E \delta T(x,y)$; где δ - толщина оболочки, E - модуль упругости материала натуры; T - температура; D - цилиндрическая жесткость оболочки; Θ - размерный коэффициент [2]. Термоизмерение с внутренней поверхности отверстия моделируется моментом и силой, приложенных к жесткому включению в модель, имитирующему отверстие. Исследование напряженного состояния модели выполняется одним из известных приемов метода фотоупругости. Определив величины деформаций $e_{1,2}^{\Phi}$ и $e_{1,2}^{\Theta}$ соответственно в точках наружной и внутренней поверхностей фотоупругой модели, вычисляют величины температурных напряжений в изделии по формулам:

$$\sigma_{2,1} = \frac{\alpha E \Delta T}{4(1-\nu) \delta^2} \chi^2 \Theta (5e_{1,2}^{\Phi} + 7e_{1,2}^{\Theta}) \quad \text{на наружной поверхности},$$

$$\sigma_{2,1} = \frac{\alpha E \Delta T}{4(1-\nu) \delta^2} \chi^2 \Theta (-7e_{1,2}^{\Phi} - 5e_{1,2}^{\Theta}) \quad \text{на внутренней поверхности}.$$

Здесь α - коэффициент линейного расширения; χ - масштабный коэффициент; ν - коэффициент Пуассона.

Л и т е р а т у р а:

1. Гольденвейзер А.Л. Теория упругости тонких оболочек. М. Гостехиздат 1949 г.
2. Иванов С.Д., Чернышев Г.Н. Определение температурных напряжений в ортотропной пластине с отверстиями. Труды УП Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Днепропетровск 1970г.

У1. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

и сопротивлениям, а также определением коэффициентов линейных уравнений.

При решении задачи определяются напряжения в узлах и вдоль элементов.

При решении задачи определяются напряжения в узлах и вдоль элементов.

При решении задачи определяются напряжения в узлах и вдоль элементов.

При решении задачи определяются напряжения в узлах и вдоль элементов.

При решении задачи определяются напряжения в узлах и вдоль элементов.

При решении задачи определяются напряжения в узлах и вдоль элементов.

При решении задачи определяются напряжения в узлах и вдоль элементов.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВЯЗКО-УПРУГИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА МОДЕЛЕЙ ПРИ
ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Г.Л.Хесин, И.Х.Костин, А.В.Дмоховский, И.Г.Филиппов, С.З.Брук,
В.Н.Шлякин (Москва)

Применение метода динамической фотоупругости для исследования распространения волн в сплошных средах, наряду с разработкой вопросов теории подобия и экспериментальной техники, которые в настоящее время решены достаточно полно, связано также с решением ряда вопросов, обусловленных тем, что большинство оптически-чувствительных полимеров являются вязко-упругими телами.

I. Вопросы механо-оптических зависимостей в динамике уже рассматривались в том или ином виде в ряде работ /I+4/R. Миндлин /I/, исходя из предположения о несжимаемости материала и о совпадении направлений главных осей тензоров деформаций, напряжений и диэлектрического тензора, на примере четырехэлементной модели идеализированного вязко-упругого тела определил, что для линейной вязко-упругой среды основные уравнения фотоупругости

$$\sigma_1 - \sigma_2 = C_{\sigma}^{-1} \cdot \ddot{\epsilon}; \quad \epsilon_1 - \epsilon_2 = C_{\epsilon}^{-1} \cdot \ddot{\sigma}, \quad (1)$$

остаются в силе, если C_{σ}^{-1} и C_{ϵ}^{-1} являются дифференциальными операторами, зависящими от времени. Результаты Миндлина были обобщены В. Ридом /2/ на случай сжимаемых вязко-упругих сред. В работе /2/ в отличие от /I/ не накладывается ограничений на граничные условия, но решение получено в предположении о том, что инерционные члены в уравнениях движения малы и ими можно пренебречь. В силу такого предположения результаты Рида не применимы для исследования динамических задач при импульсивных нагрузках и в основном относятся к задачам ползучести. Среди работ данного направления следует отметить также работу Э. Диля /3/, в которой связь между оптическими и механическими свойствами материала представлена в интегральном виде, то есть если R_{ij} — девиаторная часть тензора преломления N_{ij} , а E_{ij} — девиаторная часть тензора деформаций, то

$$R_{ij}(t) = 2 \int_0^t \Phi(t-\tau) \frac{d\epsilon_{ij}(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad (2)$$

где $\Phi(t)$ -функция оптической релаксации. Данный подход предпочтительнее дифференциальной формы механо-оптических зависимостей, так как он точнее описывает поведение вязко-упругих материалов, потому что функция $\Phi(t-\tau)$ может быть определена непосредственно из эксперимента для данного полимера. Работы /1+3/ носят чисто теоретический характер без исследования полученных зависимостей для описания свойств конкретных вязко-упругих полимеров при динамических нагрузках.

Дальнейшим развитием идей Миндлина является работа Вильямса и Аренца /4/, в которой предлагается приближенный метод получения количественных результатов путем описания свойств материалов большим числом вязких и упругих элементов. Метод основан на применении приближенного обращения преобразований Лапласа и характерен тем, что он менее точен в любой отдельный момент времени, но зато позволяет получить приемлемые зависимости поведения материала в широком диапазоне времени. Для определения операторов, характеризующих свойства конкретных оптически-чувствительных полимеров в широком диапазоне времени загружения, авторами использовалась эмпирическая зависимость W.L.F. /4/ между скоростью деформации и температурой. Испытания свойств низкомодульного материала Хизол 8705 ($C_p = 70 \pm 80$ м/сек, $\nu \approx 0,5$) показали, что для времен загружения $\tau < 10^{-10}$ сек и $\tau > 10^{-2}$ сек. оптические и механические характеристики полимера практически постоянны. Метод тарировки, изложенный в /4/, имеет ряд указанных выше допущений, достаточно сложен и нуждается в проверке при непосредственном определении характеристик материала в случае импульсных нагрузок.

В ряде работ /5,6/ для некоторых оптически-чувствительных материалов динамическая тарировка проводилась приближенно, как для упругих материалов.

В работах /6,7/ обоснован и разработан метод определения рео-оптических и вязко-упругих характеристик стеклообразных полимеров. Для описания свойств большинства оптически-чувствительных полимеров в достаточной степени приемлемой оказывается теория линейной вязко-упругости. В этом случае связь между тензорами напряжений и деформаций может быть записана выражением

$$\sigma_{ik}(t) = \int_0^t L_{ikj}n(t-\tau) d\epsilon_{jn}(\tau), \quad (3)$$

или в скалярном виде

$$\sigma(t) = \int_0^t L(t-\tau) d\epsilon(\tau), \quad (4)$$

где $L(t-\tau)$ - некоторое ядро интегрального оператора. Если углы между главными осями тензоров напряжения, деформации и поляризации равны нулю, то для линейного вязко-упругого полимера аналогично (4) выражаются и механо-оптические связи:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{1}{d} \int_0^t C_\sigma^{-1}(t-\tau) \frac{dm(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad (5)$$

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = \frac{1}{d} \int_0^t C_\epsilon^{-1}(t-\tau) \frac{dm(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad (6)$$

где d - толщина образца. Функции C_σ^{-1} , C_ϵ^{-1} , имеющие размерность цены полосы соответственно по напряжениям и деформациям, представляют собой рео-оптические модули.

Из выражений (5), (6) по обобщенной теореме о среднем получим

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\bar{C}_\sigma^{-1}}{d} \cdot m(t); \quad \epsilon_1 - \epsilon_2 = \frac{\bar{C}_\epsilon^{-1}}{d} \cdot m(t), \quad (7)$$

где \bar{C}_σ^{-1} , \bar{C}_ϵ^{-1} - средние значения функций $C_\sigma^{-1}(t)$, $C_\epsilon^{-1}(t)$ в интервале $0 \leq t \leq \tau_0$ (τ_0 - длительность импульсной нагрузки).

П. Метод динамической тарировки стеклообразных полимеров основан на одновременном фиксировании в выбранных сечениях образца изменения порядков полос $m(t)$ и смещения $u(t)$ /6/ (рис. I). Скорости смещений $\dot{u}(t)$ определяются с помощью графического дифференцирования большого количества экспериментальных кривых $u(t)$.

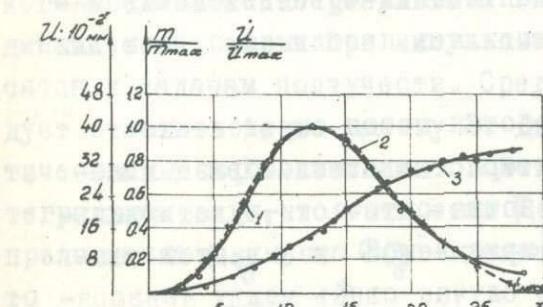


Рис. I. Распределение порядков полос m/m_{max} (кривая 1), скоростей смещений \dot{u}/u_{max} (2) и смещений $u(t)$ (3) в импульсе при взрыве заряда азота свинца весом $W=50$ мг на торце стержня.

Напряжения $\sigma(t)$ независимо от вида кривой $\sigma=f(\epsilon)$ связаны со скоростью смещения $\dot{u}(t)$ зависимостью

$$\sigma(t) = \rho \bar{C} \dot{u}(t), \quad (8)$$

которая совместно с графиком $\tau(t)$, дает возможность из (7) для одномерной задачи определять динамические значения цены полосы по напряжениям для любого момента времени.

В качестве основного параметра, с которым связывается изменение искомых величин \bar{C}_ε^{-1} , \bar{C}_e^{-1} , принятая скорость деформации $\dot{\varepsilon}$, определяемая по упрощенной зависимости

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\bar{C}} \cdot \frac{\dot{\tau}_{\max}}{t_h}, \quad (9)$$

где t_h - время нарастания скорости смещения до максимума (время нагрузки). Величина \bar{C}_ε^{-1} определяется по формуле:

$$\bar{C}_\varepsilon^{-1} = \frac{\rho \bar{C} \dot{\tau}_{\max}}{t_{\max}} \cdot d. \quad (10)$$

Аналогичным образом определяется \bar{C}_e^{-1}

Несмотря на изменение скорости деформации в широком диапазоне ($\dot{\varepsilon} = 200+2000 \text{ сек}^{-1}$), динамические значения коэффициентов пропорциональности \bar{C}_ε^{-1} , \bar{C}_e^{-1}

между оптическими и механическими величинами для исследованных материалов ЭД-6МА (рис.2) и ЭД-6МТГФА остается постоянными. Вывод о постоянстве динамических значений цены полосы по напряжениям и деформациям при длительности импульса $\tau_0=10^{-4}+10^{-5} \text{ сек.}$ находится в соответствии с результатами Теокариса /8/ для "жестких" полимеров на основе эпоксидных смол.

III. При оценке влияния вязких свойств на волновую картину поля напряжений, возможны два подхода: во-первых, анализ влияния вязких свойств материала по теоретическому решению для вязко-упругой среды при различных значениях параметров, характеризующих вязкость; во-вторых, сопоставление теоретических решений для упругой среды с результатами экспериментов на моделях из оптически-чувствительных материалов методом динамической фотоупругости.

В первом случае для теоретического анализа влияния вязких свойств материалов при распространении волн напряжений было полу-

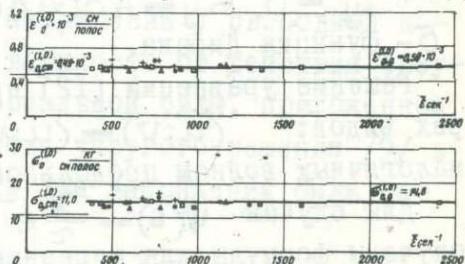


Рис.2

Чено общее решение задачи Лэмба для линейной вязко-упругой полу-
плоскости с Больцмановским соотношением напряжение-деформация об-
щего вида: $\sigma_x = P(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) + 2Q(\frac{\partial u}{\partial y}), \sigma_y = P(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) + 2Q(\frac{\partial v}{\partial x}), \tau_{xy} = Q(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}),$

где: $P\xi = \lambda\xi - \int_0^t \psi(t-\tau) \xi(\tau) d\tau, Q\xi = M\xi - \int_0^t \psi(t-\tau) \xi(\tau) d\tau; (II)$

$$\psi(s) = \int_0^\infty \alpha(\tau) e^{-\frac{s}{\tau}} d\tau; \psi(s) = \int_0^\infty \beta(\tau) e^{-\frac{s}{\tau}} d\tau; \alpha(\tau) > 0; \beta(\tau) > 0,$$

где ψ, α, β - ядра релаксации, а α, β - спектральные функции времен
релаксации.

Задача сводится к решению дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (I2)$$

удовлетворяющих условиям $(u, v) = 0$ при $t < 0$

$$\tau_{xy} = 0, \sigma_y = A \delta(x) \delta(t), v = 0,$$

б- функция Дирака.

Решение уравнений (I2) представляется в виде суммы волн
трех видов: $(u; v) = (u; v)^{(1)} + (u; v)^{(2)} + (u; v)^{(R)}$,
аналогичных волнам продольной, поперечной и Релея в упругой среде.

Для случая $\psi(s) = \frac{\lambda}{\tau} e^{-\frac{s}{\tau}}$; $\alpha(s) = \frac{M}{\tau} e^{-\frac{s}{\tau}}$
получены формулы для перемещений, скоростей перемещений и напря-
жений:

$$\dot{u}_{y=0}^{(1)} = \pm \frac{A \pi^{3/2} \sqrt{1-\eta}}{4 \pi \rho x^2 (\eta - \frac{1}{2})^3} e^{-\frac{t}{2\tau}} \left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{K^{(1)}}}{2\tau} + \frac{t}{\sqrt{K^{(1)}}} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{K^{(1)}}}{2\tau} \right); (x \geq 0) \quad (I3)$$

$$\dot{v}_{y=0}^{(1)} = \frac{A}{4 \pi \rho x^2 (\eta - \frac{1}{2})} e^{-\frac{t}{2\tau}} \left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{K^{(1)}}}{2\tau} + \frac{t}{\sqrt{K^{(1)}}} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{K^{(1)}}}{2\tau} \right); \quad (I4)$$

$$u_{y=0}^{(2)} = \pm \frac{4A(\eta-1)}{\pi \rho x^2} e^{-\frac{t}{2\tau}} \left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{K^{(2)}}}{2\tau} + \frac{t}{\sqrt{K^{(2)}}} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{K^{(2)}}}{2\tau} \right); \dot{u}_{y=0}^{(2)} = 0 \quad (I4)$$

$$u_{y=0}^{(R)} = \pm \frac{AF_1 e^{-\frac{t}{2\tau}}}{2M \sqrt{\pi \tau} G} \frac{(2t^2 - \frac{\rho x^2}{M\omega}) \operatorname{ch} \frac{\sqrt{K^{(R)}}}{2\tau} - 2t \sqrt{K^{(R)}} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{K^{(R)}}}{2\tau}}{\sqrt{\frac{\rho x^2}{M\omega}} \sqrt{\frac{1}{[K^{(R)}]^3}}}; (x \geq 0) \quad (I5)$$

$$v_{y=0}^{(R)} = - \frac{AF_2}{2M \sqrt{\pi \tau} G} \frac{2t \sqrt{K^{(R)}} \operatorname{ch} \frac{\sqrt{K^{(R)}}}{2\tau} + (2t^2 - \frac{\rho x^2}{M\omega}) \operatorname{sh} \frac{\sqrt{K^{(R)}}}{2\tau}}{\sqrt{\frac{\rho x^2}{M\omega}} \sqrt{\frac{1}{[K^{(R)}]^3}}},$$

$$K^{(1)} = t^2 - \frac{\rho x^2}{\lambda + 2M}; K^{(2)} = t^2 - \frac{\rho x^2}{M}; K^{(R)} = t^2 - \frac{\rho x^2}{M\omega};$$

$$\omega = [(0.87 + 1.12\nu)/(1+\nu)]^2; \nu = \lambda/[2(\lambda+M)].$$

При расчетах на ЭВМ варьировались значения времен релаксации τ .

Сопоставление теоретических решений для идеально упругой среды с результатами экспериментов на моделях из оптически-чувствительных материалов проводилось для ряда различных динамических задач.

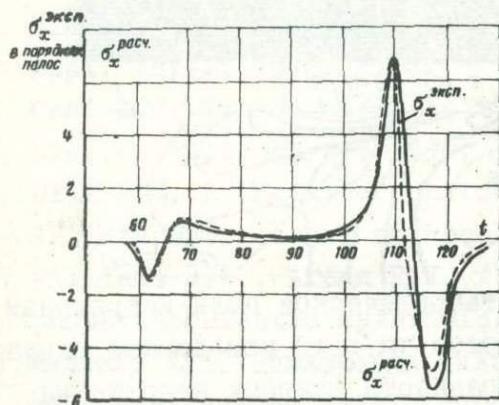


Рис.3. Сравнение теоретических и экспериментальных контурных напряжений $\sigma_x(t)$ на свободной поверхности пластины при взрыве накладного заряда.

В плоской задаче Лэмба исследовалось волновое поле напряжений у свободной поверхности от действия треугольного импульса сосредоточенной нормальной силы, приложенной на границе полуплоскости [7]. На основе упругого решения [9] в случае треугольного импульса нагрузки для напряжений была получена следующая зависимость:

$$\sigma = \frac{1}{T} \delta^0(t) - \frac{T_2}{T_1(T_2-T_1)} \delta^0(t-T_1) - \frac{1}{T_2-T_1} \delta^0(t-T_2), \quad (16)$$

где T_1 - время нарастания нагрузки; T_2 - длительность импульса; $\delta^0 = \int_0^t \sigma \delta t$; $\sigma \delta$ - напряжения для воздействия вида:

$$\sigma_y|_{y=0} = -\frac{q}{\pi} \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + \omega^2} H(t); \tau_{xy}|_{y=0} = 0; H(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

Параметры расчетного импульса выбирались на основании данных эксперимента.

Как видно из рис.3,4, картины распределения напряжений вблизи свободной поверхности, полученные экспериментально на моделях из материалов на основе эпоксидных смол и теоретически из решения в линейно-упругой постановке, хорошо совпадают. Следует отметить совпадение не только относительных амплитудных величин напряжений, но и характера их распределения во времени.

Несмотря на различные законы затухания напряжений с расстоянием, картины распределения напряжений в задаче Лэмба, полученные методом динамической фотоупругости и из теоретического решения в линейно-упругой постановке, для каждого фиксированного

расстояния хорошо совпадают.

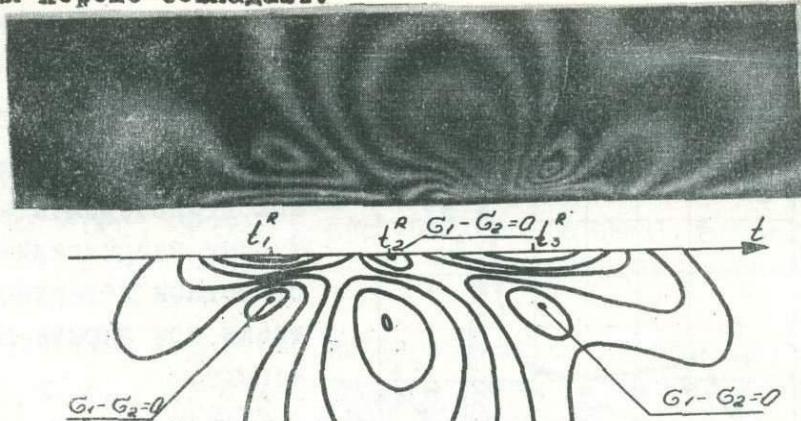


Рис.4. Экспериментальное и теоретическое поля напряжений в волне Релея: а) картина полос $\tau(y,t)$ при взрыве накладного заряда ВВ; б) картина разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2 = f(y,t)$ при действии треугольного импульса сосредоточенной нормальной силы.

В более общей форме можно сказать, что независимо от характера затухания волны рассматриваемого типа, то есть независимо от свойств вязкого сопротивления двух сред, относительные величины напряжений в некоторой области будут одинаковыми, если размеры ее таковы, что она расположена в зоне с малым градиентом изменения амплитуд кривой затухания.

В условиях плоской задачи методом динамической фотоупругости исследовалась также концентрация напряжений около круглого отверстия при воздействии плоской волны давления /7/.

Экспериментальные значения максимальных коэффициентов концентрации напряжений $K\sigma$ хорошо совпадают с теоретическим решением в идеально-упругой постановке, полученным для модельного импульса давления с помощью интеграла Диамеля /7/.

Проведенный анализ двух волновых задач подтвердили сделанное выше предположение о том, что динамический коэффициент концентрации напряжений в рамках введенных ограничений не зависит от общего закона затухания в вязко-упругом материале и близок к упругому решению.

Модели из высокомодульных материалов типа ЭД-6МА могут использоваться с некоторым приближением для решения многих задач

при исследовании упругих волн напряжений методом динамической фотоупругости.

Л и т е р а т у р а

1. Mindlin R.D. Mathematical theory of photo-viscoelasticity. *J. Appl. Phys.*, 1949, 2, 2.
2. Read W.T. Stress analysis of compressible viscoelastic materials. *J. Appl. Phys.*, 1950, 21.
3. Dill E.H. A theory of phototermoviscoelasticity. *Proc. of the IV Internat. Congr. on Rheology*, 1963, part 2.
4. Williams M.L., Arenz R.J. The Engineering analysis of linear photoviscoelastic materials. *Exp. Mech.*, 1964, 4, №9, 249-262.
5. Малышев Л.К. Демонстрация фильма распространения волн напряжений, полученного высокоскоростной кинокамерой СФР. Успехи научной фотографии, М., "Наука", 1964.
6. Хесин Г.Л., Костин И.Х., Шлякин В.Н. Оптико-механические характеристики оптически-чувствительных материалов при импульсивном загружении. Сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", М., "Наука", 1965.
7. Хесин Г.Л., Стрельчук Н.А., Костин И.Х. и др. Моделирование задач динамики, термоупругости и статики поляризационно-оптическим методом. Сб. тр. МИСИ №73, 1970.
8. Theocaris P.S., Hadjijoseph Chr. Viscoelastic behaviour of plasticized epoxy polymers. *Proc. of the IV Internat. Congr. on Rheology*, 1964.
9. Климова Д.Н., Огурцов К.И.. Количественные оценки упругих волн напряжений в плоской задаче Лэмба, Сб."Исследования по упругости и пластичности", Изд.ЛГУ, № 5, 1966.

A PHOTOELASTIC STUDY ON SHORT BEAMS
SUBJECTED TO TRANSVERSE IMPACT

M.Tschinke (Palermo)

I n t r o d u c t i o n

Impact on beams has been studied theoretically already by Cox (1849) and de St. Venant (1889). Experimental stress analysis has recently given us the means to verify the theory and many authors have engaged in this task / 1, 2 /.

On the other hand experimental and theoretical stress analysis has shown that Hooke's law is no longer applicable to structural materials when the load is rapidly changing. According to Kolsky / 3 / there are two different types of inelasticity. This makes calculations more difficult and also reduces the validity of experimental work on models, at least as long as models are made of a material which behaves differently from the real material. Photoelasticity may introduce more errors, since it uses experimental constants also dependent on the load rate. Nevertheless many researchers still use photoelasticity and low-modulus model materials to study impacts, and they find convincing arguments to defend the validity of their findings / 4,5,6 /.

C l a s s i f i c a t i o n o f i m p a c t s

According to Kuske's well-known classification / 7 / one can have q u a s i - s t a t i c (impact duration t_o larger than the period of natural vibration t_1 of the body), v i b r a t i o - n a l ($t_o \approx t_1$) and d y n a m i c ($t_o \leq$ the time t_2 the stress wave needs to travel across the body; usually t_2 is much smaller than t_1) impacts.

It can be shown that the impacts are the more "dynamic" the smaller the impacting mass is in relation to the mass of the

body and the lower the E modulus of the body, wave propagation velocity being proportional to \sqrt{E} . The same impact may therefore be dynamic on a photoelastic material model and quasi-static on the steel prototype. This means that machine parts made of traditional materials stand little chance of ever being subjected to truly dynamic impacts and that therefore it will usually be sufficient for machine designer to consider only the first two types of impacts.

In the present work we have $t_0 \approx 2$ ms, $t_1 \approx 8$ ms and $t_2 \approx 0.5$ ms, the impacts are therefore approximately halfway between the vibrational and the dynamic sort.

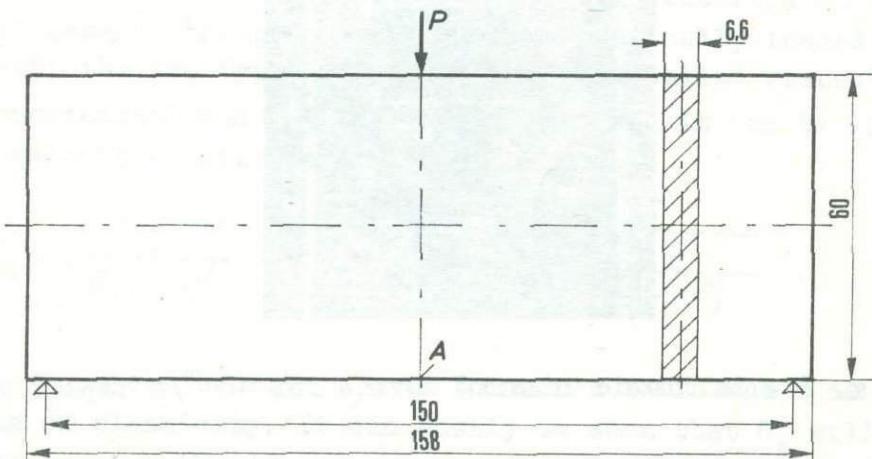


Fig. 1 - Geometry and dimensions of the models

Experimental set-up

The model, shown in Fig. 1, was cut from a sheet of Hysol 4485, a urethane rubber compound having a modulus of 31.2 Kg/cm^2 . The weight of the model without hole was 67.8 g. The impacting mass was a steel ball with a diameter of approx. 11 mm, weighing 5.57 g. The mass ratio is thus 0.082.

Impact velocities from 3 to 35 m/s were obtained by various means. Up to 6 m/s the ball was allowed to fall freely from diffe-

rent heights. Two separate ballistic loading devices (Fig. 2) were used to obtain the higher velocities. Priming charges for shotgun shells furnished the rapid rise of pressure needed to propel the ball. The charges were exploded mechanically using an electromagnetic trigger.

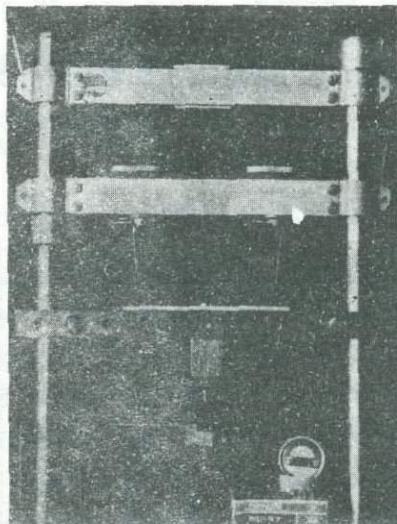


Fig. 2 - Ballistic loading device for 18 m/s impact velocity

PART I SEMIINFINITE PLATE

Immediately after the beginning of the impact and before the stress waves have reached the opposite boundary, loading conditions are practically identical to those of a semiinfinite plate dynamically loaded perpendicularly to the boundary.

This condition has been studied by several authors using different experimental techniques. Among those who have used photoelastic techniques we here quote Lange and Habbel / 8 / who have obtained mostly qualitative results in 1959, Dally, Durelly and Riley / 9 / who have worked only with explosive loads, and Flynn and coworkers / 10, 11 / who have examined both mechanical and explosive loads and who have separated the principal stresses, but have not given particular attention to

the influence of the impact velocity.

F r i n g e p r o p a g a t i o n v e l o c i t y

From the theory of stress propagation in solids / 12, 13 / it is known that a rapidly changing load will cause a disturbance in a solid which will propagate with one of the two distinct velocities. If the disturbance is purely dilatational (irrotational), it will move at the first (higher) velocity. On the other hand, if it is purely distortional (equivoluminal) it will move at the second velocity. The two types of disturbance are usually both present and each will move at its own velocity. In the special case of the plane plate being dynamically loaded on a boundary, the two types of disturbance are called respectively the longitudinal and the transverse wave and it can be shown that their velocities will be

$$(1) \quad C_L = \sqrt{\frac{E}{2(1+\mu)\rho}} \quad \text{and} \quad C_T = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}},$$

where ρ is the density, μ is Poisson's ratio and E is the modulus of elasticity. It can easily be seen that C_L will always be greater than C_T .

Meyer, Nagamati and Taylor / 14 / have shown that C_L must be equal to the propagation velocity of the zero-order fringe, while higher-order fringes will move at lower velocities. The material used has $E = 31.2$ Kg/cm, $\mu = 0.463$ and a specific weight $\gamma = 1.080$, consequently one finds $C_L = 60.11$ m/s. Manzella / 4 / has measured the propagation velocities of the 0.5, 1.5, 2.5 order fringes, has obtained the zero-order velocity by extrapolation and has found it to be very near to the theoretical value for low-impact velocities (about 0.64 m/s).

In the present investigation it has been found that, even for the lowest impact velocities studied (about 3 m/s), the fringes propagate in the direction in which the load has been applied with velocities higher than the theoretical value of C_L ,

calculated on the ground of the statical value of E.

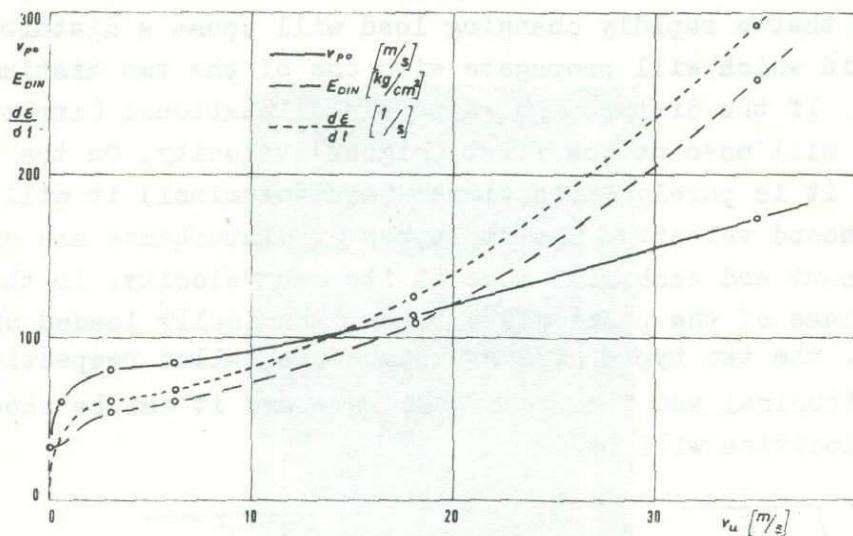


Fig. 3 - Zero-fringe propagation velocity (v_{p0}), dynamic modulus (E_{DIN}) and strain rate ($\frac{d\epsilon}{dt}$), all vs. impact velocity

The propagation velocities of the zero-order fringe, obtained by the same method as used by Manzella, are shown in a graph (Fig. 3) vs. impact velocities. Their values must depend on variations of the modulus of the material with respect to its static value. From eq. 1 it is possible to calculate the values of E_{DIN} for the different impact velocities. They are also shown in Fig. 3.

Dally, Riley and Durelli / 15 / have studied the dependence of E from the strain rate and have found that for values of $\frac{d\epsilon}{dt}$ greater than 40 this dependence is linear. By extrapolating their results, the values of $\frac{d\epsilon}{dt}$ near the point of impact have been plotted vs. impact velocities in the same Fig. 3. Owing to the type of load used it would have been difficult to obtain these values by other means.

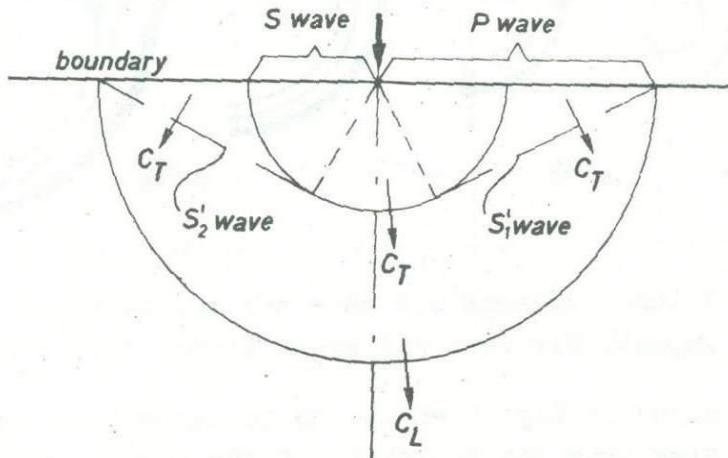


Fig. 4 - Position of stress waves during the impact according to Durelli and Riley / 9 /

Shape of the isochromatic fringes

During this first phase of increasing load the two different stress waves, according to Durelli and Riley / 13 /, are positioned as in Fig. 4, with the S wave (transverse) still completely "covered" by the faster P wave (longitudinal). It must be noted that the P wave is due to a radial displacement of particles, which is quite uniform, while the S wave is due to a less uniform circumferential displacement of particles. The P wave also generates two secondary distortional waves S'_1 and S'_2 as it runs along the boundary, which superimpose on the two primary waves. All this leads to the conclusion that the 0.5 order isochromatic, the first visible one in our case, will closely follow the shape of the P wave, except near the boundary, where it will be influenced by the presence of the S waves. The higher-order isochromatics will more and more be influenced by the S and S' waves.

It has been found that the shape of the isochromatics changes with the impact velocity. For slow impacts the shape closely resembles the Hertzian pattern, from which it differs more and more for increasing impact velocities.

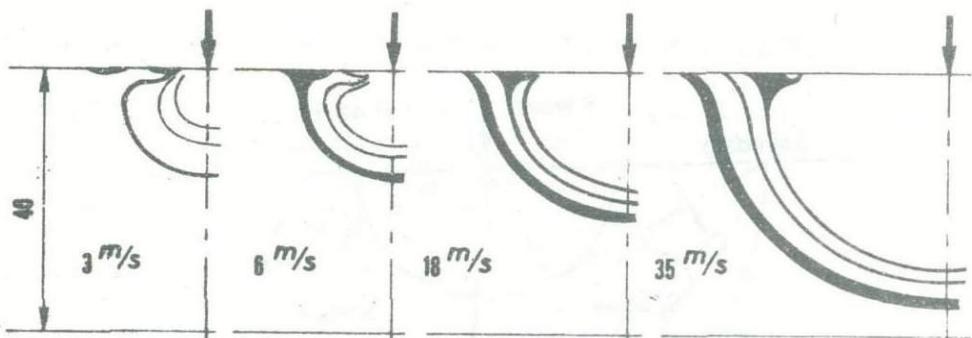


Fig. 5 - Fringe patterns 0.2 ms after the beginning of the impact, for four different impact velocities

This is shown in Fig. 5 where the isochromatics can be seen at the same time from the beginning of the impact, for different impact velocities. For slow impacts, the 0.5 order fringe is pear-shaped and on the boundary there are small 0.5 order fringes not connected with the main one and probably containing an isotropic point. For higher impact velocities, the isotropic point, now more visible, is at first joined and then overtaken by the 0.5 fringe. It can also be seen that the fringes which have overtaken the isotropic points become bell-shaped. This can be explained by the presence of the S' waves near the boundary. While the fringes propagate with velocities increasing with the impact velocity, the isotropic points seem to move at a fixed velocity. This will be further illustrated in Fig. 12.

The ratio a/b of the two axes of a fringe, not considering the distortion near the boundary, has been used in order to express by numbers the shape of the fringe. Values of a/b are shown in Figs 6 and 7 respectively as a function of the impact velocity and as a function of time. In the second case (Fig. 7), the plotted curves refer to the lowest and the highest impact velocity used.

From Fig. 6 it can be seen that for slower impacts the values of a/b of the different fringes tend to be more distant from each other, since the fringes also tend to be more distant from each other. For static conditions the ratio a/b tends to assume for

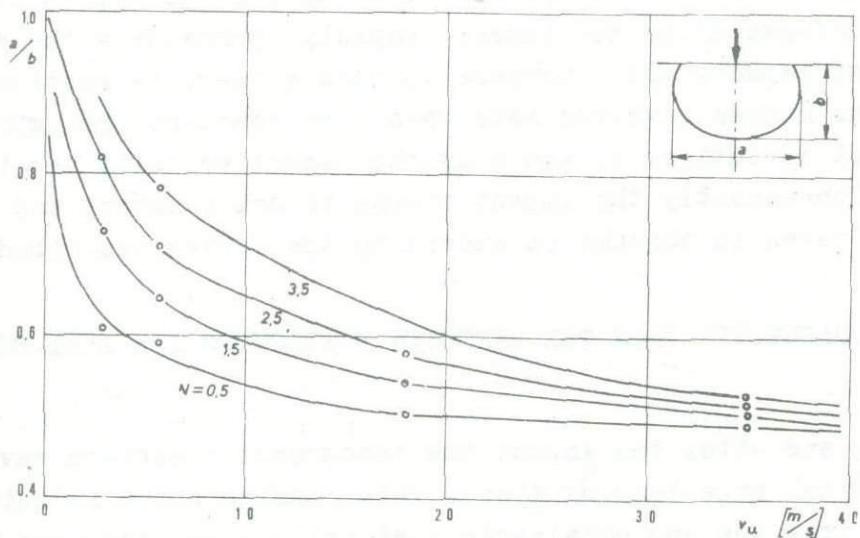


Fig. 6 - Values of the ratio a/b of the axes of the isochromatics shown vs. impact velocity

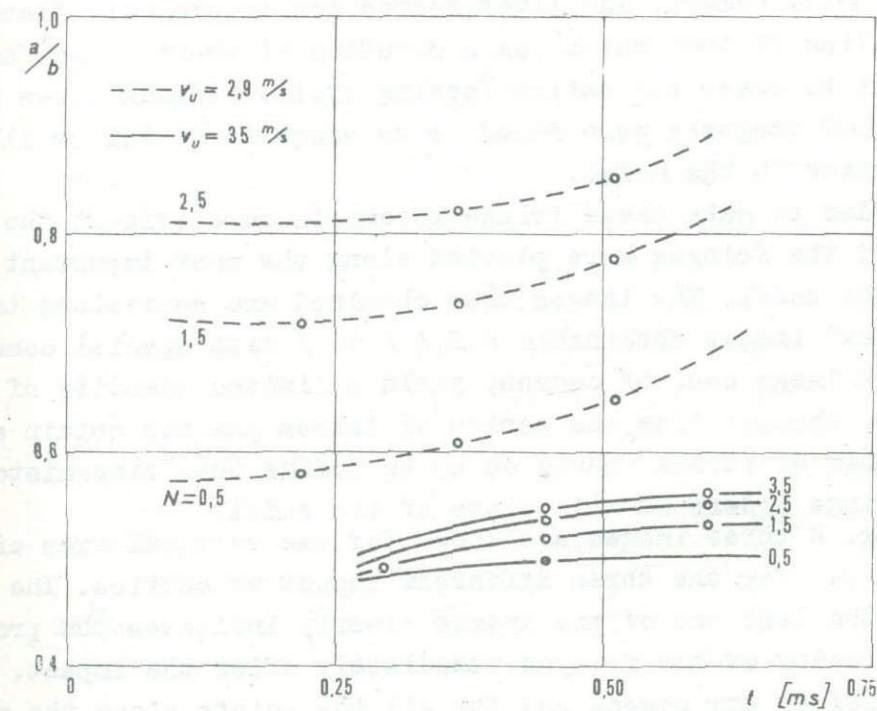


Fig. 7 - Values of the ratio a/b vs. time for the different impact velocities

all fringes the value 1 corresponding to the Hertzian pattern. The curves of Fig. 7 show how for slow impacts the values of a/b tend to increase after the impact, rapidly approaching the value 1. For fast impacts this increase is much slower. As mentioned before, the masses involved have been kept constant throughout the present investigation and only the impact velocity has been changed. Consequently the impact energy is not constant and this has to be taken in account on examining the curves described.

PART II CHANGEOVER FROM THE HERTZIAN PATTERN TO THE BENT-BEAM CONDITION

During and after the impact the isochromatic pattern evolves into a typical pure-bending field. This configuration is quite different from the one obtainable statically under the same loading conditions, which, by the way, is never approached during the dynamic load cycle. The event was photographed with a Fastax rotating prism camera. The light source was an ordinary flash-bulb (Philips PF 100) which has a duration of about 30 ms, amply sufficient to cover the entire loading cycle. Framing rates from 6000 to 7000 images/s were found to be adequate to follow all the isochromatics in the model.

In order to make these fringe movements more evident the positions of the fringes were plotted along the most important axes of the model. The images thus obtained are equivalent to the "streak" images obtainable / 2 // 16 / with special cameras. One streak image can, of course, yield a limited quantity of information, whereas from one series of frames one can obtain a large number of streak images so as to define the "time-history" of the fringe orders in all points of the model.

In Fig. 8 three images are shown for the vertical axes of the model and for the three different impact velocities. The slope at the left end of the images clearly indicates the propagation velocity of the fringes immediately after the impact. The fringe order at any moment and for all the points along the vertical axis can also be read on these images. This is particularly important for the point A, opposite to the point of impact,

where the highest stresses that are found on the boundary occur.

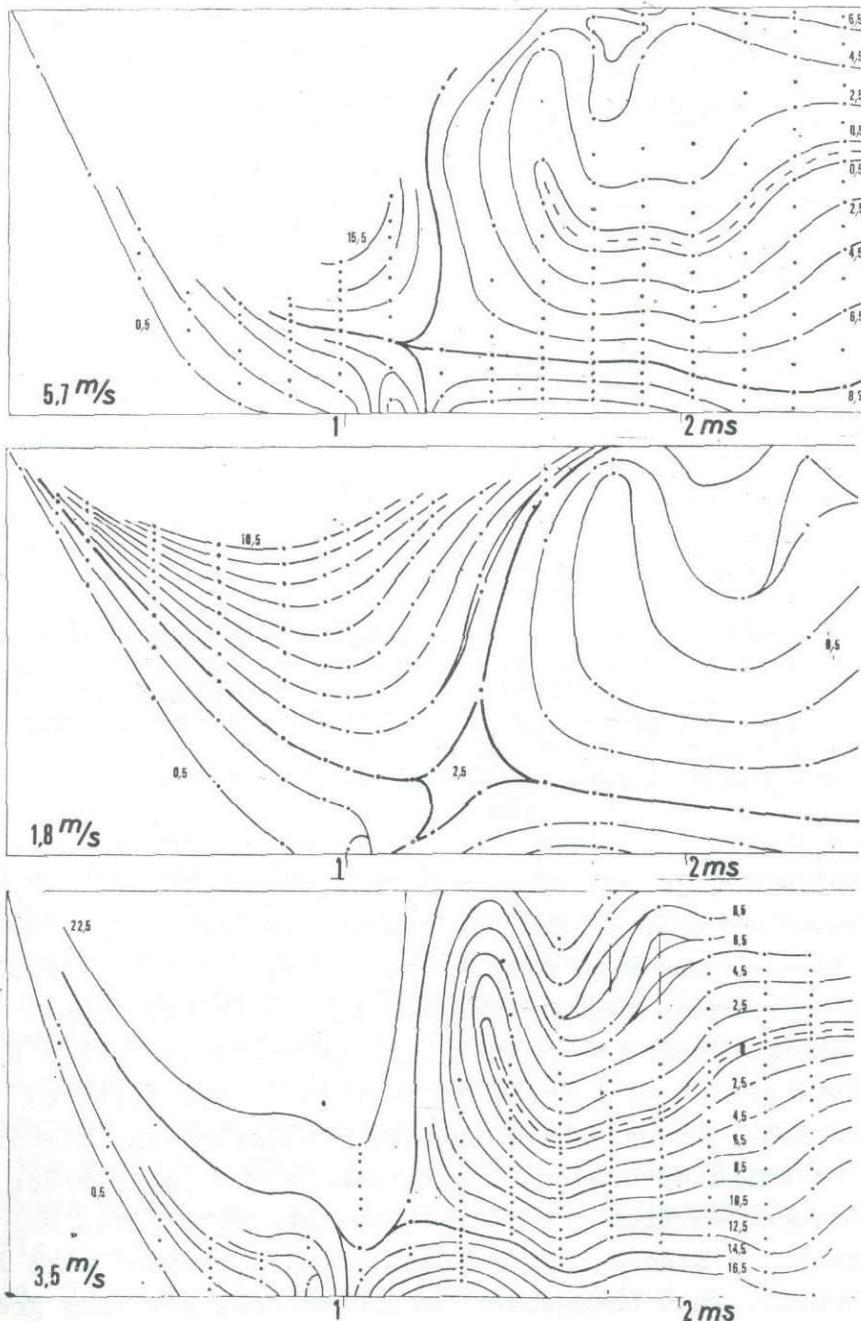


Fig. 8 - Position of the fringes along the vertical axis of the model as a function of time for the three different impact velocities

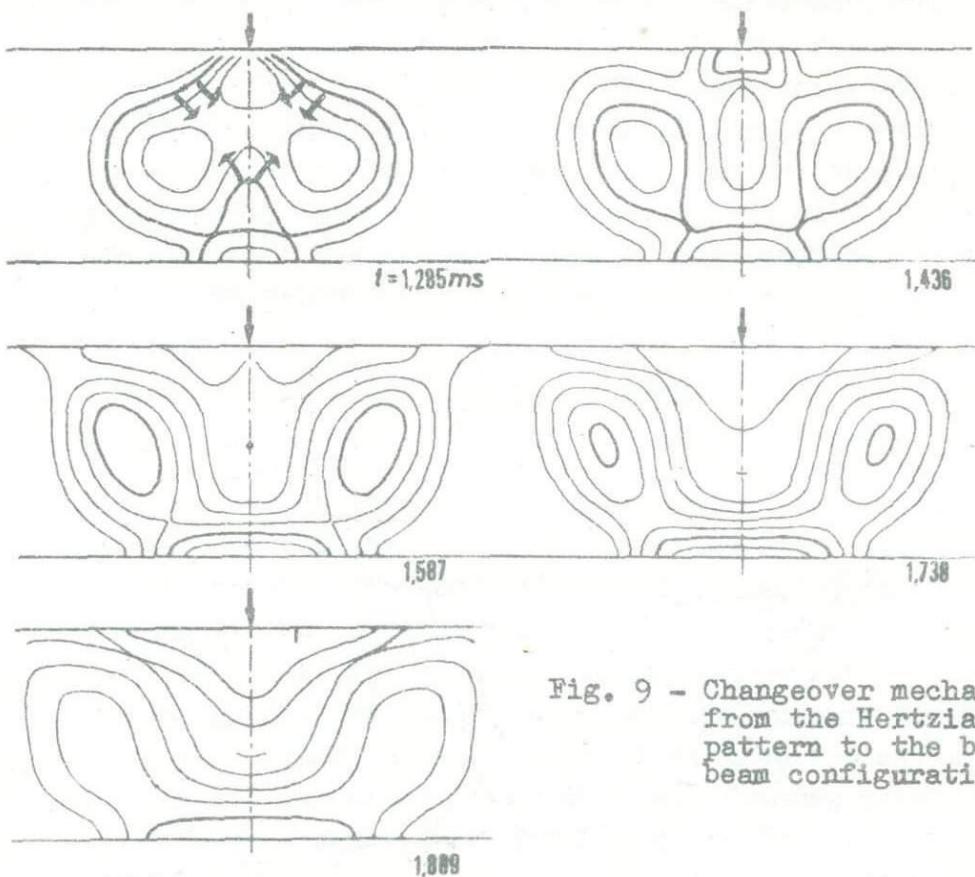


Fig. 9 - Changeover mechanism from the Hertzian pattern to the bent-beam configuration

These images also show how the fringe pattern changes from the "growing fringe orders towards the point of loading" mode of the Herzian pattern, to the "decreasing fringe orders towards the center" mode of the bent beam. 1 to 1,2 ms after the impact, when the load is already sharply decreasing, a fringe, whose order depends on the impact velocity, will be reflected after having touched the boundary, instead of parting in two sections, and will form two lobes as shown in Fig. 9 allowing the higher-order fringes to build up beneath it. Meanwhile the lower-order fringes are attracted from the sides into the empty space which has formed near the middle of the model until a neutral line finally appears there. This changeover mechanism does not vary greatly with the different impact velocities. The streak images clearly show the time in which the changeover begins and the order of the fringe (thick line) which initiates the process. From the same images it can also be seen how the movements of the fringes

during the changeover can be more rapid than during the initial wave propagation.

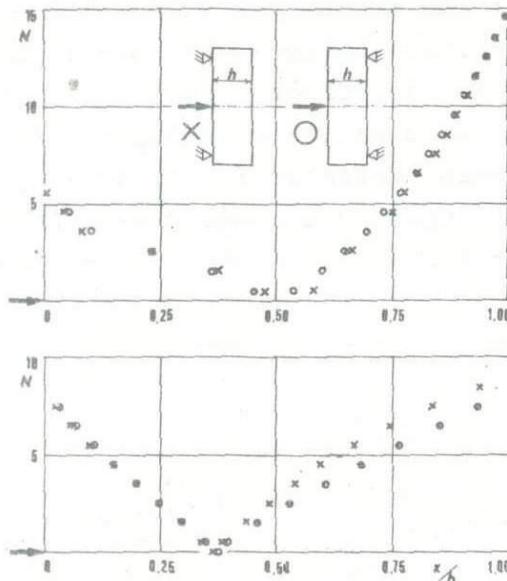


Fig. 10 - Comparison between the positions of the fringe orders along the vertical axis of the model in the two load configurations shown in the sketches. Top: at the instant in which the highest fringe order is reached at point A. (1.66 ms). Bottom: 2.5 ms after the beginning of the impact. The impact velocity is 18 m/s in all cases.

From the streak images constructed for the horizontal axis of the model (not shown) it can be seen that the extremities of the models are not much affected by the process.

This has been verified by photographing the event twice with the same impact velocity, the first time with the supports on the opposite side from the load as shown in Fig. 2 and the second with the supports on the same side of the load. The fringe order curves along the vertical axis, plotted from the two films for two different times after the impact, are nearly coincident as can be seen from Fig. 10.

Fig. 11 shows the duration of the contact t_0 vs. the impact velocity. t_0 decreases slightly as the impact velocity goes up, which is in accordance with Hertz's theory of contact. However t_0

appears to be proportional to $v_{imp}^{-\frac{1}{2}}$, whereas according to Hertz it should be proportional to $v_{imp}^{-\frac{1}{5}}$. It should be noted here that Betser and Frocht / 2 /, working with Castolite and with impact velocities under 1 m/s have found that the duration of the contact is independent from v_{imp} . This would be in accordance with the elementary theory of de St. Venant and Flamant for long beams. Manzella / 5 /, working with Hysol, finds that the contact duration decreases with increasing impact velocities, but only for a mass ratio smaller than 0.3.

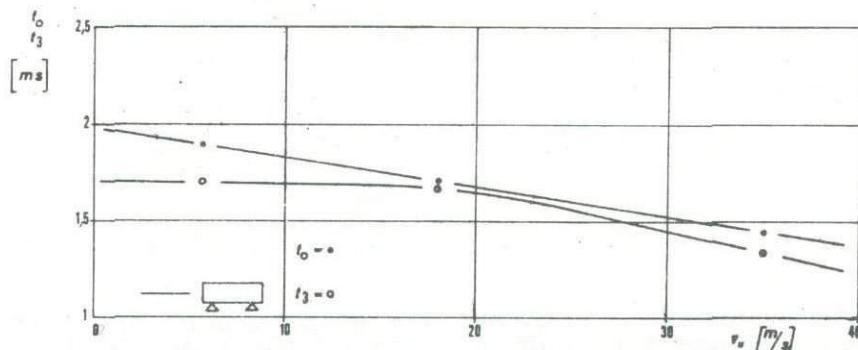


Fig. 11 - Duration of the impact and time lapse between the beginning of the impact and occurrence of the maximum fringe order (N), both as a function of the impact velocity

The values of the maximum fringe order, which occurs in A, opposite to the point of impact, increase in a nearly linear way with the impact velocity. This is in agreement with the abovementioned elementary theory and with the observations of Betser and Frocht and of Manzella (op. cit.). The maximum fringe order in A occurs at the first peak reached by the fringe order, whereas Manzella / 6 /, for slower impacts, finds a higher value at the second peak.

Fig. 12 shows the position of the isotropic points during the loading process. From 4 to 9 isotropic points are visible at a given moment. The numbers indicate times from the beginning of the contact. As mentioned before, the positions of the isotropic points at a given time do not change appreciably for

the different impact velocities. This is especially true for the points on the boundaries.

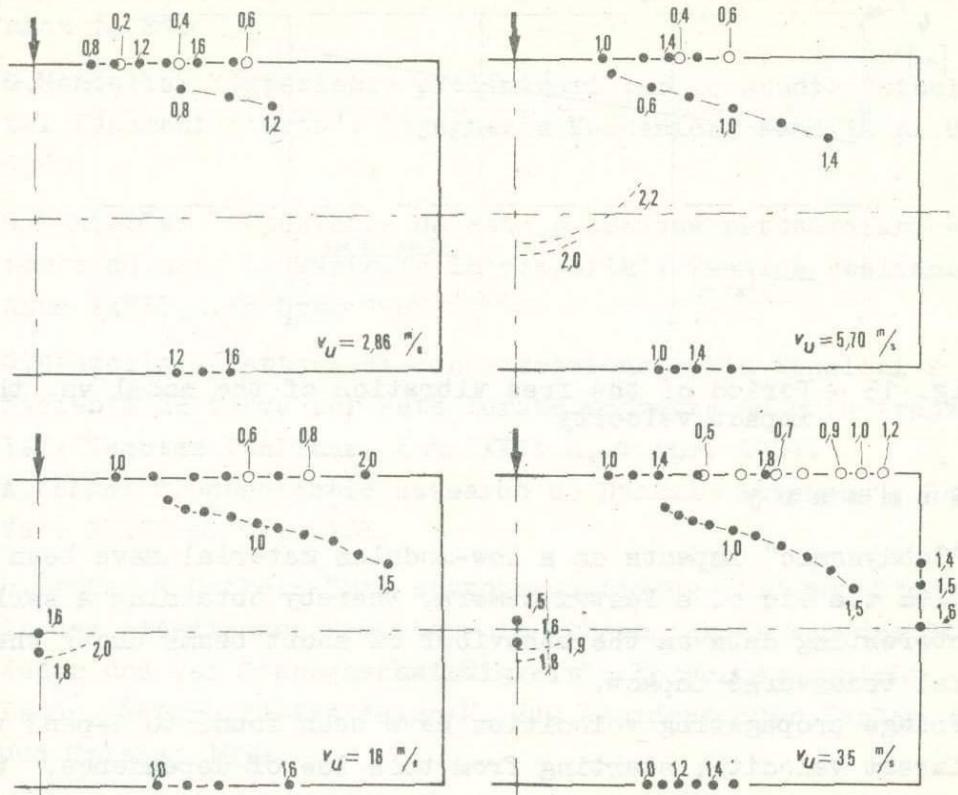


Fig. 12 - Movements of the isotropic points with four different impact velocities. The numbers indicate time in ms elapsed from the beginning of the impact

PART IV FREE VIBRATING BEAM

At a given time after the impact, the model will rise from its supports and will vibrate freely. The frequency of these vibrations can be calculated theoretically from the equation

$$\omega_h = \frac{22.72}{l^2} \sqrt{\frac{E \cdot J}{M}}$$

, where $M = \frac{P}{g \cdot l}$ is the mass per unit of length of the beam. Substituting the constants of the model one finds for the period of the vibration $t_1 = 7.51 \text{ ms}$. The experimental values were slightly higher than the theoretical ones. They are shown in Fig. 13 as a function of the impact velocity.

The deviation from the theoretical value can probably be explained by the viscoelastic behaviour of the model.

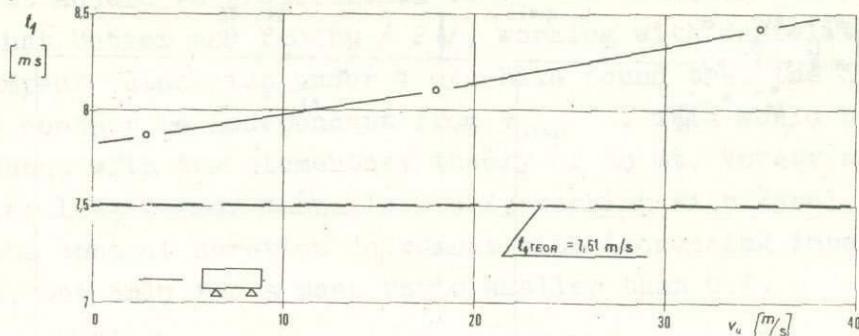


Fig. 13 - Period of the free vibration of the model vs. the impact velocity

Summary

"Subdynamic" impacts on a low-modulus material have been studied with the aid of a Fastax camera, thereby obtaining a series of interesting data on the behaviour of short beams under the central transverse impact.

Fringe propagating velocities have been found to depend on the impact velocity; starting from this law of dependence, the values of the dynamic modulus have been calculated.

The shape of the fringes also depends on the impact velocity. The ratio of the axes of the fringes have been used as an index of the shape of the fringes.

The changeover from the Hertzian pattern to the bent-beam condition has been studied in detail, giving particular attention to the positions and movements of the isotropic points.

References

- 1.A.J.Durelli, W.F.Riley: "Experiments for the Determination of Transient Stress and Strain Distributions in Two-Dimensional Problems"; ASME Paper N. 56-A-11.
- 2.A.A.Betser, M.M.Frocht: "A Photoelastic Study of Maximum Tensile Stresses in Simply Supported Short Beams under Central Transverse Impact"; ASME Paper N. 57-APM-36.

3. H.Kolsky: "Experimental Studies in Stress Wave Propagation"; Proceedings of the Fifth National Congress of Applied Mechanics p. 21.
4. G.Manzella: "Esperienze preliminari per lo studio fotoelastico dei fenomeni d'urto"; Ingegneria Meccanica, Anno IX n. 8 Ag. 1960.
5. G.Manzella: "Esperienze su aste a sezione rettangolare sottoposte ad urto trasversale in mezzeria"; Tecnica Italiana, Anno XXVII n. 8 Ott. 1962.
6. G.Manzella: "Fattori di concentrazione delle tensioni e coefficienti di forma per aste forate soggette ad urto trasversale"; Tecnica Italiana, Anno XXIX n. 4 Apr. 1964.
7. A.Kuske: "Photoelastic Research on Dynamic Stresses"; SESA Vol. XXIII m. 1 p. 105.
8. H.Lange, W.Habbel: "Das spannungsoptische Bild von Stosswellen in der elastischen Halbebene in Abhaengigkeit von der Stossdauer und der Stossgeschwindigkeit"; Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen N. 719 Westdeutscher Verlag, Koeln und Opladen 1959.
9. J.W.Dally, A.J.Durelli, W.F.Riley: "Photoelastic Study of Stress Wave Propagation in Large Plates"; SESA Vol. XVII N. 2 p. 33.
10. P.D.Flynn, J.C.Feder, J.T.Gilbert, A.A.Roll: "Stress Waves due to Explosive and Mechanical Loading of Low-Modulus Photoelastic Materials"; Frankford Arsenal Report N.A-62-4 Philadelphia Pa. Apr. 1962.
11. P.D.Flynn, J.C.Feder, A.A.Roll: "Photoelastic studies of dynamic stresses in low-modulus materials"; Frankford Arsenal Report N. A 62-18, Philadelphia, Pa Sept. 1962.
12. H.Kolsky: "Stress Waves in Solids"; Clarendon Press, Oxford 1953.
13. A.J.Durelli, W.F.Riley: "Introduction to Photomechanics"; Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1965, p. 343.

14. M.L.Meyer, G.Nagamati, D.A.W.Taylor: "Notes on Photoelastic Observations of Impact Phenomena"; Postgraduate Dept. of Appl. Mechanics, Sheffield University.
15. J.W.Dally, W.F.Riley, A.J.Durelli: "A Photoelastic Approach to Transient Stress Problems Employing Low-Modulus Materials"; ASME Paper N. 59-A-10.
16. M.M.Frocht, P.D.Flynn: "Studies in Dynamic Photoelasticity"; Journal of Applied Mechanics, March 1956.

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ МЕТОДОМ
ФОТОУПРУГОСТИ

Н.А.Стрельчук, Г.Л.Хесин, И.Х.Костин, Е.В.Юренева,
В.Б.Затеев, Н.А.Фрейшист (Москва)

Теоретическое и экспериментальное исследование нестационарных процессов волновой динамики в большинстве случаев проводится в предположении упругого поведения среды. При этом условии для изучения волновых процессов в сплошных средах может быть применен метод динамической фотоупругости.

В лаборатории исследования напряжений МИСИ им.В.В.Куйбышева этим методом был исследован широкий класс инженерных вопросов, а именно: взаимодействие волн с различного рода преградами, помещенными в твердую среду; распределение напряжений около свободных и подкрепленных отверстий различной формы; волновые поля напряжений в массивных сооружениях, вопросы сейсмического микрорайонирования и др., например / 1,2 /.

При изучении этих вопросов моделирование сред и волновых процессов, происходящих в них, осуществлялось по критериям подобия, полученным в работах /3,4/, в предположении, что распространение волн в среде подчиняется уравнениям линейной теории упругости.

В методе динамической фотоупругости без учета собственного веса среды критерии подобия имеют вид:

$$F_i \left(\frac{E_n t_n^2}{\rho_n L_n^2} ; \frac{\rho_n C_n}{\rho_i C_i} ; \frac{C_{Pn}}{C_{Pi}} \cdot \frac{C_{Sn}}{C_{Si}} ; \frac{L_n}{L_{0i}} ; \frac{t_n}{t_{0i}} ; \nu_n \right) = 0 \quad (1)$$

где E , ρ - модуль упругости и акустическая жесткость среды; L , L_0 - характерный и выбранный размеры среды; t , t_0 - характерный и выбранный моменты времени; i - индекс слоя ($i = 1, 2, 3, \dots, k$); n - фиксированный слой среды (при $i = n = 1$ имеет место упругая однородная среда). Критерий подобия $\nu = \text{idem}$, где ν - коэффициент Пуассона, при решении указанных задач преобразовывался к виду $\nu = \frac{\nu_{in}}{1 - \nu_{in}}$, так как

натурные среды, находящиеся в условиях плоской деформации, изучались на плоских моделях. Для реализации на моделях плоского напряженного состояния выполнялось условие $h/\lambda_{ск} \ll 1$, где h - толщина модели, $\lambda_{ск}$ - длина фазы сжатия.

При создании моделей и возбуждении в них волновых процессов, подобных натуре, предполагалось упругое поведение материала моделей, что допустимо / 1,6 / при нагружении моделей импульсом длительностью $10^{-4} + 10^{-5}$ сек.

Допущение об упругом поведении натуральных и модельных сред и выполнение условий подобия дали возможность результаты, полученные на моделях методом динамической фотоупругости, использовать для оценки подобных явлений в натурной конструкции. Напряжения в натуре определялись из выражения

$$\left(\frac{\sigma_k}{\sigma_0}\right)_n = \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_0}\right)_m = \frac{t_k}{t_0} \cdot \frac{\sigma_{0,k}^{(1,0)}}{\sigma_0^{(1,0)}}. \quad (2)$$

Согласно работе / 1 /, оптическая постоянная материала в диапазоне времени загружения $40 + 100$ мксек практически не изменяется, и выражение (2) принимает вид:

$$\left(\frac{\sigma_k}{\sigma_0}\right)_n = \frac{t_k}{t_n}, \quad (3)$$

где σ_k - искомое натурное напряжение в исследуемой точке среды σ_0 - напряжение в натуре, связанное с такой точкой среды, где оно может быть определено либо расчетом, либо получено экспериментально в натуре; t_k - порядок полосы в исследуемой точке плоской модели; t_n - порядок полосы в точке модели, соответствующей точке натурь, для которой определялось σ_0 .

Такой подход к изучению методом динамической фотоупругости инженерных вопросов, связанных с распространением волн напряжений, был проверен на примере исследования напряженного состояния водосбросного туннеля при возведении Алмаатинской селезащитной плотины с помощью направленных взрывов / 1,7/.

Изложенная методика была применена при исследовании волновых полей напряжений в слоистых средах и вопросов динамической концентрации напряжений, рассматриваемых далее.

Волны напряжений в слоистых средах. Изучение волн напряжений в слоистых средах на моделях связано с двумя основными особенностями, первая из которых - выполнение условий на контакте. Поэтому были проведены исследования по оценке применения различных kleев (эпоксидного и циакринового) для создания жесткого контакта в двух случаях: слой в безграничной среде и слой, выходящий на свободную поверхность. Исследованиями было получено, что применение эпоксидного клея позволяет во всех рассмотренных случаях создать жесткий контакт, а использование циакринового клея ограничено. Применение циакринового клея при падении продольной волны P , близкой к нормальной, обеспечивает создание волнового поля за склейкой в волне P , идентичного полю в однородной среде. При больших углах падения с увеличением касательных и растягивающих напряжений прочность контакта нарушается, что вызывает изменение волнового поля. При наличии свободной поверхности для исследования волнового поля в волне Релея должна быть принята схема нагружения модели, вызывающая наименьшие напряжения в продольной волне. Тогда контакт при прохождении продольной волны не нарушается, и поле напряжений в релеевской волне в склеенной модели практически не изменяется по сравнению с однородной средой.

В этом случае требуется решение вопроса о выборе оптимального соотношения в амплитудах волн различных типов, распространяющихся вдоль свободной поверхности. Было исследовано влияние глубины заложения источника на распределение напряжений в приповерхностной зоне. Глубина источника варьировалась в пределах от накладного заряда, касающегося поверхности, до заглубления равного пяти радиусам заряда. Было установлено, что изменение положения источника меняет соотношение типов волн и их амплитуд. Для накладного заряда соотношение амплитуд продольной и релеевской волн максимально; при заглублении источника это соотношение уменьшается. В зоне продольной и конической волн переход от накладного к минимально заглубленному заряду вызывает увеличение напряжений в 3-4 раза, дальнейшее заглубление источника изменяет величину напряжений на $10 \pm 20\%$. В релеевской волне незна-

чительное заглубление заряда (до $1,5r$, r - радиус заряда) вызывает перераспределение напряжений в фазах сжатия и растяжения по сравнению со случаем накладного заряда. Увеличение глубины источника приводит к резкому уменьшению амплитуд.

Другой особенностью слоистых сред является существенное усложнение волнового поля вблизи границ раздела. Согласно теоретическому решению /ε/ при падении продольной волны Р на границу раздела двух сред для случая скоростной дифференциации должны наблюдаться 10 типов волн (рис. Ia). При применении метода динамической фотоупругости оптическая чувствительность материала модели на основе эпоксидной смолы позволила в среде I из семи типов волн, предсказанных теорией, экспериментально обнаружить шесть (рис. Ib) Р, РР, РС, Р₀РС, S₀РР, S₀РС, причем отраженная продольная волна РР наблюдалась только до первой критической точки.

При прохождении продольной волны через слой конечной толщины ($0,125\lambda$ и $0,25\lambda$), когда скорость волны в слое больше, чем в основной среде, за слоем наблюдалось три типа волн: продольная Р₀Р₂, поперечная Р₀С₂ и коническая S₀Р₀С₂.

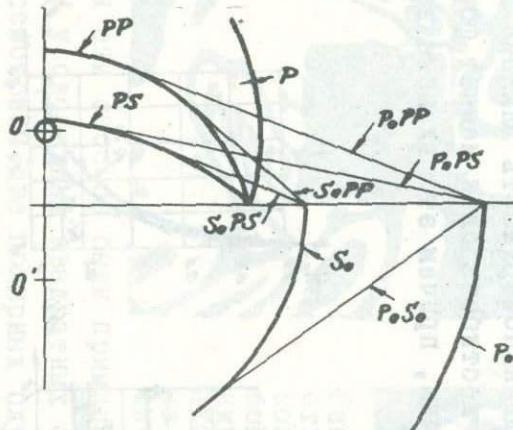
Соотношение максимальных амплитуд в волнах различных типов представлено в табл. I.

Таблица I

Типы волн	2-х сл.		РР	PS	P ₀ PS	S ₀ PP	S ₀ PS
	13-х сл.	Р ₀ Р ₂	Р ₀ С ₂	—	—	—	—
Макс.амплитуда, пор. пол.	2-х сл.	2,2	2,0	0,5	0,5	0,5	0,5
	3-х сл.	1,5	1,25	—	—	—	0,5
Макс.амплитуда, кГ/см ²	2-х сл.	—	59,5	12,3	38	12,3	—
	3-х сл.	—	31,0	—	—	—	12,3

Волновая картина, наблюдаемая в слоистых средах, при наличии свободной поверхности осложняется тем, что закономерности прохождения через слой различных типов волн, распространяющихся вдоль поверхности, неодинаковы. Для вертикальных полубесконечных слоев исследовалось влияние параметров слоя (толщина и акустическая жесткость) на коэффициенты прохождения продольной

a)



б)

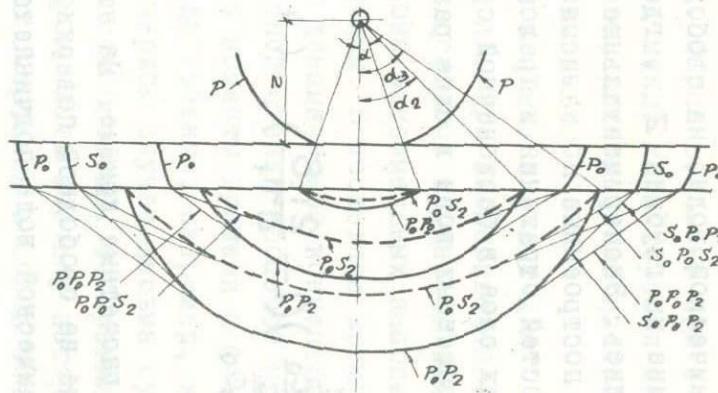
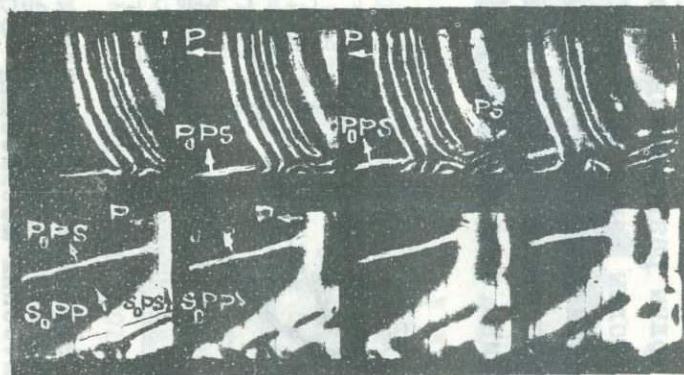


Рис. I Типы волн в слоистой среде при падении цилиндрической волны Р на жесткую границу:

- в упругой среде по теоретическому решению / 8 /;
- в двух и трехслойных моделях.

и конической Р+К и релеевской R волн.

Экспериментально были получены амплитуды напряжений как в зоне интерференции продольной и конической волн, на свободной поверхности, так и в продольной волне на глубине Z, где продольная и коническая волны разделились. Экспериментальные точки были нанесены на расчетные кривые, построенные по зависимости, полученной на основании закономерностей отражения и преломления плоской продольной волны на границах слоя в бесконечной среде с учетом интерференции многоократноотраженных волн в слое различной толщины

$$A = A_0 \frac{4 \frac{\rho C}{\rho_0 C_0}}{\left(1 - \frac{\rho C}{\rho_0 C_0}\right)^2} \sum_{n=0}^N \left(\frac{1 - \frac{\rho C}{\rho_0 C_0}}{1 + \frac{\rho C}{\rho_0 C_0}} \right) \left(1 - \frac{2n\delta}{C T_1}\right), \quad (4)$$

$$\text{где } N = \frac{T_1 C}{2\delta}$$

Обе группы точек хорошо ложатся на расчетные кривые. Из этого следует, что поле напряжений в точке на свободной поверхности в зоне интерференции продольной и конической волн подчиняется тем же закономерностям, что и поле продольной волны на глубине Z, где Р и К волны разделились, т.е. на закономерность прохождения продольной волны через слой свободная поверхность влияния не оказывает. Толщина и акустическая жесткость слоя меняет форму и амплитуду прошедшей продольной волны, причем это влияние зависит от толщины слоя (рис.2).

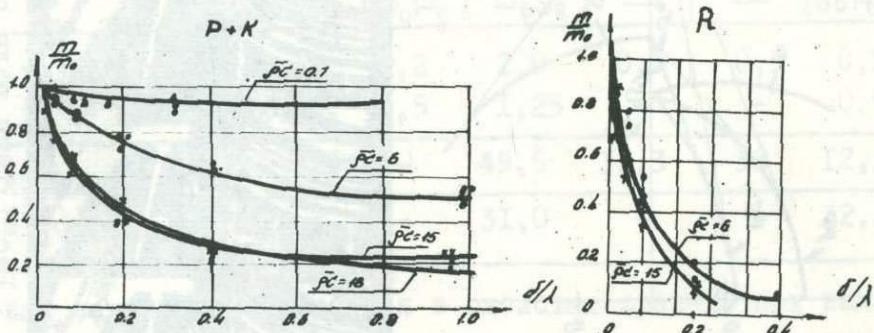


Рис.2. Коэффициенты прохождения волн Р+К и R у свободной поверхности через вертикальный слой при различных акустических жесткостях $\bar{\rho}C = \rho C / \rho_0 C_0$.

В волне Релея зависимость величины максимальных напряжений от толщины и акустической жесткости слоя выражена более резко (рис.2). Форма волны R при этом не изменяется: сохраняется соотношение между характерными максимумами на свободной поверхности и в глубине, расположение изотропных точек, изменение напряжений с глубиной.

Динамическая концентрация напряжений. При экспериментальных исследованиях концентрации напряжений основные трудности связаны с решением двух задач: определение зоны максимальных напряжений и достаточно точное определение их величины. В последнее время в МИСИ им. В.В. Куйбышева для исследования динамической концентрации напряжений применяются: способ однократной съемки процесса крупноформатной камерой в строго определенные моменты времени и фотoreгистрация в исследуемом произвольного вида сечении, например, контура отверстия с помощью камеры СФР. В первом случае весьма существенно повышается разрешающая способность системы. Фоторегистрация по криволинейной щели позволяет зафиксировать картину интерференционных полос на контуре произвольного очертания и очень точно определять зоны максимальных контурных напряжений, (см. например рис.3).



Рис.3. Картины полос у квадратного отверстия при дифракции продольной волны. а) Получена в режиме однократной съемки по полу $\varnothing 85$ мм. Источник света ИСШ-7; $u = 2,5$ кв; $C = 1560$ ПКФ б) Фоторегистрация по выделенному на контуре в зоне $\theta = \pi/4$ криволинейному сечению I-I.

Оба эти способа были применены при изучении концентрации напряжений у свободных квадратных отверстий с закругленными вершинами. Рассмотрены два полярных случая падения волн, когда одна из

диагоналей ($\theta = 45^\circ$) или сторон ($\theta = 0^\circ$) квадрата параллельна направлению распространения волны. Относительные размеры отверстий со стороной $2a$ принимались равными $a/\lambda_H = 0,667; 1,15; 1,73$, так что отношение $a/\lambda_H \geq 1$, т.е. исследовался диапазон коротких волн. При этом радиус закругления r в вершинах квадратов изменялся таким образом, что $r/a = 0,10 + 1,0$, т.е. форма отверстия изменялась от почти круговой до квадратной с довольно острыми углами. В работе / 1 / уже были описаны особенности волнового поля у аналогичного по форме отверстия для частного случая $a/\lambda_H = 0,667$. Отметим, что общий характер эпюра контурных напряжений сохраняется и для рассмотренных случаев более коротких волн.

Количественные результаты представлены в виде зависимости максимальных коэффициентов динамической концентрации напряжений — K_σ от различных параметров задачи (рис. 4, 5). Величина K_σ равна отношению максимального контурного напряжения σ_c и номинального напряжения σ_0 в падающей волне.

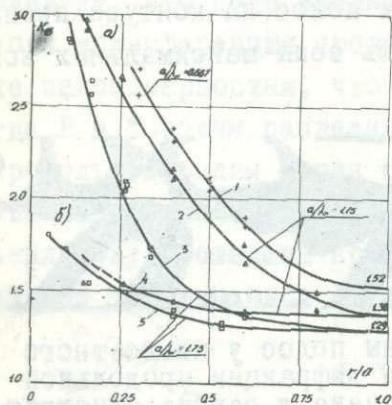


Рис.4. Изменение K_σ для квадратных отверстий в зависимости от r/a а) $\theta = 45^\circ$; б) $\theta = 0^\circ$

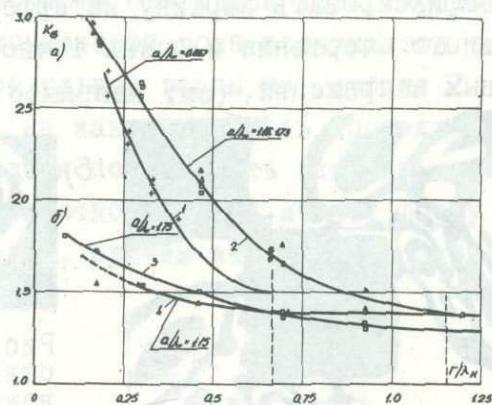


Рис.5. Изменение K_σ для квадратных отверстий в зависимости от $r/\lambda_H a$ а) $\theta = 45^\circ$; б) $\theta = 0^\circ$.

Анализ зависимостей, представленных на рис. 4 (кривые 1, 2, 3), позволяет сделать вывод о том, что для подобных по форме отверстий ($r/a = \text{const}$) в исследованном диапазоне соотношений r/a сохраняется характер зависимости $K_\sigma = f(a/\lambda_H)$ — при уменьшении r/a коэффициент концентрации возрастает.

Аналогичный результат для фиксированного γ/a можно найти в работах В.Д.Кубенко / 5 /. Для квадратного отверстия, одна из сторон которого совпадает с направлением движения волн (кривые 4,5), при уменьшении γ/a коэффициенты концентрации также возрастают, правда, не столь резко. Исследовались два полярных случая, поэтому можно считать, что для рассмотренного диапазона a/λ_n и γ/a величины K_S для произвольного положения квадрата находятся внутри установленных экстремальных значений.

Представление максимальных динамических коэффициентов концентрации в зависимости от соотношения a/λ_n (рис.5) позволило установить, что величина K_S для квадратных отверстий с $a/\lambda_n = 1,15$ и $1,73$ не зависит от относительного размера отверстия, а полностью определяется величиной радиуса закругления γ (кривая 2). Такая же закономерность наблюдается в случае отверстий со стороной, совпадающей с направлением распространения волн (кривые 3,4). Можно предположить, что эта область распространяется в сторону увеличения a/λ_n . Максимальные коэффициенты концентрации, соответствующие $a/\lambda_n = 0,667$ (кривая I, рис.5) меньше величин K_S кривой 2 на 10-15%. Следовательно, приближаясь к области длинных волн, величина коэффициента концентрации определяется в большей степени формой отверстия, чем абсолютной величиной радиуса закругления концентратора.

В диапазоне изменения относительного размера отверстия $0,2 < a/\lambda_n < 1$ максимальные коэффициенты концентрации напряжений в квадратных отверстиях при воздействии волны сжатия (кривая I, рис.5) приближаются к значениям K_S для кругового отверстия, радиус которого равен местному радиусу кривизны γ исследуемого контура (I). Для более длинных волн $a/\lambda_n < 0,2$ коэффициенты концентрации для квадратных отверстий продолжают увеличиваться, приближаясь к статическим значениям, соответствующим заданной форме отверстия.

Л и т е р а т у р а

1. Сб. под ред. Хесина Г.Л. Моделирование задач динамики, термоупругости, статики поляризационно-оптическим методом. Сб. трудов МИСИ № 73, 1970.
2. Хесин Г.Л., Костин И.Х., Дмоховский А.В., Юрнева Е.В. Экспериментальные исследования волновых напряжений в массивных сооружениях при сейсмической нагрузке. Тезисы докладов III-го Европейского симпозиума по сейсмостойкому строительству, София, 1970.
3. Ивакин Б.Н. Методы моделирования сейсмических явлений, М., "Наука", 1969.
4. Хесин Г.Л., Славин О.К. О моделировании динамической задачи теории упругости. Сб. трудов МИСИ, № 47, 1965.
5. Кубенко В.Д. Динамическая концентрация напряжений около квадратного отверстия. Прикл. мех., 1966, 2, вып. 12.
6. Хесин Г.Л., Костин И.Х., Фрейшист Н.А. Исследование волн напряжений вблизи от свободной поверхности методом динамической фотоупругости. IV Всесоюзный симпозиум по распространению упругих и упруго-пластических волн. Тезисы докладов. Кишинев, 1968.
7. Хесин Г.Л., Маршак Ю.И., Шлякин В.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния туннеля при строительстве селезащитной плотины с помощью направленных взрывов. Энергетическое строительство, 1968, № 7.
8. Ganiard L. Reflection and refraction of progressive seismic waves. New-York. McGraw-Hill, 1968.

О ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ В ФОТОУПРУГИХ ПОКРЫТИЯХ,
ПРИМЕНЯЕМЫХ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ

А.Я.Александров, Л.Г.Шандаров (Новосибирск)

Введение

Применение фотоупругих покрытий устраниет трудности моделирования, связанные с различием реологических характеристик материала натуры и модели, что при исследовании динамических задач весьма существенно.

Однако при обычной схеме нормального просвечивания покрытия возникают погрешности измерения, связанные с неравномерностью распределения деформаций по толщине покрытия. Эта неравномерность определяется волновыми процессами в покрытии, зависит от упруго-вязких свойств материала покрытия и от его толщины.

Представление о том, насколько сильно может отличаться импульс, наблюдаемый при нормальном просвечивании покрытия, от импульса, который в действительности распространяется по стержню, дает рис. I. Здесь производилась одновременная съемка картин полос в приклеенном к стержню А покрытии Б (при нормальном просвечивании) и в



Рис. I. Картины полос в покрытиях /I/.

узких датчиках-полосках (В и Г) высотой в 2 и 5 мм с посеребренными с одной стороны поверхностями /Г/. Картина в покрытии Б характеризует смещение и искажение наблюданной формы импульса при нормальном просвечивании (здесь цифры 0,1,2 – номера полос). Заметим, что цена полосы и толщина всех трех оптически чувствитель-

ных элементов B_1, B_2, G одинаковы и, следовательно, если бы не было искажения, о котором говорилось выше, картины вблизи продольных кромок стержня были бы идентичны.

При просвечивании достаточно толстого покрытия указанное искажение может быть весьма большим; при весьма тонких покрытиях оно может быть и не очень существенным. Настоящая работа имеет целью оценить величину указанных погрешностей.

Распространение волн в покрытии

Анализируется распространение волн в покрытии толщиной $\frac{1}{4}$ из упруго-вязкого материала (тело Фойхта), склеенном с упругой полу-плоскостью (рис. 2).

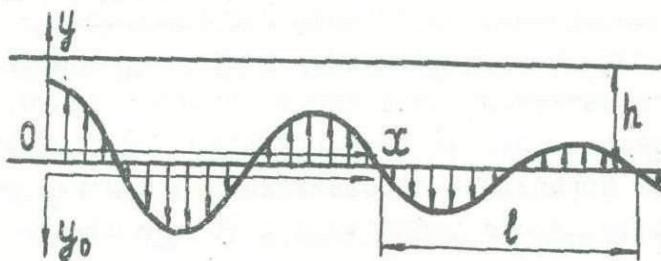


Рис. 2. Системы координат

Считая объемную деформацию упругой, при линейной зависимости между девиаторами напряжений, деформаций и скоростей деформаций получим закон плоской деформации ($\varepsilon_z = 0$) упруго-вязкого покрытия

$$\sigma_x = 2\partial_1 \varepsilon_x + \partial_2 \vartheta, \quad \sigma_y = 2\partial_1 \varepsilon_y + \partial_2 \vartheta, \quad \varepsilon_z = \partial_2 \vartheta, \quad \tau_{xy} = \partial_1 \gamma_{xy} \quad (I)$$

Здесь $\partial_1 = \mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t}$, $\partial_2 = \lambda - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial t}$; λ, μ -коэффициенты Ламе, μ' -коэффициент вязкости; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}$ - относительные удлинения в направлениях ортогональных осей x, y, z и относительный сдвиг; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}$ - соответствующие нормальные и касательное напряжения; t - время.

Используя соотношения (I), с учетом соотношений Коши

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x};$$

где $u(x, y, t), v(x, y, t)$ - перемещения вдоль осей x и y ,

соответственно, запишем уравнения движения упруго-вязкого покрытия в перемещениях

$$\partial_t \Delta u + (\partial_1 + \partial_2) \frac{\partial \delta}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \partial_t \Delta v + (\partial_1 + \partial_2) \frac{\partial \delta}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Здесь $\delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$; ρ - плотность материала покрытия; Δ - оператор Лапласа, Аналогичные уравнения можно записать в координатах x, y_0 для перемещений $u_0(x, y_0, t), v_0(x, y_0, t)$ упругой полуплоскости (уравнения Ламе).

К уравнениям (2) и уравнениям Ламе для упругой полуплоскости необходимо добавить следующие граничные условия:

I) отсутствие напряжений на свободной поверхности $y = h$

$$[\sigma_y]_{y=h} = [\tau_{xy}]_{y=h} = 0,$$

2) конечность решения при $y_0 \rightarrow \infty$ и удовлетворение принципу излучения;

3) равенство перемещений и напряжений на границе разделя при $y = y_0 = 0$: $u(x, 0, t) = u_0(x, 0, t), v(x, 0, t) = -v_0(x, 0, t)$,

$$[\sigma_y]_{y=0} = -[\sigma_{y_0}]_{y_0=0}, \quad [\tau_{xy}]_{y=0} = [\tau_{xy_0}]_{y_0=0}.$$

Решение уравнений (2) будем разыскивать в классе решений

$$u(x, y, t) = U(y) e^{kx-i\omega t}, \quad v(x, y, t) = V(y) e^{kx-i\omega t},$$

где ω - действительная частота колебаний; i - мнимая единица; $k = k_1 + ik_2$, k_1 - характеризует затухание, k_2 - волновое число, связанное с длиной волны ℓ соотношением $|k_2|^2 = 2\pi/\ell$. Таким образом, будем рассматривать затухающие (при $k_1 > 0$) волны, распространяющиеся вдоль оси x . Общее решение задачи с учетом граничных условий 2) имеет вид

$$u(x, y, t) = (C_1 ch \lambda \bar{z}_1 \varsigma + C_2 sh \lambda \bar{z}_1 \varsigma + C_3 ch \lambda \bar{z}_3 \varsigma + C_4 sh \lambda \bar{z}_3 \varsigma) e^{kx-i\omega t},$$

$$v(x, y, t) = -i \operatorname{sgn} k_2 \left[\frac{\bar{z}_1}{1-i\varepsilon} (C_1 sh \lambda \bar{z}_1 \varsigma + C_2 ch \lambda \bar{z}_1 \varsigma) + \right. \quad (3)$$

$$\left. + \frac{1-i\varepsilon}{\bar{z}_3} (C_3 sh \lambda \bar{z}_3 \varsigma + C_4 ch \lambda \bar{z}_3 \varsigma) \right] e^{kx-i\omega t},$$

$$u_0(x, y_0, t) = (C_5 e^{-\lambda \bar{z}_5 \varsigma_0} + C_6 e^{-\lambda \bar{z}_7 \varsigma_0}) e^{kx-i\omega t},$$

$$u_0(x, y_0, t) = i \operatorname{sgn} k_2 \left(\frac{\bar{\varepsilon}_5}{1-i\varepsilon} \right) c_5 e^{-\lambda \bar{\varepsilon}_5 \zeta_0 + \frac{1-i\varepsilon}{\bar{\varepsilon}_7}} c_6 e^{-\lambda \bar{\varepsilon}_7 \zeta_0} e^{kx - iwt};$$

при этом должны выполняться условия

$$\operatorname{Re} \bar{\varepsilon}_{5,7} \geq 0 \quad (4)$$

Здесь введены обозначения

$$\bar{\varepsilon}_1 = \sqrt{(1-i\varepsilon)^2 - \frac{\alpha^2 \Omega^2}{\frac{1}{\alpha} - \frac{4}{3}\beta}}, \quad \bar{\varepsilon}_3 = \sqrt{(1-i\varepsilon)^2 - \frac{\alpha^2 \Omega^2}{1-i\beta}}, \quad \bar{\varepsilon}_5 = \sqrt{(1-i\varepsilon)^2 - \alpha_0 \Omega^2}, \quad \bar{\varepsilon}_7 = \sqrt{(1-i\varepsilon)^2 - \Omega^2}$$

и безразмерные параметры

$$\varepsilon = \frac{k_1}{k_2}, \quad \beta = \frac{\omega \mu}{\mu}, \quad \frac{1}{\alpha} = 2 + \frac{\Lambda}{\mu}, \quad \frac{1}{\alpha_0} = 2 + \frac{\Lambda_0}{\mu_0}, \quad \alpha = \frac{c_0}{c}, \quad \lambda = \frac{2\pi h}{\ell},$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho}}, \quad c = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{c_0}, \quad \omega = \frac{\omega}{h}, \quad \zeta = \frac{y}{h}, \quad \zeta_0 = \frac{y_0}{h},$$

ρ, Λ_0, μ — плотность материала полуплоскости и коэффициенты Ламе, соответственно.

Из граничных условий (1) и (3) получим систему шести линейных однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных C_j

$$\sum_{j=1}^6 a_{ij} C_j = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, 6). \quad (5)$$

Матрица коэффициентов $M = \|a_{ij}\|$ этой системы уравнений имеет вид

$$M = \begin{vmatrix} q \operatorname{ch} \lambda \bar{\varepsilon}_1 & q \operatorname{sh} \lambda \bar{\varepsilon}_1 & \operatorname{ch} \lambda \bar{\varepsilon}_3 & \operatorname{sh} \lambda \bar{\varepsilon}_3 & 0 & 0 \\ \bar{\varepsilon}_1 \operatorname{sh} \lambda \bar{\varepsilon}_1 & \bar{\varepsilon}_1 \operatorname{ch} \lambda \bar{\varepsilon}_1 & (1-i\varepsilon) q \frac{\operatorname{sh} \lambda \bar{\varepsilon}_3}{\bar{\varepsilon}_3} & (1-i\varepsilon) q \frac{\operatorname{ch} \lambda \bar{\varepsilon}_3}{\bar{\varepsilon}_3} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & \bar{\varepsilon}_1 & 0 & \frac{(1-i\varepsilon)^2}{\bar{\varepsilon}_3} & -\bar{\varepsilon}_5 & \frac{(1-i\varepsilon)^2}{\bar{\varepsilon}_7} \\ \beta q (1-i\beta) & 0 & \beta (1-i\beta) & 0 & q_0 & 1 \\ 0 & \beta (1-i\beta) \bar{\varepsilon}_1 & 0 & \beta q (1-i\varepsilon) \frac{1-i\beta}{\bar{\varepsilon}_3} & \bar{\varepsilon}_5 & (1-i\varepsilon) \frac{q_0}{\bar{\varepsilon}_7} \end{vmatrix}$$

где

$$q_1 = 1 - \frac{\alpha^2 \Omega^2}{2(1-i\beta)(1-i\varepsilon)^2}, \quad q_0 = 1 - \frac{\Omega^2}{2(1-i\varepsilon)^2}, \quad \beta = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Приравнивая нулю определитель системы уравнений (5), получим уравнение для нахождения волновых чисел k

$$|\alpha_{ij}| = 0 \quad , \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) .$$

Раскрыв определитель, получим трансцендентное алгебраическое уравнение с комплексными параметрами

$$F(\lambda, \Omega, \gamma, \varepsilon) = 0 . \quad (6)$$

Точное исследование этого уравнения затруднительно. Для дальнейшего анализа линеаризуем его, считая затухание ε и параметр вязкости γ малыми величинами.

Разложим функцию $F(\lambda, \Omega, \gamma, \varepsilon)$ в ряд Маклорена по малым параметрам γ, ε

$$F(\lambda, \Omega, \gamma, \varepsilon) = F(0) - i\gamma \frac{\partial F(0)}{\partial(-i\gamma)} - i\varepsilon \frac{\partial F(0)}{\partial(-i\varepsilon)} + \dots ,$$

где $F(0) = F(\lambda, \Omega, 0, 0)$. Заменим уравнение (6) приближенным уравнением

$$F(0) - i\gamma \frac{\partial F(0)}{\partial(-i\gamma)} - i\varepsilon \frac{\partial F(0)}{\partial(-i\varepsilon)} = 0 . \quad (7)$$

Выпишем входящие в это уравнение функции

$$F(0) = S_{11}(\mathcal{D}_1 S_{31} + \mathcal{D}_2 C_{31}) + C_{11}(\mathcal{D}_3 S_{31} + \mathcal{D}_4 C_{31}) + \mathcal{D}_5 ,$$

$$\mathcal{D}_1 = -z^2 \mathcal{D}_6 - z_1^2 z_3^2 \mathcal{D}_7, \quad \mathcal{D}_2 = \frac{1}{4} \beta \alpha^2 \Omega^4 (z_1^2 z_7 - z^2 z_5) ,$$

$$\mathcal{D}_3 = \frac{1}{4} \beta \alpha^2 \Omega^4 (z_3^2 z_5 - z^2 z_7), \quad \mathcal{D}_4 = z^2 \mathcal{D}_7 - \mathcal{D}_6, \quad z = 1 - \frac{\alpha^2 \Omega^2}{2}, \quad \rho = 1 - \frac{\Omega^2}{2} ,$$

$$\mathcal{D}_5 = 2z [z_5 z_7 (1+\rho)(1-\beta z) - (\rho+\beta)(\rho+\beta z)], \quad S = \frac{z_5}{z_7} + \frac{z_7}{z_5} ,$$

$$\mathcal{D}_6 = (\rho+\beta z)^2 - z_5 z_7 (1-\beta z)^2, \quad \mathcal{D}_7 = (\rho+\beta)^2 - z_5 z_7 (1+\beta)^2 ,$$

$$\mathcal{D}_8 = z_5 z_7 (1+\beta) - (\rho+\beta), \quad \mathcal{D}_9 = z_5 z_7 (1+\beta z) - (\rho+\beta z) ,$$

$$z_1 = \sqrt{1 - \alpha \alpha^2 \Omega^2}, \quad z_3 = \sqrt{1 - \alpha^2 \Omega^2}, \quad z_5 = \sqrt{1 - \alpha_0 \Omega^2}, \quad z_7 = \sqrt{1 - \Omega^2} ,$$

$$S_{i\zeta} = \operatorname{sh}(\lambda z_i \zeta) / z_i, \quad C_{i\zeta} = \operatorname{ch}(\lambda z_i \zeta) .$$

Здесь и далее знак корней $\zeta_{1,3}$ не существуетен, корни $\zeta_{5,7}$ согласно условию (4) имеют положительный знак

$$\frac{\partial F(0)}{\partial(-i\zeta)} = \frac{\alpha^2 \Omega^2}{2} \left(\frac{4}{3} \alpha^2 A_1 + A_2 \right) + S_{11}(A_{11}S_{31} + A_{12}C_{31}) + C_{11}(A_{13}S_{31} + A_{14}C_{31}) + A_{15},$$

$$\frac{\partial F(0)}{\partial(-i\zeta)} = A_1 + A_2 + S_{11}(A_{21}S_{31} + A_{22}C_{31}) + C_{11}(A_{23}S_{31} + A_{24}C_{31}) + A_{25},$$

$$A_1 = \frac{1}{\zeta_1^2} (\lambda C_{11} - S_{11})(D_1 S_{31} + D_2 C_{31}) + \lambda S_{11}(D_3 S_{31} + D_4 C_{31}),$$

$$A_2 = \frac{1}{\zeta_3^2} (\lambda C_{31} - S_{31})(D_1 S_{11} + D_3 C_{11}) + \lambda S_{31}(D_2 S_{11} + D_4 C_{11}),$$

$$A_{15} = 2\beta(z_1^2 z_3^2 D_8 + z^2 D_9) - \alpha^2 \Omega^2 [z D_6 + (z_1^2 + \frac{4}{3} \alpha^2 z_3^2) D_7],$$

$$A_{12} = \frac{1}{4} \beta \alpha^4 \Omega^6 \left(\frac{4}{3} \alpha^2 z_7 - z z_5 \right), \quad A_{14} = -2\beta(z^2 D_8 + D_9) + \alpha^2 \Omega^2 z D_7,$$

$$A_{15} = 2\beta z(D_8 + D_9) + \frac{\alpha^2 \Omega^2}{2} \frac{D_5}{z}, \quad A_{25} = 2A_{13} + \frac{1}{4} \beta \alpha^2 \Omega^4 \left(\frac{z_3^2}{z_5} - \frac{z^2}{z_7} \right),$$

$$A_{21} = -2 \left\{ 2z D_6 + (z_1^2 + z_3^2) D_7 - \beta \alpha^2 \Omega^2 z^2 D_9 + \Omega^2 [z_1^2 z_3^2 (\rho + \beta) + z^2 (\rho + \beta z)] + [z_1^2 z_3^2 (\rho + \beta)^2 + z^2 (\rho + \beta z)^2] - \frac{S}{2} [z_1^2 z_3^2 (1 + \beta)^2 + z^2 (1 + \beta z)^2] \right\},$$

$$A_{22} = \frac{1}{4} \beta \alpha^2 \Omega^4 [2\alpha^2 \Omega^2 (\alpha z_7 - z z_5) + \frac{z_1^2}{z_7} - \frac{z^2}{z_5}], \quad A_{13} = \frac{1}{4} \beta \alpha^4 \Omega^6 (z_5 - z z_7),$$

$$A_{24} = 2 \left\{ D_6 + z \left(1 + \frac{\alpha^2 \Omega^2}{2} \right) D_7 - \beta \alpha^2 \Omega^2 D_9 + z^2 \Omega^2 (\rho + \beta) + 2(1 + \beta z)(\rho + \beta z) + z^2 (\rho + \beta)^2 - (\rho + \beta z)^2 - \frac{S}{2} [z^2 (1 + \beta)^2 + (1 + \beta z)^2] \right\},$$

$$A = 2 \left\{ \beta z \alpha^2 \Omega^2 D_8 + \frac{D_5}{2} - z \Omega^2 (\rho + \beta z) + z (1 + \beta z) [S (1 + \beta) - 2(\rho + \beta)] \right\}.$$

Разделяя действительную и мнимую части уравнения (7), получим два действительных уравнения

$$F(0) = 0 \tag{8}$$

$$\varepsilon = - \sqrt{\frac{\partial F(0)}{\partial(-i\gamma)}} / \sqrt{\frac{\partial F(0)}{\partial(-i\varepsilon)}} \quad (9)$$

Рассмотрим два варианта задачи: I - нормальное просвечивание покрытия в направлении оси γ ; II - просвечивание вдоль оси z .

Найдем оптическую разность хода при просвечивании в направлении γ

$$\delta_1 = \int_0^h k_\sigma (\sigma_x - \sigma_z) dy, \quad \delta_2 = \int_0^h k_\varepsilon (\varepsilon_x - \varepsilon_z) dy.$$

При просвечивании вдоль оси z оптическая разность хода будет $\delta_3 = 2b k_\sigma (\sigma_1 - \sigma_2)$, $\delta_4 = b k_\varepsilon (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ или

$$\delta_3 = 2b k_\sigma \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad \delta_4 = b k_\varepsilon \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \tau_{xy}^2}.$$

Здесь k_σ, k_ε - постоянные коэффициенты; b - толщина полосы в направлении оси z .

Используя выражения (I), запишем искомые величины $\delta_1, \dots, \delta_4$ через перемещения u и v

$$\delta_1 = 2\mu k_\sigma (1-i\gamma) \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy, \quad \delta_2 = k_\varepsilon \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy,$$

$$\delta_3 = 2\mu b k_\sigma (1-i\gamma) \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2},$$

$$\delta_4 = b k_\varepsilon \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}.$$

Согласно полученному решению для перемещений (3), величины δ_j выражаются через постоянные C_1, \dots, C_4 . Величины C_j найдем, используя систему уравнений (5). Проделав выкладки, получим достаточно громоздкие выражения для δ_j . Используя, как и прежде, разложения в ряд Маклорена по малым параметрам γ, ε , запишем линеаризованные выражения действительных частей величин δ_j (мнимые части отличаются от действительных лишь сдвигом по координатам x, t)

$$Re\delta_1 = 2\mu k_6 \frac{C}{B} \left\{ Sgn k_2 [\gamma(\phi + \theta_1) + \varepsilon(\phi + \theta_2)] \cos \xi - \gamma \phi \sin \xi \right\},$$

$$Re\delta_2 = K_\varepsilon \frac{C}{B} \left\{ Sgn k_2 [\gamma \theta_1 + \varepsilon(\phi + \theta_2)] \cos \xi - \gamma \phi \sin \xi \right\},$$

$$Re\delta_3 = 2\mu C \lambda \bar{b} \frac{k_6}{B\sqrt{\psi}} \left\{ Sgn k_2 [\gamma(\psi + \theta_3) + \varepsilon \theta_4] \sin \xi + \gamma \psi \cos \xi \right\}^{(10)},$$

$$Re\delta_4 = C \lambda \bar{b} \frac{k_6}{B\sqrt{\psi}} \left\{ Sgn k_2 [\gamma \theta_3 + \varepsilon \theta_4] \sin \xi + \gamma \psi \cos \xi \right\}.$$

Здесь C — произвольная постоянная; кроме того, введены параметры

$$\bar{b} = \frac{b}{h}, \bar{x} = \frac{x}{h}, \xi = \bar{x} - \frac{\omega t}{h}, \gamma = 1 + Sgn k_2 \varepsilon \lambda \bar{x}.$$

В расчетах использовались также параметры

$$\delta_1^* = \frac{Re\delta_1}{2C\mu k_6}, \delta_2^* = \frac{Re\delta_2}{Ck_\varepsilon}, \delta_3^* = \frac{Re\delta_3}{2C\mu k_6}, \delta_4^* = \frac{Re\delta_4}{Ck_\varepsilon}.$$

Линеаризованные выражения для $B, \Phi, \Psi, \theta_1, \dots, \theta_4$, зависящие от параметров задачи, были запрограммированы для расчета на ЭВМ М-20.

Обсуждение результатов

Проанализируем систему уравнений (8), (9). Первое из этих двух действительных уравнений есть уравнение для нахождения собственных колебаний упругого покрытия и упругой полуплоскости, склеенных по общей границе.

Задавая безразмерную волновую скорость Ω , из уравнения (8) можно найти волновое число λ (при прочих фиксированных параметрах). Перебирая значения Ω в диапазоне $0 < \Omega < 1$ (рассматриваем только волны, являющиеся для материала полуплоскости дозвуковыми), получим в плоскости (λ, Ω) сетку кривых $\lambda = f(\Omega)$, соответствующих различным волнам в системе покрытие — полуплоскость.

На рис. 3 приведены результаты такого расчета, выполненного в предположении упругой работы покрытия (смола — $E = 3,33 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,36$, $\rho = 1,2 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$) и полу-

плоскости (дуралюминий $E_0 = 6,86 \cdot 10^{10} \text{ н} \cdot \text{м}^{-2}$, $\sigma_0 = 0,33$, $\rho_0 = 2,75 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$).

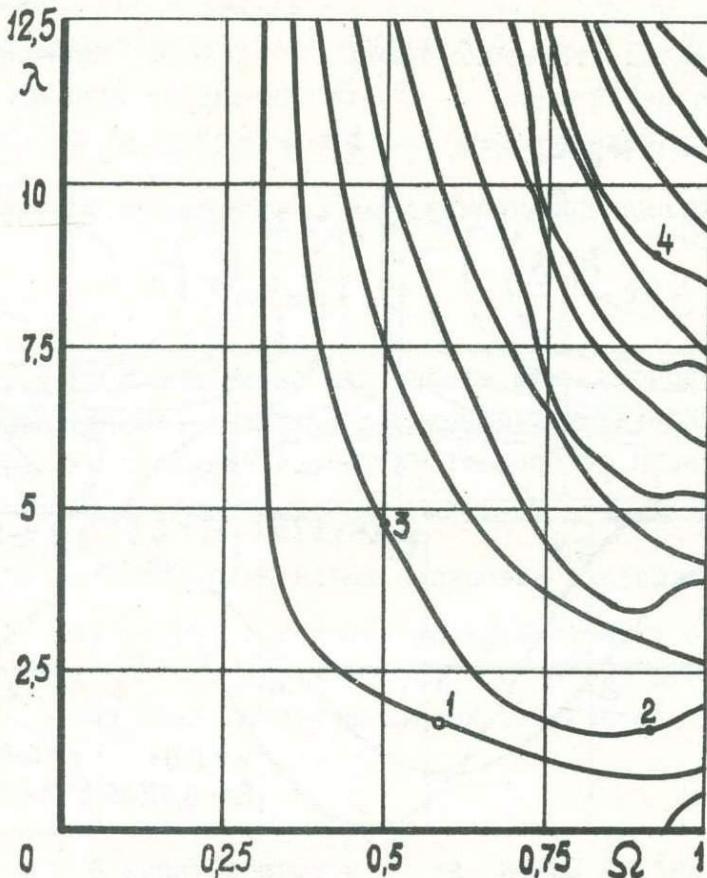


Рис. 3 Корни уравнения (8)

Рис. 3 характеризует параметры спектра волн в системе полуплоскость - покрытие. При $\hbar \rightarrow 0$ ($\lambda \rightarrow 0$), что соответствует бесконечно-тонкому покрытию, здесь имеется одно значение $\Omega \approx 0,932$, соответствующее скорости волн Рэлея в дуралюминии. При $\hbar \rightarrow \infty$ (сопряжение двух полуплоскостей) минимальная волновая скорость равна $\sim 0,3$, что соответствует скорости волн Рэлея в смоле.

Выбирая определенную волну, можно определить по рис. 3 соответствующие значения волновых чисел λ и волновых скоростей Ω , подставить эти значения в правую часть уравнения (9) и найти затухание ξ , соответствующее выбранной волне при вязко-упругом покрытии. Полученные λ, Ω, ξ характеризуют вполне определенную волну, для которой легко вычислить значения искомых величин

$\text{Re}\delta_1, \dots \text{Re}\delta_4$ по формулам (10).

Если деформации и напряжения по толщине покрытия были бы распределены равномерно и равны соответствующим значениям на поверхности склейки $\zeta = 0$, то разности хода, соответствующие δ_1 и δ_2 , выразились бы так

$$\delta'_1 = h k_e (\delta_\alpha - \delta_\beta), \quad \delta'_2 = h k_e (\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta).$$

Таким образом, ошибки при нормальном просвечивании составят

$$\gamma_1 = \text{Re} \frac{\delta'_1 - \delta_1}{\delta'_1}, \quad \gamma_2 = \text{Re} \frac{\delta'_2 - \delta_2}{\delta'_2}.$$

Как показывают расчеты, эти ошибки для различных волн и толщины покрытий в рассматриваемом случае (дуралюминий — смола) характеризуются очень большим разбросом. На рис. 4 показано изменение δ_1^*

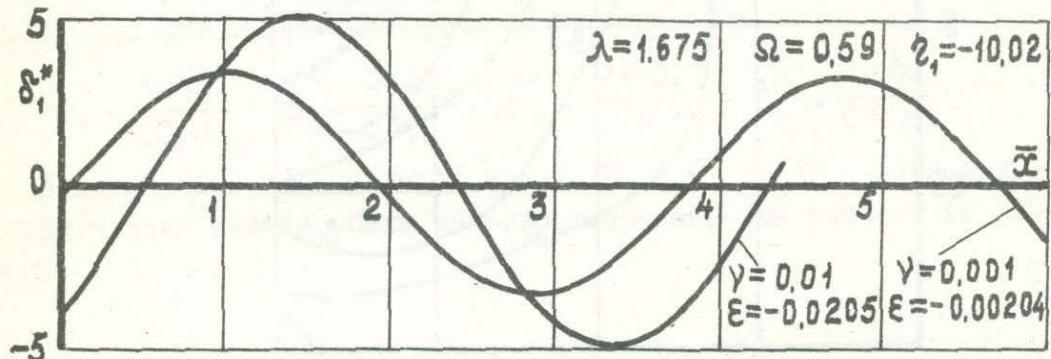


Рис. 4 Эпюры δ_1^* , в точке I рис. 3

в функции \bar{x} для волны, отмеченной на рис. 3 цифрой 1 для двух значений коэффициента вязкости.

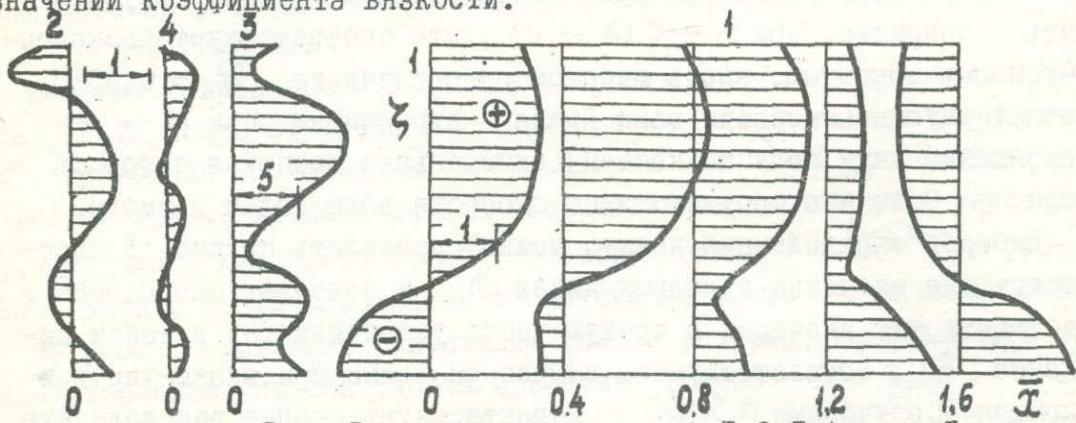


Рис. 5. Эпюры δ_3^* в точках I, 2, 3, 4 рис. 3.

На рис. 5 построены эпюры δ_3^* для четырех различных волн. Отметим, что отличие δ_4^* от δ_3^* (также как δ_2^* от δ_1^*) составляет менее 1%. Соединяя точки с одинаковыми значениями δ_3^* для различных \bar{x} и ζ , можно построить линии одинаковых разностей главных напряжений δ_1, δ_2 . Пример такого построения приведен на рис. 6 для рассматриваемых материалов полуплоскости и по-

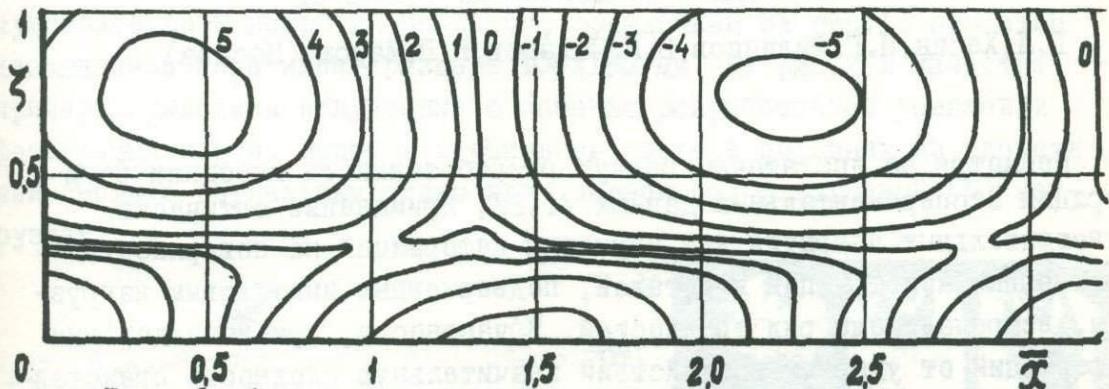


Рис. 6. Линии одинаковых разностей главных напряжений.

крытия в точке I рис. 3 при следующих значениях параметров задачи:
 $\lambda = 1,675$, $\Omega = 0,59$, $\vartheta = 0,01$, $\varepsilon = -0,0205$. Здесь значения δ_3^* на двух соседних линиях отличаются на 0,4.

Л и т е р а т у р а

- I. Сахаров В.Н., Маров Н.В. О применении метода оптически чувствительных покрытий для исследования деформаций динамически загруженных деталей и конструкций. Сб. трудов МИСИ, 1970, № 73.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ ОПТИЧЕСКИ-ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ В ДИНАМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Г.Л.Хесин, И.Г.Филиппов, В.Н.Сахаров, Н.В.Маров (Москва)

Несмотря на достаточно полную разработанность методики регистрации экспериментальных данных /1,2/, применение оптически-чувствительных покрытий для изучения деформаций на поверхности инженерных конструкций и деталей, подверженных импульсным нагрузкам, встречает еще ряд трудностей. В частности, при исследовании деформаций от ударных воздействий значительную сложность представляет обеспечение надежной синхронизации. Кроме того, детально не изучены ошибки, связанные с неравномерным распределением деформаций и напряжений по толщине покрытия, связанным с волновым характером прикладываемой нагрузки. Ниже приводятся результаты исследования указанных вопросов, выполненного в Проблемной лаборатории фотоупругости МИСИ им. В.В. Куйбышева.

Для исследования деформаций от ударных нагрузок создана отражательная поляризационно-динамическая установка, основными задачами при разработке которой являлись: синхронизация вспышки импульсной лампы с заданной фазой исследуемого процесса в конструкции, получение поля съемки возможно больших размеров.

Поляризационно-оптическая часть установки представляет собой **V**-образный отражательный полярископ с параллельным пучком света диаметром 200 мм. В качестве источника света использована импульсная лампа типа ИСШ-400, работающая в режиме однократной вспышки длительностью 1 мксек и запускаемая непосредственно от оптического эффекта, возникающего в покрытии в момент приложения ударной нагрузки. Система запуска импульсной лампы представляет собой самостоятельный **V**-образный полярископ, в котором источником света является лампа накаливания или газовый лазер. Фотоумножитель срабатывает от появления первой полосы половинного порядка в выбранной для запуска точке исследуемого поля. Подоб-

ная система запуска в проходящем свете применена авторами работ /3,4/. Выбор момента фиксирования заданной фазы процесса регулируется как изменением положения светового пятна на оптически-чувствительном покрытии, так и с использованием задержки.

Установка монтируется по двум вариантам: как обычный V-образный полярископ с рабочим полем 200 мм, и как полярископ для одновременного нормального и наклонного просвечивания оптически-чувствительных покрытий по схеме, показанной на рис.1. При этом наблюдаемое поле имеет размеры 100x150 мм. На рис.2 в качестве примера приведены полученные с помощью разработанной установки фотографии картин полос в отраженном свете в образцах из эпоксидной смолы с зеркальным слоем при ударной (а) и взрывной (б) нагрузках.

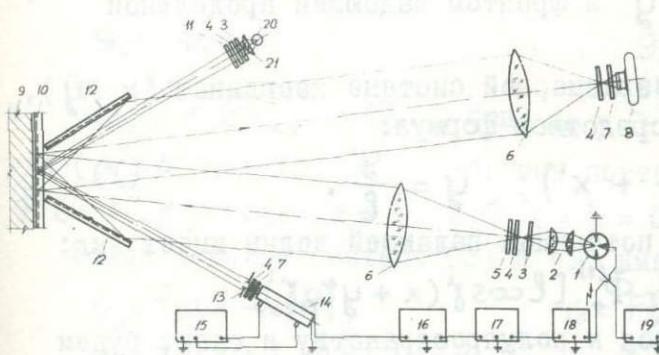
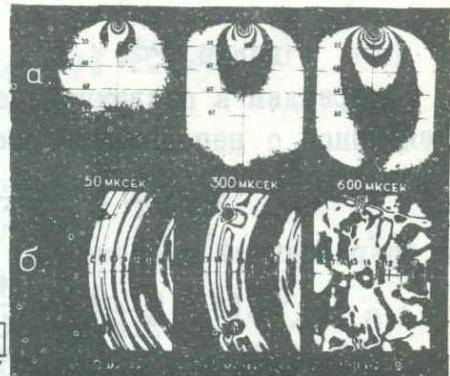


Рис.1. 1-лампа ИСШ-400, 2-конденсор, 3-поляризатор, 4-пластина $\lambda/4$, 5 и II-светофильтр, 6-объектив "Уран-12", 7-анализатор, 8-фотокамера, 9-исследуемая деталь, 10-покрытие, 12-зеркало, 13-диафрагма, 14-фотоумножитель, 15-блок питания ФЭУ, 16-усилитель фототока, 17-генератор импульсов, 18-блок поджига, 19-блок питания, 20-лампа накаливания, 21-линза.

Рис.2.



Из выполненных к настоящему времени работ известно, что даже в условиях одноосного напряженного состояния в динамически загруженной конструкции или детали в оптически-чувствительном покрытии возникает неравномерное распределение напряжений и деформаций по его толщине. Как указывается в работе /1/, неравномерное распределение деформаций по толщине покрытия обусловлено различием скоростей распространения волн напряжений в детали и покры-

тии, что приводит к образованию наклонного фронта в покрытии, а также отражением волн напряжений от поверхностей покрытия и детали. С целью проведения детального анализа ниже приводится теоретическое решение этой задачи, которая формулируется следующим образом.

Пусть упругое полупространство покрыто упругой пластиной, при чем контакт пластины с полупространством по границе их раздела предполагается жестким. Рассмотрим задачу о возмущенном поле в полупространстве $y' \leq 0$ и в пластине $0 \leq y \leq h$ (см. рис. 3), когда по полупространству распространяется плоская продольная волна, задаваемая потенциалом

$$\Phi_0^{(0)}(x' \cos \gamma - y' \sin \gamma + a_0 t),$$

где a_0 — скорость продольной волны в полупространстве $y' \leq 0$,

γ — угол между осью y' и фронтом падающей продольной волны P .

Перейдем к подвижной безразмерной системе координат (x, y) , связанной с неподвижной посредством формул:

$$x = \frac{1}{\ell} \left(\frac{a_0 t}{\cos \gamma} + x' \right); \quad y = \frac{y'}{\ell}. \quad (I)$$

В координатной системе (I) потенциал падающей волны имеет вид:

$$\Phi_0(x + y t g \gamma) = \frac{1}{\ell^2} \Phi_0^{(0)} [\ell \cos \gamma (x + y t g \gamma)]$$

Все величины, относящиеся к полупространству и слою, будем обозначать индексами "0" и "1" соответственно.

В подвижных координатах (x, y) и в безразмерной постановке задача сводится к определению возмущенных потенциалов Ψ_0 , Ψ_1 и Ψ_1 , удовлетворяющих уравнениям:

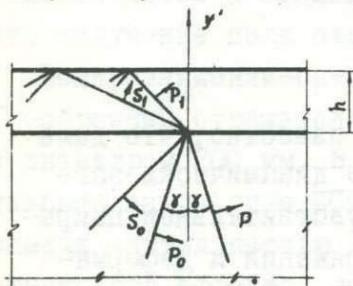


Рис. 3.

где 2ℓ — длина падающей волны,

$$\begin{cases} -\alpha_0^2 \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial y^2} = 0, \\ -\beta_0^2 \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial y^2} = 0, \end{cases} \text{ при } y \leq 0, \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\alpha_1^2 \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2} = 0, \\ -\beta_1^2 \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2} = 0, \end{cases} \text{ при } 0 \leq y \leq h, \quad (3)$$

$$\alpha_0 = \operatorname{tg} \gamma; \quad \beta_0 = \sqrt{\frac{\alpha_0^2}{B_0^2 \cos^2 \gamma} - 1};$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0^2}{A_1^2 \cos^2 \gamma} - 1}; \quad \beta_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0^2}{B_1^2 \cos^2 \gamma} - 1}; \quad (4)$$

α_0, B_0, A_1, B_1 — скорости продольных и поперечных волн в полу-пространстве и слое соответственно. Так как $\alpha_0 > (A_1, B_0, B_1)$, то $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0$ и β_1 действительные числа.

Границные условия задачи следующие:

$$\left. \begin{aligned} G_{yy}^{(1)} &= G_{yy}^{(0)} + g_1(x); \quad G_{xy}^{(1)} = G_{xy}^{(0)} + g_2(x) \\ U^{(1)} &= U^{(0)} + g_3(x); \quad V^{(1)} = V^{(0)} + g_4(x) \end{aligned} \right\} \text{при } y=0 \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \left(\frac{\lambda}{\cos^2 \gamma} + \frac{2\mu \sin^2 \gamma}{\cos^2 \gamma} \right) \Phi_0''(x); \quad g_2 = 2\mu \operatorname{tg} \gamma \Phi_0''(x) \\ g_3 &= \Phi_0'(x); \quad g_4 = \operatorname{tg} \gamma \Phi_0'(x) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\text{и } G_{yy}^{(1)} = G_{xy}^{(1)} = 0 \quad \text{при } y=h, \quad (7)$$

$$\text{где } (\lambda_0, \mu_0), (\lambda_1, \mu_1) \text{ — упругие постоянные, причем } \Phi(x) \neq 0 \text{ при } x \leq 0 \text{ и } \Phi_0(x) = 0 \text{ при } x > 0. \quad (8)$$

Общее решение системы (2) и (3) имеет вид:

$$\Psi_0 = f_0(x - \alpha_0 y); \quad \Psi_0 = F_0(x - \beta_0 y); \quad (9)$$

$$\Psi_1 = f_1(x + \alpha_1 y) + f_2(x - \alpha_1 y); \quad \Psi_1 = F_1(x + \beta_1 y) + F_2(x - \beta_1 y); \quad (10)$$

где $f_0, F_0, f_1, F_1, f_2, F_2$ — произвольные функции, определяемые из граничных условий (5) и (7).

Величины напряжений в слое вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} G_{\xi\eta}^{(1)} &= C_{\xi\eta}^{(1)} f_0''(x + \alpha_1 y) + C_{\xi\eta}^{(2)} F_0''(x + \alpha_1 y) + C_{\xi\eta}^{(3)} \Phi_0''(x + \alpha_1 y) + \\ &+ C_{\xi\eta}^{(4)} f_0(x - \alpha_1 y) + C_{\xi\eta}^{(5)} F_0''(x - \alpha_1 y) + C_{\xi\eta}^{(6)} \Phi_0''(x - \alpha_1 y) + \\ &+ C_{\xi\eta}^{(7)} f_0(x + \beta_1 y) + C_{\xi\eta}^{(8)} F_0''(x + \beta_1 y) + C_{\xi\eta}^{(9)} \Phi_0''(x + \beta_1 y) + \\ &+ C_{\xi\eta}^{(10)} f_0(x - \beta_1 y) + C_{\xi\eta}^{(11)} F_0''(x - \beta_1 y) + C_{\xi\eta}^{(12)} \Phi_0''(x - \beta_1 y); \end{aligned} \quad (II)$$

$$\text{где: } (\xi, \eta) = (x, y); \quad C_{\xi\eta}^{(j)} = C_{\xi\eta}^{(j)}(\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, \rho_0, \rho_1). \quad (I2)$$

Функции f_0'' и F_0'' при этом определяются из уравнений

$$\begin{cases} f_o''(x) \\ F_o''(x) \end{cases} = \begin{cases} D_1' \\ D_1^2 \end{cases} f_o''(x+2\alpha_1 h) + \begin{cases} D_2' \\ D_2^2 \end{cases} f_o''[x+(\alpha_1+\beta_1)h] + \begin{cases} D_3' \\ D_3^2 \end{cases} f_o''(x+2\beta_1 h) + \\ + \begin{cases} D_4' \\ D_4^2 \end{cases} F_o''(x+2\alpha_1 h) + \begin{cases} D_5' \\ D_5^2 \end{cases} F_o''[x+(\alpha_1+\beta_1)h] + \begin{cases} D_6' \\ D_6^2 \end{cases} F_o''(x+2\beta_1 h) + \\ + \begin{cases} D_7' \\ D_7^2 \end{cases} \Phi_o''(x+2\alpha_1 h) + \begin{cases} D_8' \\ D_8^2 \end{cases} \Phi_o''[x+(\alpha_1+\beta_1)h] + \begin{cases} D_9' \\ D_9^2 \end{cases} \Phi_o''(x+2\beta_1 h) + \\ + \begin{cases} D_{10}' \\ D_{10}^2 \end{cases} \Phi_o''(x), \quad (13)$$

где $D_j^i = D_j^i(\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, \rho_0, \rho_1)$; ($i=1,2; j=1,2 \dots 10$). (14)

Формулы (II) для расчета $G_{5n}^{(i)}$ в слое запрограммированы для решения на ЭВМ М-220. При этом в программу в качестве исходных данных закладывались следующие параметры, характеризующие механические свойства материалов полупространства (дюралюминий) и слоя (эпоксидная смола).

Экспериментальное исследование задачи о распределении напряжений и деформаций по толщине покрытия производилось на пластинках из дюралюминия размером 200x500 мм, в которых взрывались заряды ВВ весом 350 мг. Кроме характеристик материалов в программу расчета напряжений с помощью ЭВМ закладывались параметры волны напряжений, распространяющейся в пластинке. Поскольку в пластинке создается обобщенное плоское напряженное состояние, ее толщина b должна выбираться из условия $b \geq 10\delta$. В нашем случае $\delta = 80$ мм, $b = 2$ мм.

Просвечивание покрытия осуществлялось одновременно в двух направлениях, как показано на схеме рис.4. Исследовались модели покрытия толщиной равной 1, 2, 5 и 10 мм при отношении длины волны к толщине покрытия равном 80, 40, 16 и 8. Там же в качестве примера приведены кинограммы картин полос в покрытии толщиной 1, 2 и 5 мм, полученные с помощью кинокамеры СФР в режиме фоторегистратора в сечении, расположенному на расстоянии 50 мм от места взрыва заряда ВВ.

Данные, полученные методом фотоупругости на моделях оптически-чувствительного покрытия, приклеенных к металлической пластинке, сопоставлялись с результатами численного определения напряжений на основе приведенного выше теоретического решения. Это позволило

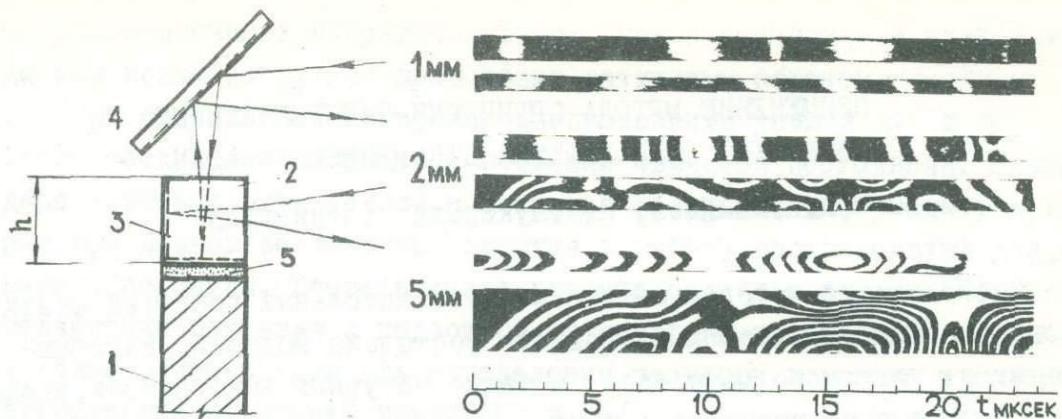


Рис.4. Схема просвечивания модели покрытия и кинограммы картин полос для покрытий толщиной 1, 2 и 5 мм.

1 - металлическая пластинка, 2 - покрытие, 3 - отражающий слой, 4 - зеркало, 5 - слой клея.

установить характер напряженного состояния покрытия в динамических условиях и сформулировать критерии правильного выбора толщины покрытия при исследовании распространения волн напряжений в деталях и конструкциях.

Л и т е р а т у р а

1. Сахаров В.Н., Маров Н.В. "О применении метода оптически-чувствительных покрытий для исследования деформаций динамически загруженных деталей и конструкций". МИСИ им. В.В. Куйбышева, Сборник трудов № 73, 1970.
2. Khesin G.L., Sakharov V.N. "Methods of measurement on the surface of concrete and reinforced concrete constructions by means of photoelastic coatings". Proc of 4-th Int. Conf. on Experimental Stress Analysis, Cambridge, England, 1970. I.Mech.Eng. London, 1971.
3. Трегер И. "Проверка теории удара Герца поляризационно-оптическим методом". В сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений". Изд. ЛГУ, 1966.
4. Хесин Г.Л., Жаворонок И.В., Сахаров В.Н., Хе В.И., Кутаева Г.С. "Измерение абсолютной разности хода по полю и в точке с помощью оптического квантового генератора". В наст. сб.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОПТИЧЕСКИ-ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Л. К. Малышев, Я. Н. Цукерман (Ленинград)

Исследование методом оптически-чувствительных покрытий статического напряженно-деформированного состояния моделей, изготовленных из натурного материала, а также натурных конструкций, является в настоящее время достаточно разработанным /1-2/. Использование этого метода для решения динамических задач позволяет в ряде случаев преодолеть известные трудности, связанные с моделированием натурных материалов полимерными оптически-чувствительными пластмассами /3/. Однако, методические вопросы, связанные с применением метода покрытий в динамике, представляются недостаточно выясненными /4-5/.

В статье излагаются результаты экспериментальных исследований взаимодействия покрытия с подложкой, а также рекомендации относительно выбора материала и геометрических размеров покрытия.

Работа выполнена в лаборатории ОМИН ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева.

Постановка задачи

I. Совместная работа покрытия и подложки схематически может быть рассмотрена следующим образом (рис. I). При деформировании подложки вдоль линии соединения ее с покрытием возникают нормальные и сдвиговые усилия (соответственно P_x и q_{yx}), посредством которых покрытие вовлекается в работу. Степень участия покрытия в совместном деформировании с подложкой зависит от геометрических размеров покрытия, а также соотношения жесткостей покрытия и подложки.

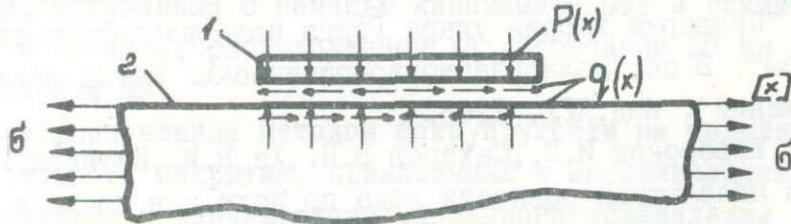


Рис. I

1. Покрытие. 2. Подложка.

2. Вовлечение покрытия в работу при статических и волновых динамических нагрузках происходит различным образом.

При статических нагрузках распределение усилий P_x и Q_y , вдоль соединения покрытия и подложки является постоянным. Благодаря действию этих усилий в покрытии возникают деформации, которые при полном вовлечении покрытия в работу соответствуют деформациям подложки. Теоретическое решение задачи о статическом взаимодействии покрытия с подложкой из упругого изотропного материала, а также рекомендации для определения размеров покрытия и оценки погрешности измерений приведены в /6/.

При распространении волн напряжений усилия P_x и Q_y , перемещаются вдоль покрытия со скоростью волны напряжений в подложке, возбуждая в нем систему продольных и поперечных волн. Деформированное состояние покрытия формируется интерференционными эффектами, сопровождающими распространение волн в ограниченной среде. Теоретическое решение задачи о взаимодействии покрытия с подложкой в условиях распространения волн напряжений в настоящее время отсутствует. Поэтому были получены экспериментальные оценки включения покрытия в работу в зависимости от его геометрических размеров, соотношения механических характеристик материалов покрытия и подложки, параметров волны напряжений в подложке, а также наличия клеевого соединения покрытия и подложки.

3. Исследование взаимодействия покрытия с подложкой проводилось для случая одномерного распространения волны напряжений. Подложку имитировал призматический стержень, на одном из участков которого располагалась призматическая накладка, представляющая собой аналог покрытия. На противоположной грани стержня-подложки также устанавливалась накладка-покрытие для обеспечения симметрии напряженно-деформированного состояния модели. Материалами для изготовления покрытий и стержней служили силикатное стекло и жесткий эпоксидный компаунд. Эти материалы были выбраны потому, что оба являются оптически чувствительными; соотношение их механических характеристик в достаточной степени воспроизводит действительное соотношение механических характеристик эпоксидного компаунда и большинства натуральных материалов. Для исследований условий работы

покрытия в зависимости от его толщины и длины, а также длины волны в подложке, размеры покрытия варьировались по толщине (h) и длине (L). Продольная волна напряжений в стержне-подложке возбуждалась импульсивным нагружением его торца.

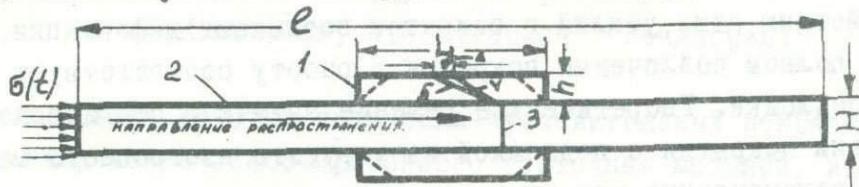


Рис.2 — линия скоса оконечности покрытия. 1. Покрытие. 2. Стражень подложка. 3. Передний фронт волны в подложке. 4. Передний фронт P -волны в покрытии. 5. Передний фронт S -волны в покрытии. Δ -расхождение фронта P и S волн в покрытии.
Направление просвечивания перпендикулярно плоскости чертежа.

Схема испытывавшихся моделей показана на рис.2. Модели изготавливались как из одного, так и разных материалов. Размеры покрытия и стрежня-подложки для различных сочетаний материалов приводятся в табл. I.

Таблица I

Материал	Стержень-подложка								Покрытие							
	заряд №	ρ, г/см³	С, м/сек	λ _{ср} , м	ε, м	Н, м	λ ₂ , м	η _{max}	Материал	ρ, г/см³	С, м/сек	λ _{ср} , м	h, м	L, м	h/L	η _{max}
I								4,0	Стекло-силикатное	2,6	5750	34,15				
2										2			30	1/15	1,5	
3													60	1/30	1,5	
4	Стекло-силикатное	70	2,6	5750	34,15	300	14	5,8	Стекло-силикатное	2,6	5750	34,15	30	1/5	1,5	
5													60	1/30	1,5	
6													30	1/10	1,5	
7													60	1/30	5,0	
8									Эпоксидный компаунд	1,21	2160	34,15	2	1/5	1,5	
9													60	1/10	4,5	
10													30	1/5	4,5	
II													60	1/10	4,5	
12	Эпоксидный компаунд	70	1,21	2160	58,8	300	14	9,1	Стекло-силикатное	2,6	5750	34,15	30	1/4	4,0	
13													60	1/6	5,5	
14													30	1/15	5,0	
15													60	1/30	5,0	
									Эпоксидный компаунд	1,21	2160	58,8	2	1/15	5,0	
													30	1/30	5,0	
													60	1/5	4,5	
													30	1/10	4,5	

x/ Оконечности покрытия скончены под углом 45°

$$2_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{B^2 + H^2}{6}}$$

На моделях I-4 исследовались особенности динамического напряженно-деформированного состояния покрытий, изготовленных из силикатного стекла. У этого материала, как известно, оптические и механические характеристики не зависят от параметров нагрузки. Полученные результаты были использованы также для оценки влияния акустической жесткости (φ_c) клеевого соединения на вовлечение покрытия в работу. Модели 5-8 предназначались для изучения взаимодействия покрытия и подложки, характеризующихся различными значениями φ_c . На моделях 9-14 исследовалось влияние высоты покрытия на вовлечение его в работу совместно с подложкой. На модели 15 определялось влияние скоса оконечностей покрытия на характер включения его в работу.

4. Эксперименты проводились методом сквозного просвечивания на оптико-динамической установке с высокоскоростной кинокамерой СФР /7/.

Обсуждение экспериментальных результатов

1. При обработке экспериментальных результатов определялись скорости (c_0) распространения продольной волны, ее длина (λ) и интенсивность (n) в стержне-подложке и покрытии. Интенсивность волны определялась методом полос с точностью до $1/4$ полосы. При этом предполагалось, что в пределах указанной точности измерений сохраняется действие закона Вертгейма для эпоксидного компаунда и силикатного стекла /8/. Измеренные значения указанных параметров приводятся в таблице I.

2. Рассмотрение напряженного состояния моделей позволяет заключить, что основную роль при вовлечении покрытия в работу выполняют поперечные волны, преломленные из подложки. Экспериментально это обстоятельство было также установлено ранее в работе /5/. Интенсивность продольной волны (P) составляет примерно $1/8-1/10$ интенсивности поперечной волны (S). Однако при небольшой толщине покрытия эти волны в нем не разделяются. В этом случае распространяющаяся в покрытии волна может рассматриваться как однородная, скорость которой c заключена в интервале $c_2 < c < c_1$ /9/. Толщина покрытия, при которой разделение фронтов волн P и S может не учитываться, определяется приближенным эмпирическим со-

отношением $h = c\tau$, где τ - интервал времени, в пределах которого начало расхождения фронтов волн P и S (рис.2). на кино- и фотографиях не отмечается.

Вступление волны в покрытие и выход из него сопровождаются дифракционными эффектами в прилегающей зоне покрытия. Это явление происходит вследствие ступенчатого изменения поперечного сечения модели на пути волны, распространяющейся в подложке. Протяженность дифракционной зоны по длине покрытия зависит от его толщины и составляет примерно $(3-4)h$.

Влияние отмеченных дифракционных эффектов может быть уменьшено, если обеспечить постепенное вступление волны в покрытие с помощью скоса его оконечностей под углом, не превышающим $30 \pm 45^\circ$ (рис.2).

Конфигурация волны, преломленной в покрытие, существенным образом зависит от соотношения акустических жесткостей (Q_C) материалов подложки, покрытия и клея. Если материал покрытия и клея характеризуется одинаковым значением Q_C , то наблюдаемая в покрытии преломленная волна сохраняет форму волны, распространяющейся в подложке. Это условие обычно выполняется при использовании покрытий из эпоксидного компаунда, наклеенных эпоксидным kleem холодного отверждения /10/.

Если материал клея характеризуется иной, чем у покрытия, акустической жесткостью, то преломленная в покрытие волна может исказяться и, в общем случае, не соответствовать волне, распространяющейся в подложке. Это обстоятельство иллюстрируется фотографией (рис.3), полученной для покрытия, выполненного из стекла

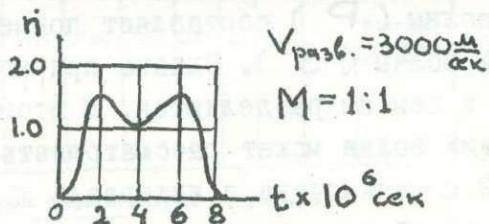
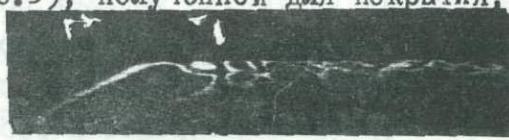


Рис.3

и приклеенного к стеклянному стержню-подложке эпоксидным клеем.

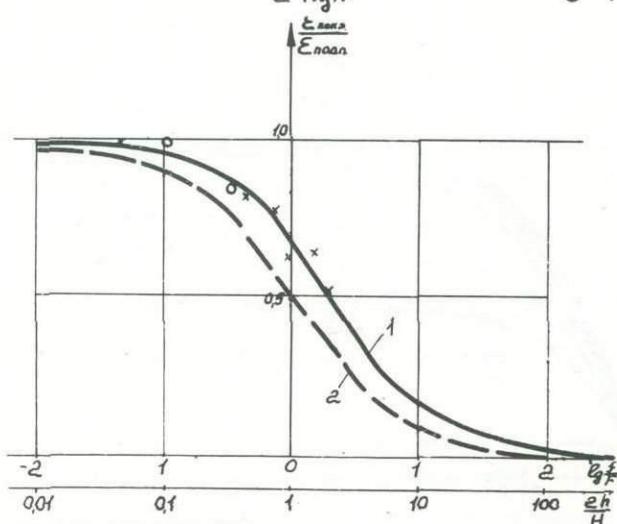
3. Степень вовлечения покрытия в работу может быть охарактеризована соотношением амплитуд волн: преломленной в покрытие и распространяющейся в стержне-подложке. Для анализа полученных результатов представляется возможным привлечение приближенной теории распространения продольных волн напряжений в неоднородных упругих стержнях, возбуждаемых подвижной нагрузкой /II/. Неоднородность стержня рассматривается либо как изменение площади его поперечного сечения или акустических свойств отдельных частей стержня, либо как одновременное изменение обоих характеристик. Предполагая полное вовлечение покрытия в работу, с помощью /II/ получено соотношение деформаций в покрытии и стержне-подложке, изготовленных из одинакового материала

$$\frac{\varepsilon_{\text{нгл.}} - \varepsilon_{\text{пкр.}}}{\varepsilon_{\text{пкр.}}} = \frac{f}{2F}, \quad (I)$$

где f , F – соответственно площади поперечных сечений покрытия и стержня-подложки.

На рис.4 показана зависимость

$$\frac{\varepsilon_{\text{пкр.}}}{\varepsilon_{\text{нгл.}}} \quad \text{от} \quad \lg \frac{f}{F},$$



○ – экспериментальные точки работы [3].

1. Вовлечение покрытий в работу при распространении волн напряжений.
2. Вовлечение покрытия в работу при статической нагрузке.

Рис.4

построенная по формуле (I). Там же нанесены результаты измерений на моделях, изготовленных целиком из эпоксидного компаунда, и составных моделях (подложка-стекло, покрытие – эпоксидный компаунд). В последнем случае расчет по формуле (I) производился с учетом различия жесткостей стекла и эпоксидного компаунда, согласно рекомендациям /II-I2/. На этом же графике нанесены точки, полученные обработкой экспериментальных данных работы /5/. Представляется возможным использование полученной зависимости также для оценки податливости клеевого соединения покрытия с подложкой при динамических исследованиях.

4. Представляет интерес сопоставление полученных оценок о работе покрытия в динамике с оценками, полученными из условий его статической работы. В данном случае одномерной задачи вычисления по вовлечению покрытия в работу при статических нагрузках были выполнены на основании /I2/. На рис.5 показаны графики зависимости $\frac{\varepsilon_{\text{покр}}}{\varepsilon_{\text{подл}}}$ в функции от $\frac{L}{h}$ для различных значений жесткости покрытия и подложки, характеризуемой отношением $\frac{(E_F)_{\text{покр}}}{(E_F)_{\text{подл}}}$.

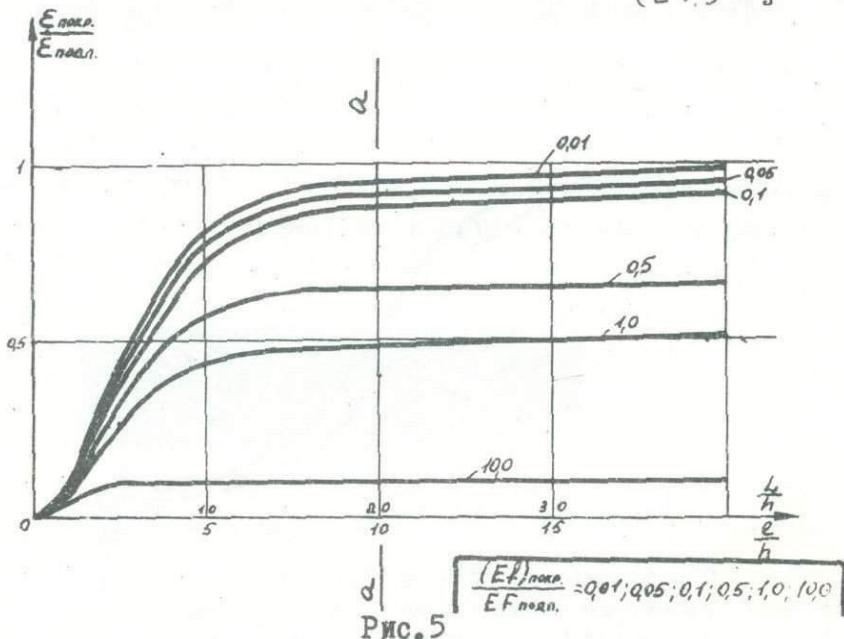


Рис.5

Следует отметить, что результаты этих вычислений согласуются с результатами /6/. На рис.4 построена зависимость $\varepsilon_{\text{покр}}/\varepsilon_{\text{подл}}$ от

$(E_f^p)/(E_f)_{нр}/(E_f)_{нгл}$, полученная из рис.5 для сечения $a-a$, соответствующего отношению L/h при полном включении покрытия в работу.

Л и т е р а т у р а

1. Александров А.Я. Исследование упруго-пластических задач методом фотоупругих покрытий. Сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", изд. ЛГУ, 1966.
2. Трумбачев В.Ф., Катков Г.А. Измерение напряжений и деформаций методом фотоупругих покрытий. "Наука", 1966.
3. Эдельштейн Е.И. К вопросу о применении поляризационно-оптического метода исследования напряжений к решению динамической задачи теории упругости. Сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", изд. ЛГУ, 1966.
4. Федоров А.П. Применение высокоскоростной кинокамеры СФР при исследовании методом оптически активных покрытий распространения волн напряжений в металлических моделях. Успехи научной фотографии, АН СССР, 1964, 9.
5. Сахаров В.Н., Маров Н.В. О применении метода оптически-чувствительных покрытий для исследования деформаций динамически загруженных деталей и конструкций. Сб. "Моделирование задач динамики, термоупругости, статики поляризационно-оптическим методом". М., 1970.
6. Ахметзянов М.Х. К оценке систематических погрешностей метода фотоупругих покрытий. Сб. "Механика деформируемого тела и расчет сооружений", тр. НИИЖТ, Новосибирск, 1970, 96.
7. Малышев Л.К., Пантелеев А.А. Кинематографическое исследование быстропротекающих процессов с помощью поляризационного света. Ж. научной и прикладной фотографии и кинематографии, 1970, I.
8. Stein R.S. The dynamic birefringence of high polymers. J. of Polymer Sci., 1962, 57, 165.
9. Огурцов К.И., Девякович Л.М., Эдельштейн Е.И. О теоретических оценках динамического поля напряжений в пластине и обоснование метода динамической фотоупругости. Сб. "Распространение упругих и упругопластических волн", изд. ФАН, Ташкент, 1969.
10. Wegman R., J. Appl. Polymer Sci., 1966, 2, N10.
11. Donnel L.H. Longitudinal impact of rods. Trans, ASME, AMP, 1930, 14.
12. Шиманский Ю.А. Проектирование прерывистых связей судового корпуса. Судпромгиз, 1952.

О ПРИМЕНЕНИИ ЗАКОНА ВЕРТГЕЙМА В ДИНАМИКЕ М.А. Нарбут (Ленинград)

При исследовании динамических задач поляризационно-оптическим методом весьма важным является вопрос о переходе от измеренных оптических величин к напряжениям и деформациям в модели. В условиях динамики законы Гука и Вергейма недостаточно точно описывают поведение полимеров, из которых обычно изготавляются модели, и вместо них следует применять интегрально-операторные соотношения теории вязкоупругости. Поскольку определение функций ползучести в динамике является весьма трудной задачей, представляет интерес выяснить, нельзя ли придавать смысл напряжений величинам, которые вычисляются по оптическим данным в соответствии с классическим законом фотоупругости Вергейма.

1. Учитывая, что оптический метод в динамике применяется лишь для решения плоских задач, рассмотрим одну из краевых задач на распространение волн в вязкоупругом теле, занимающем двумерную область V с границей S , когда на S задаются напряжения σ_{ij}^x . Задача заключается в решении уравнений

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \quad (1)$$

в которых напряжения σ_{ij} и деформации ϵ_{ij} связаны соотношениями

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

x) Заметим, что дальнейшие результаты оказываются справедливыми и при других линейных граничных условиях рассматриваемой задачи.

а λ и μ - известные /1/ линейные интегральные операторы вязкоупругости, - при начальных и граничных условиях

$$u_i = \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \text{ когда } t \leq 0, \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} n_j = g_i(x_1, x_2) a(t) \text{ на } S. \quad (4)$$

Решение этой задачи $\sigma_{ij}(x_1, x_2, t)$, $u_i(x_1, x_2, t)$ будем называть истинным полем напряжений и смещений в модели при воздействии (4) с функцией $a(t)$.

2. В оптическом методе наблюдаемыми величинами являются оптическая разность хода Δ и параметр изоклины φ . При достаточно общих предположениях относительно пьезо-оптических свойств полимеров эти величины связаны с напряжениями σ_{ij} соотношениями /2/

$$\Delta \cos 2\varphi = F(\sigma_{11} - \sigma_{22}), \quad \Delta \sin 2\varphi = 2F\sigma_{12}, \quad (5)$$

где F - оператор, действие которого на произвольную функцию $f(t)$ определяется формулой

$$Ff = F(0)f(t) + \int_0^t F'(t-s)f(s)ds.$$

В условиях, когда не известно ядро $F(t)$ указанного оператора, соотношения (5) не позволяют определять напряжения по величинам Δ и φ . Однако, если ввести вспомогательные функции $q_{ij} = F\sigma_{ij}/c$, то соотношения (5) перепишутся в форме

$$\Delta \cos 2\varphi = c(q_{11} - q_{22}), \quad \Delta \sin 2\varphi = 2cq_{12} \quad (6)$$

обычного закона Вертгейма, из которого q_{ij} определяются по Δ и φ так же, как и в задачах фотоупругости.

Покажем, что величинам q_{ij} можно придать определенный механический смысл, позволяющий несколько расширить возможности оптического метода в условиях динамики.

Известно /3/, что оператор F , примененный к функциям u_i , удовлетворяющим условиям (3), коммутирует с оператором однократного и двукратного дифференцирования по t , т.е.

$$\frac{\partial^k}{\partial t^k} [F u_i] = F \left[\frac{\partial^k}{\partial t^k} u_i \right] \quad k=1, 2.$$

Кроме того, оператор F коммутирует с операторами λ и μ из (2), равно как и с операторами дифференцирования по x_i .

Если применить оператор $(1/c)F$ к обеим частям соотношений (1) – (4) и воспользоваться указанными свойствами коммутативности, то для вспомогательных функций

$$q_{ij} = \frac{1}{c} F \sigma_{ij}, \quad u_i = \frac{1}{c} F u_i, \quad (7)$$

которые можно назвать приведенными напряжениями и смещениями в модели, получается в точности такие же соотношения (1) – (3), как и для истинных напряжений σ_{ij} и смещений u_i . Что же касается граничного условия (4), то оно перепишется в виде

$$q_{ij} n_j = g_i(x_1, x_2) a^*(t), \quad (8)$$

$$\text{где } a^*(t) = Fa = F(0) a(t) + \int_0^t F'(t-s) a(s) ds. \quad (9)$$

Значит, q_{ij} и u_i из (7) можно толковать как истинные напряжения и смещения в модели, возбужденные приведенным воздействием (8).

3. Поскольку ни функцию $F(t)$, ни форму истинного воздействия $a(t)$ нельзя считать известными, не удается вычислить и $a^*(t)$ из (9). Несмотря на это, можно указать некоторые возможности применения полученных результатов.

Допустим, что при импульсном воздействии (4) произведены измерения оптических величин на некотором расстоянии от точки воздействия, и по (6) вычислены соответствующие значения q_{ij} . Принимая измеренные значения q_{ij} за количественную характеристику исходной "падающей" волны, можно поставить вопрос о дальнейшем распространении этой волны в модели любой конфигурации.

Если же известны ядра операторов λ и μ из (2), то имеется принципиальная возможность определения вида функции $a^*(t)$ из (8) по результатам измерения значений q_{ij} .

на упомянутом выше фронте "падающей" волны. Реализация этой возможности позволила бы отнести результаты вычисления q_{ij} по оптическим величинам Δ и φ с помощью закона Вертгейма (6) к воздействию вида (8), к тому самому воздействию, приложение которого к модели породило бы в ней поле напряжений, равное q_{ij} .

В заключение необходимо подчеркнуть, что изложенное выше не имеет непосредственного отношения к проблеме моделирования динамических процессов в средах, обладающих различными реологическими свойствами.

Автор считает приятным долгом выразить глубокую благодарность Г.И.Петрашень и Е.И.Эдельштейну за многочисленные советы и замечания, способствовавшие появлению настоящей работы.

Л и т е р а т у р а

1. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций, М., изд. "Наука", 1966г.
2. Бугаков И.И., Демидова И.И. Исследование метода линейной фотоползучести. Изв. АН СССР, МТТ, 1970г., № 5, 74-82.
3. Рововский М.И. Об одном свойстве степени специального оператора и его применении к решению упруго-наследственных динамических задач. В сб. "Ползучесть и длительная прочность". Новосибирск, Сибирское отд. АН СССР, 1963, I28-I33.

ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКИХ
СТАЦИОНАРНЫХ ПОТОКОВ

Г.Л.Хесин, Г.Ф.Дагаев (Москва)

В условиях плоского сдвигового течения двулучепреломляющие жидкости ведут себя подобно двухосному оптическому кристаллу и оптические явления в них аналогичны явлениям, возникающим в упругих оптически-анизотропных средах, подверженных деформированию. Наблюдаемые оптические картины вызваны внутренним трением в жидкости и описывают поле вязких напряжений в потоке, что представляет интерес, в частности, в механике гидравлических сопротивлений.

Случай ползущего течения высоковязкой newtonovskoy жидкости рассмотрен в /1/.

Данная работа посвящена вопросам методики поляризационно-оптического исследования плоских ламинарных потоков маловязкой жидкости, в качестве которой была выбрана водная суспензия синтетического красителя /2/.

Исследование реологических свойств суспензии проводилось с помощью вискозиметра системы А.А.Трапезникова, который по принципу действия относится к соосноцилиндрическим аппаратам и позволяет создать поток с однородным полем напряжений. Определялись зависимости напряжения сдвига τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ для ряда значений параметров: температуры T и концентрации c . Результаты измерений представлены на рис. I в виде зависимостей эффективной вязкости $\eta = \tau / \dot{\gamma}$ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$. Вид кривых характеризует суспензию как псевдопластическую жидкость.

Как показывают результаты поляризационно-оптических исследований растворов полимеров и биополимеров /3/, для них зависимость между величиной двойного лучепреломления Δn и τ , в отличии от связи между Δn и $\dot{\gamma}$, является более устойчивой и близкой к линейной. Для исследуемой суспензии концентрацией 1,08% эта зависимость была получена путем нанесения экспериментальных точек $\Delta n(\dot{\gamma})$ /2/ и $\tau(\dot{\gamma})$ на график $\Delta n(\Delta \tau)$, где $\Delta \tau$ - эффективное напряжение сдви-

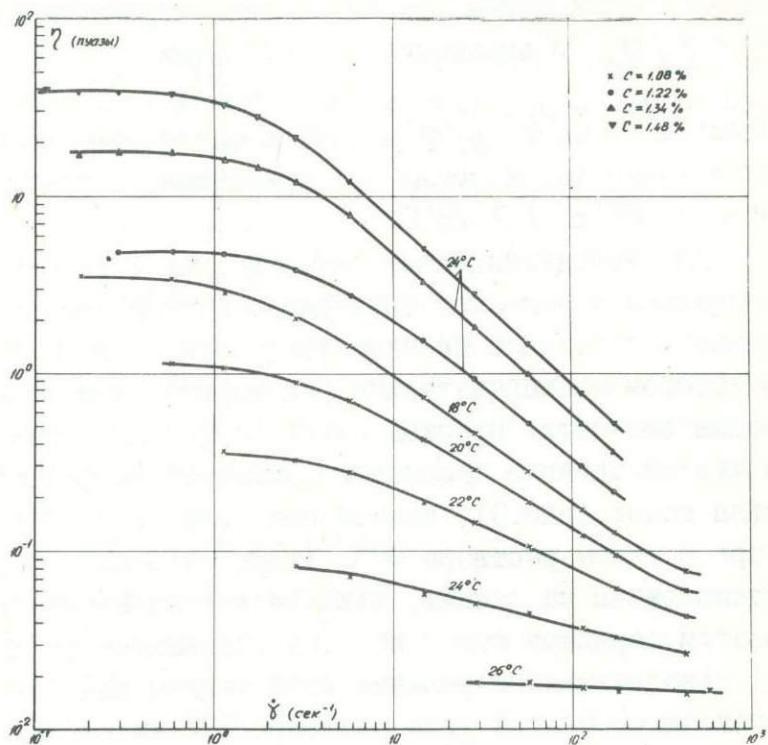


Рис. I.

га, равное разности сдвиговых напряжений, создаваемой суспензией с вязкостью η и дисперсионной средой с вязкостью η_s (рис. 2). В диапазоне произведенных измерений связь $\Delta n(\Delta \tau)$ оказалась линейной и, следовательно,

$$\Delta n = C \Delta \tau = C(\eta - \eta_s) \dot{\gamma}. \quad (I)$$

Здесь C — оптический коэффициент, в данном случае равный $2,45 \times 10^{-5} \text{ см}^2/\text{дин}$.

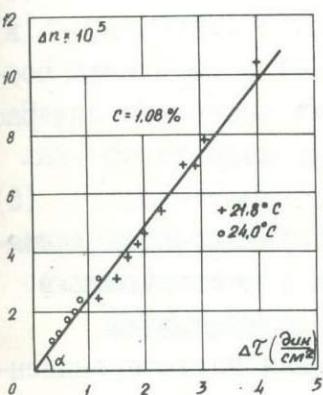
Рис. 2.

В двух крайних случаях выражение (I) несколько упрощается. При $\eta \gg \eta_s$ получаем

$$\Delta n \approx C \tau \approx C \eta \dot{\gamma}. \quad (2)$$

Последняя формула совпадает с аналогичной зависимостью, выведенной для потоков расплавов и концентрированных растворов полимеров /3/.

С другой стороны, если величины η и η_s соизмеримы между



собой, то в этом случае, как видно из рис. I, γ не оказывает заметного влияния на η , и поэтому приближенно можно считать такое течение ньютоновским. Тогда, вводя относительную вязкость супензии $\eta' = \eta/\eta_s$ в выражение (I), получим

$$\Delta n \approx C' \tau. \quad (3)$$

Здесь $C' = C(\eta' - 1)/\eta'$ является оптическим коэффициентом ньютоновской жидкости. Формула (3) применима, в частности, к супензии с $C = 1,08\%$ и $T > 24^\circ\text{C}$.

Для выяснения оптического и вязкостного поведения исследуемой супензии в условиях двумерного потока был рассмотрен случай медленного течения в плоском конфузоре, являющийся примером потока, в котором последовательно реализуются все возможные схемы деформации жидкости: простой сдвиг на твердых границах потока переходит в чистый сдвиг в плоскости симметрии конфузора. На фотографии картины полос (рис. 3), снятой при нелинейном режиме течения в конфузоре с углом раствора 90° , видно, что интерференционные полосы расположены на линиях, близких к концентрическим окружностям, с ростом порядков полос по мере уменьшения радиуса.

Аналитическое решение этой задачи для случая течения ньютоновской жидкости при угле раствора 90° имеет вид /4/

$$U(r, \varphi) = q \cos 2\varphi/r. \quad (4)$$

Здесь U — скорость течения, q — удельный расход жидкости, r и φ — полярные координаты. Используя решение (4) и уравнения состояния ньютоновской жидкости, нетрудно получить выражение для распределения в конфузоре максимальных касательных напряжений

$$\tau_{max} = 2q^2/r^2, \quad (5)$$

из которого видно, что концентрические окружности являются линиями равных τ_{max} , действующих в

потоке.

Из сопоставления интерференционной картины течения супензии с результатами аналитического рассмотрения следует, что вязкость супензии не зависит от характера ее формоизменения и является скалярной функцией тензора напряжений (скоростей дефор-



Рис. 3.

мации). В противном случае, в случае вынужденной анизотропии вязкости, изохромы в поле течения располагались бы на линиях, существенно отличных от окружений /5/.

Таким образом, данная супензия удовлетворяет определению обобщенной ньютоновской жидкости и соотношение (I) можно распространить на случай двумерного потока:

$$\Delta n = C \Delta \tau_{max} = 2C(\eta - \eta_s) E. \quad (6)$$

Здесь $E = \sqrt{(\partial u / \partial x)^2 + \frac{1}{4} (\partial v / \partial x + \partial u / \partial y)^2}$ является величиной главной скорости плоской деформации несжимаемой жидкости, u и v - компоненты скорости течения.

Картина полос, полученная при обтекании кругового цилиндра ограниченным инерционным потоком (рис.4), позволила вычислить для цилиндра коэффициент сопротивления трения C_f , который определяется по формуле /4/

$$C_f = F / \rho V^2 r. \quad (7)$$

Здесь F - сила трения, возникающая вследствие трения движущейся жидкости о поверхность цилиндра; ρ - плотность жидкости; V - скорость набегающего потока; r - радиус цилиндра. Сила F находится интегрированием по всей поверхности цилиндра проекции напряжения трения на плоскость симметрии потока:

$$F = 2r \int_0^\pi \tau_w \sin \varphi d\varphi. \quad (8)$$

Здесь τ_w - напряжение трения на поверхности цилиндра, определяемое по картине полос; φ - полярный угол.

Параметры супензии были выбраны таким образом, чтобы течение соответствовало ньютоновскому случаю и в то же время супензия обладала оптической чувствительностью, достаточной для образования



Рис.4.

картины полос.

При числе Рейнольдса 36 коэффициент сопротивления трения получен равным 0,97. Имеющееся теоретическое решение для случая обтекания цилиндра безграничным потоком /6/ при $Re = 36$ дает $C_f = 0,60$. Естественно, экспериментальное значение C_f должно быть выше, так как твердые границы потока влияют в сторону увеличения напряжения трения на поверхности цилиндра. Данную методику можно распространить на более общий случай обтекания цилиндрического тела произвольного очертания.

Проведенные исследования показали возможность применения поляризационно-оптического метода для определения сопротивления трения, оказываемого плоскому потоку различными препятствиями.

Л и т е р а т у р а

1. Губкин С.И., Добровольский С.И., Бойко Б.Б. Фотопластиичность. Минск, Изд-во АН БССР, 1957.
2. Дагаев Г.Ф. Некоторые вопросы применения эффекта двойного лучепреломления для исследования сдвиговых течений вязкой жидкости. "Сб.тр.Моск.инж.строит.ин-т", 1970, № 73, 213-222.
3. Цветков В.Н., Эскин В.Е., Френкель С.Я. Структура макромолекул в растворах. М., Изд-во "Наука", 1964.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., Изд-во "Наука", 1969.
5. Бойко Б.Б., Инсарова Н.И., Лучина А.С. К вопросу о вынужденной анизотропии вязкости расплавов полимеров. Мех.полимеров, 1965, № 5, 46-53.
6. Kawaguti M. and Jain P. Numerical study of a viscous fluid flow past a circular cylinder. J.Phys.Soc.Japan, 1966, 21, No. 10, 2055-2062.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ПОВЕДЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ
ОПТИЧЕСКИ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ
ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗОК

С.С. Козловский (Ленинград)

Приводятся результаты исследования зависимости пьезооптического эффекта оптически чувствительных эпоксидно-диановых полимеров от механических величин в условиях импульсных нагрузок. Материалы для испытания характеризовались акустической жесткостью $\rho C = 1,8 \cdot 10^6 \frac{\text{Кг}}{\text{м}^2 \text{сек}}$.

Опыты проводились на свободно подвешенных стержнях прямоугольного поперечного сечения. Длина стержня 300 мм. На расстоянии 150 мм от нагружаемого конца стержня перпендикулярно его оси наносились две параллельные реперные риски с промежутком 0,34 мм. Импульсная нагрузка на стержень создавалась электровзрывом проводников. Длительность импульса напряжений составляла примерно 40 мк сек.

Волна напряжений и смещения во времени реперных рисок регистрировалась камерой СФР в варианте фоторегистратора при скорости развертки 375 м/сек и масштабе съемки 20:1. Одна из типовых кинограмм, полученная при этом, показана на рис. I.



Рис. I

Из кинограммы видна картина черно-белых полос $n(t)$, вызванных волной напряжений, а так же смещение реперных рисок $u(t)$, развернутое во времени.

Путем графического дифференцирования кривой $u(t)$ была построена кривая скорости смещения сечения стержня $\frac{du}{dt}$.

По кинограмме полос была построена кривая изменения во времени порядков полос $n(t)$. Расстояние между полосами измерялось компаратором ИЗА-2.

Сопоставление построенных кривых позволяет сделать заключение, что между ними имеет место, в пределах точности измерений, линейная зависимость

$$\frac{\partial u}{\partial t} \sim n(t) \quad (1)$$

Важно отметить, что точка перегиба кривой $U(t)$ совпадает с точкой, соответствующей максимальному значению кривой $n(t)$. Раскрытие зависимости (1) сводится к экспериментальной проверке условий, удовлетворяющих уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} \rho c = \sigma(t) \quad (2)$$

где ρc —акустическая жесткость;
 $\sigma(t)$ —импульс напряжений.

Зависимость (2) может быть представлена в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} \rho c = \frac{t^{(10)}(t) 2n(t)}{h} \quad (3)$$

где $t^{(10)}(t)$ —цена полосы материала;
 h —толщина стержня.

На основании формулы (3) был построен график изменения во времени цены полосы (рис.2). Как видно из графика, цену полосы материала можно считать величиной постоянной. Среднее ее значение равно $12,5 \frac{\text{кг}}{\text{см}}$.

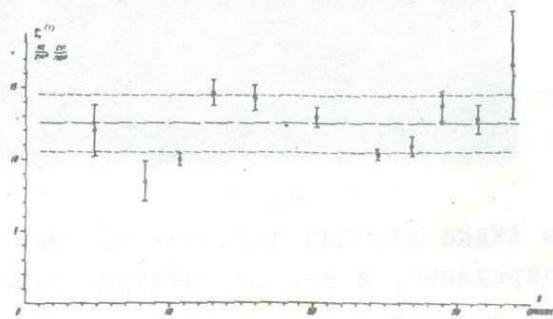


Рис. 2

Так же был построен импульс напряжений (пунктирная линия на рис.3). Сплошной линией показана кривая импульса напряжений при условии, что $\tau^{(1,0)}(t) = \text{const}$. Как видно из рисунка 3, кривые в пределах погрешностей измерений совпадают, что является следствием постоянства цены полосы материала.

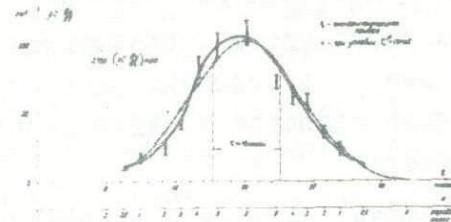


Рис. 3

Для качественной оценки полученного экспериментальным путем импульса напряжений был применен предложенный В.Д.Ульяновым графический метод, позволяющий строить интерференционную картину изохром по кривой импульса напряжений, распространяющегося в упругом теле.

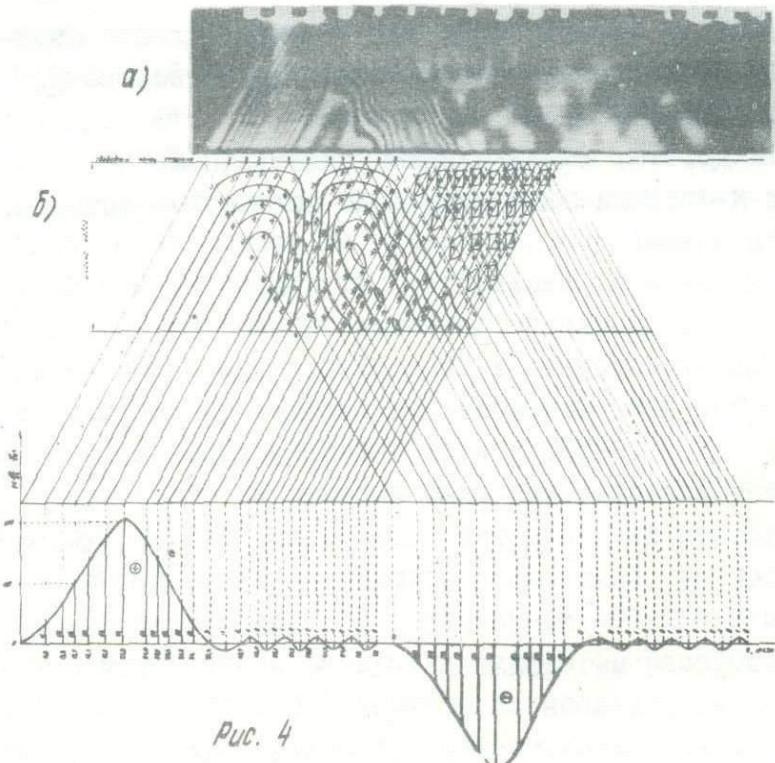


Рис. 4

На рис.4 показаны интерференционные картины полос у свободного конца стержня. Картина полос (рис.4,а) получена путем съемки и графическая картина полос (рис.4,б) построен на основании импульса напряжений. Из рис.4 видно качественное соответствие интерференционных картин.

Анализ полученных результатов исследования поведения эпоксидно-диановых полимеров в условиях распространения импульса напряжений длительностью порядка десятков микросекунд позволяет заключить:

- пьезооптический эффект находится в линейной зависимости от деформаций (напряжений);
- проявление неупругого поведения находится в пределах точности измерений, не превышающей 15 %;
- можно считать, что для решения инженерных задач методом динамической фотоупругости применение закона Вертгейма правомерно.

Л и т е р а т у р а

1. Козловский С.С., Ульянов В.Д. Сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений". Тр. Всес. конф. 1964 г., Л., 1966, 685.
2. Хесин Г.Л. и др. Сб. Моделирование задач динамики, термоупругости и статики поляризационно-оптическим методом. М., 1970, 8.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ
НА СИСТЕМЕ ДВУХ КРУГОВЫХ ПОЛОСТЕЙ
Е.Н.Отпущенников, И.Х.Костин(Москва)

При воздействии импульсных нагрузок на модели сооружений, конструкций и их элементы характер распределения напряжений может в значительной степени отличаться от статического. Особый интерес представляют случаи, связанные с дифракцией волн напряжений на различного вида преградах. В настоящей работе методом динамической фотоупругости проведено исследование дифракции плоской волны сжатия на системе из двух круговых отверстий с радиусом R при различном расстоянии между их центрами, когда фронт волны параллелен линии центров.

В работе / I / рассмотрена дифракция плоской монохроматической упругой волны с частотой ω на системе двух одинаковых круговых отверстий, показано, что динамические коэффициенты концентрации напряжений на контуре отверстия со стороны промежутка для всех δ , где δ - расстояние между центрами отверстий в долях их радиуса, принимают максимальное значение при $\alpha = \frac{2\pi R}{\lambda}$, где λ - длина волны, лежащих в диапазоне между 0,1 и 0,2.

Чтобы получить такие значения α при диаметре отверстий 20 мм необходимо создавать в оптически активном материале волну длиной порядка нескольких десятков сантиметров. Волны напряжений такой длины можно получить только в низкомодульном материале. В связи с этим для проведения исследований был выбран оптически чувствительный полиуретановый каучук СКУ-6.

Для импульсного нагружения была использована установка с ударной трубой, один из отсеков которой имел продольный сквозной вырез, закрытый тонкой резиновой прокладкой, на которой устанавливалась модельная пластина с размерами 400x250x8 мм (рис. I).

Когда в трубе после раскрытия диафрагмы распространялась воздушная ударная волна, то, проходя по исследовательскому отсеку, она через резиновую прокладку воздействовала на модель, вызывая в ней плоскую волну сжатия. Меняя режимы работы трубы, можно

было в определенном диапазоне изменять параметры нагружающего импульса - воздушной ударной волны и, следовательно, волны сжатия.

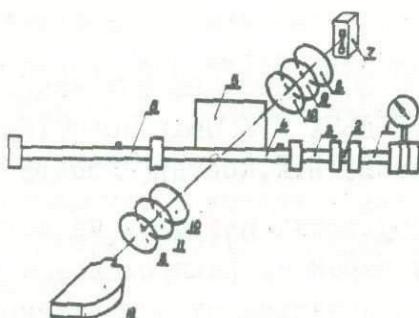


Рис. I. Схема установки с ударной трубой, I - отсек высокого давления, 2 - узел зажима диафрагмы, 3 - промежуточный отсек, 4 - исследовательский отсек, 5 - модельная пластина, 6 - отсек низкого давления, 7 - импульсный источник света, 8 - конденсорные линзы, 9 и II - поляроиды с размерами 250x250 мм, 10 - четвертьволновые пластины с размерами 220x220 мм, 12 - высокоскоростная кинокамера СФР-Л.

Поскольку средняя скорость волны сжатия в материале составляла ~ 120 м/сек, то регистрация волны напряжений проводилась с частотой съемки в 31250 к/сек. Был разработан способ синхронизации регистрирующей аппаратуры "наждущего" типа с процессом в ударной трубе и моментом вспышки импульсного источника света (лампы ИСП-5, ИФК-50) /2/.

Предварительно была проведена динамическая тарировка материала СКУ-6 по способу, предложенному в /3/, которая показала, что динамическая цена полосы материала по напряжениям $\sigma_{(4.0)}$ не зависит от скорости деформации и равна $\sim 0,22$ кГсм/полосу. Цена полосы материала по деформациям $\epsilon_{(4.0)}$ и динамический модуль упругости E_g зависят от скорости деформации.

Эксперименты были проведены при следующем режиме работы ударной трубы: давление в отсеке высокого давления (ОВД) $P_4=10$ атм. азота, давление в отсеке низкого давления (ОНД) $P_1=1$ атм. воздуха, отношение длин ОВД и ОНД $\frac{L}{\ell}=32$. Это давало возможность получить следующие параметры воздушной ударной волны, замеренные с помощью датчиков давления и скорости: скорость воздушной ударной

волны $\tilde{U} = 550$ м/сек, перепад давлений на фронте волны $\Delta P = 1,8$ кГ/см², характер изменения давления - спад по экспоненте сразу же за фронтом волны. При таких параметрах удалось создать в модельной пластине длину фазы сжатия $\lambda_{ск} \approx 0,45$ м, что давало значение $\alpha \approx 0,07$ (при условии, что длина волны равна удвоенной величине фазы сжатия), близкое к указанному выше диапазону изменения α .

Сначала были проведены исследования с однородной сплошной пластиной, в центре которой фиксировалась картина распространения волны сжатия, а затем для центрального горизонтального сечения строился график прохождения порядков полос во времени $m_0(t)$. Затем нагружались пластины, у которых в центральном сечении были расположены два круговых отверстия с диаметрами 20 мм, причем расстояния между их центрами, выраженные в долях радиуса, составляли 2,7; 3,0; 3,2; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0.

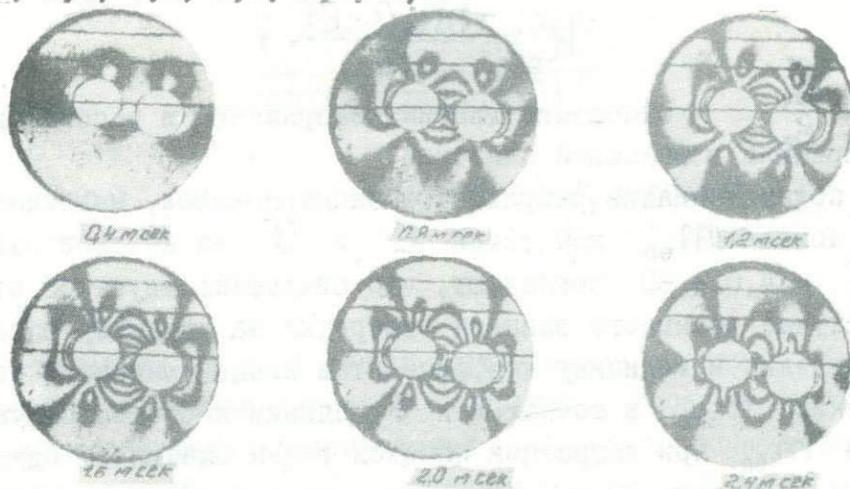


Рис.2. Отдельные кадры кинограммы при $\delta = 2,7$.

По кинограммам, полученным для пластин с различными δ , строились графики изменения во времени максимальных порядков полос на контуре отверстия со стороны перемычки и в центре перемычки. Начало отсчета времени, как и на рис.2, производилось от момента подхода фронта волны к центру перемычки. Определение максимального порядка полос на контуре отверстия производилось с помощью микроскопа.

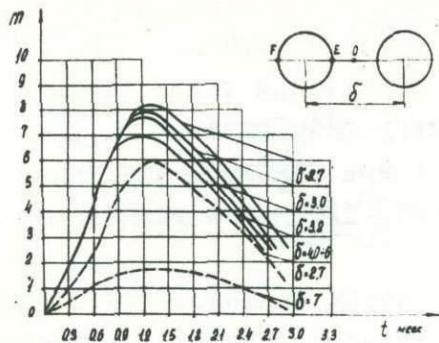


Рис.3. Графики изменения максимальных порядков полос на контуре отверстия в точке Е (сплошные кривые) и в центре перемычки (пунктирные кривые).

Расчет динамических коэффициентов концентрации напряжений для точки Е на контуре отверстия проводился по формуле:

$$K_g = \frac{m_{\text{ee}}(1-\epsilon)}{m_0},$$

где $\epsilon = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ — отношение главных напряжений в рассматриваемый момент времени в сплошной пластине.

Как показал анализ результатов экспериментов, максимальные порядки полос m_{ee} для точек Е и F на контуре отверстия при $\delta = 4,0 + 60$ совпадают, что свидетельствует об отсутствии в этом случае взаимного влияния отверстий на характер распределения напряжений и величину коэффициентов концентрации. В то же время значения m_{ee} в точках Е и F близки к соответствующему значению m_{ee} при дифракции плоской волны сжатия на одиночном отверстии диаметром 20 мм. При сближении отверстий происходит увеличение максимального порядка полос в точке Е, причем максимум сдвигается во времени. Характер распределения напряжений на перемычке существенно изменяется. Значительно увеличивается максимальный порядок полос в центре перемычки, который при $\delta = 7$ близок к максимальному порядку полос в центре однородной сплошной пластины, а при $\delta = 2,7$ приближается к максимальному порядку полос в точке F на внешней части контура.

Сравнение экспериментальных значений коэффициентов концентрации с теоретическими / I / имеет в некоторой степени лишь качественный характер, поскольку в / I /-рассматривалась стационарная задача для

плоской монохроматической волны, а в настоящей работе - плоская волна сжатия. Кроме того, экспериментальные значения K_g получены при $\alpha \approx 0,07$, а в $|I|$ $\alpha = 0,1 \pm 0,2$. Однако, экспериментальные и теоретические значения K_g близки, например, при $\delta = 3,0$. $K_{g\text{ эксп}} = 3,16$ (при $\alpha \approx 0,07$), а $K_{g\text{теор}} = 3,34$ (при $\alpha = 0,1$).

Увеличение коэффициента концентрации в точке F на внешней части контура отверстий при их сближении не было обнаружено в исследованном диапазоне изменения δ .

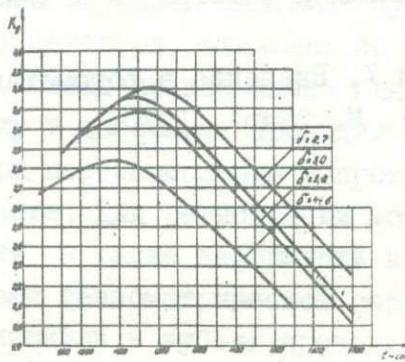


Рис.4. Графики коэффициентов концентрации в точке Е на контуре отверстия для различных δ .

Выводы

1. При дифракции плоской волны сжатия конечной длины на системе из двух одинаковых круговых отверстий (фронт волны параллелен линии центров) динамический коэффициент концентрации напряжений при $\alpha \approx 0,07$ превышает статический на 11% (для $\delta < 4,0$). При этом максимальные напряжения возникают на контуре отверстия со стороны перемычки.
2. При $\delta \geq 4,0$, динамический коэффициент концентрации напряжений практически совпадает с величиной коэффициента концентрации при дифракции волны сжатия на одиночном круговом отверстии.
3. При $\delta \geq 7,0$ волна сжатия проходит центр перемычки между отверстиями, не искажаясь.
4. Коэффициенты концентрации на внешних частях контура отверстий

во всем рассмотренном диапазоне изменения δ остаются постоянными и равными величине коэффициента концентрации для одиночного отверстия.

Л и т е р а т у р а

1. Головчан В.Т. Дифракция упругой продольной волны на контурах двух круговых отверстий в бесконечной пластине. Изв.АН СССР, МТТ, 1969, № 4, 60-64.
2. Отпущенников Е.Н., Сунцов Г.Н., Цветаев Ю.А. О синхронизации установки СФР с процессом в аэродинамической ударной трубе. Ж. научной и прикладной фотографии и кинематографии, 1968, 13, №6, 429-431.
3. Дюрелли А., Райли У. Введение в фотомеханику (поларизационно-оптический метод). М., "Мир", 1970.

ИЗУЧЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРИ ПЕРЕЗАЦЕПЛЕНИИ

С.А.Панкратов, И.С.Бабенков, Е.И.Поджаров
А.С.Кошеленко (Москва)

На универсальном стенде проведены исследования моделей прямозубых зубчатых колес, изготовленных из оптически-чувствительных материалов, с целью изучения системы "зубчатое колесо - вал" и оценки динамических факторов, влияющих на изгибную и контактную прочность зубьев. Стенд предназначен для работы по замкнутому или открытому циклу и позволяет проводить измерение напряжений в зубьях колес при перезацеплении в проходящем или отраженном поляризованном свете. Для регистрации моментов на валах, ускорений при вращении, а также деформаций в фиксированных зонах зубьев стенд оборудован тензометрической системой. Регистрация картин полос и поля изоклинов в зубьях проводилась покадровой съемкой на пленочный фотоаппарат и скоростной киносъемкой на камере СКС-1.м.

При покадровой съемке использовалась периодичность динамических процессов за один оборот, свойственная стенду с замкнутым контуром, что позволило получить фотографии картин полос и поля изоклинов в зубьях для различных положений зон контакта на линии зацепления, которые синхронизировались с моментом вспышки стробоскопической лампы ИСШ-100-3.

Киносъемка осуществлялась со скоростью 1000 кадров в секунду (экспозиция кадра 0,25 мсек) в проходящем свете лампы ДРШ-500, работающей на постоянном токе. Синхронизация кинограмм и осциллограмм, на которых регистрировались крутящие моменты на валах, деформации в выкружке двух соседних зубьев со стороны нагрузки и отметки времени, осуществлялась шлейфами, использующими индукцию вращающегося обтюратора кинокамеры и сигнал фотосопротивления при вспышке сигнальной импульсной лампы.

При расшифровке фото и кинограмм были определены нормальные усилия и силы трения между зубьями, для чего интегрировались эпо-

ры касательных напряжений, действующих в сечениях, перпендикулярных и параллельных линии зацепления /I/.

Анализ диаграмм нормальных усилий P_n и сил трения F_{tr} по линии зацепления показал изменения этих параметров на дополнительном и заполюсном участках (рис.1).

Сопоставительный анализ кинограмм и социллограмм позволил установить ступенчатую периодичность однопарного и двухпарного зацеплений (рис.2). Максимальные напряжения в выкружке зуба дей-

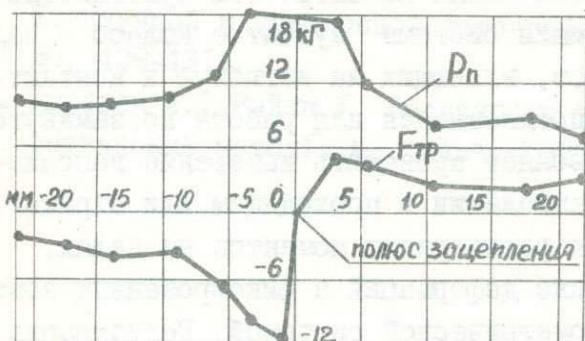


Рис.1

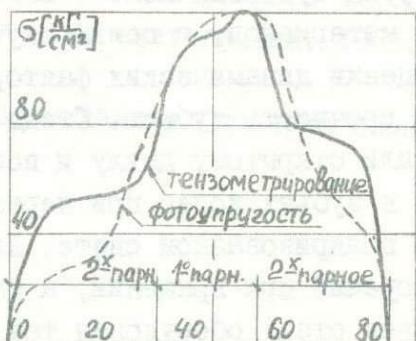


Рис.2

ствуют в течение третьего цикла нагружения зуба, соответствующей периоду прохождения контактной зоны через полюс зацепления, т.е. однопарному зацеплению. Практика показывает, что именно эти зоны зубьев подвержены интенсивному контактному разрушению. Метод фотопрочности позволил экспериментально определить действительный коэффициент перекрытия в зубчатой передаче, исследовать динамические нагрузки на большом количестве зубьев, оценить изменение коэффициента формы зуба при перезацеплении и влияние сил трения на колебательные явления в системе "вал-колесо".

Результаты исследований на моделях могут быть использованы для натурных передач при соответствующем выборе коэффициента силового подобия, влияющего на коэффициент перекрытия.

Л и т е р а т у р а

I. Дюрелли А., Райли У. Введение в фотомеханику. М., Мир, 1970.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

С.А.Панкратов, И.С.Бабенков, А.М.Аверин,
В.М.Матвеев, В.В.Еремин, В.А.Романова (Москва)

Метод динамической фотоупругости использовался лабораторией кафедры конструкций машин УДН им.П.Лумумбы для исследования напряженно-деформированного состояния моделей "инструмента" и "породы" при ударном взаимодействии применительно к некоторым процессам, имеющим место в горнодобывающей промышленности /1,2/.

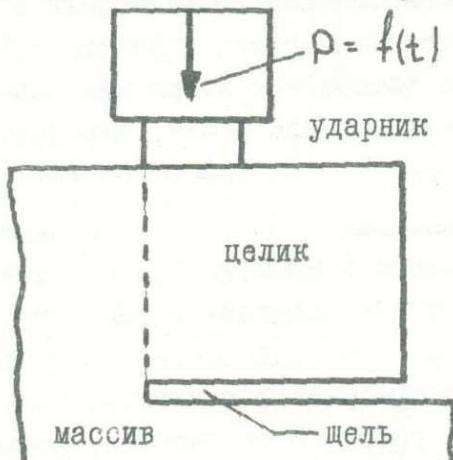


Рис. 1

Изучался процесс отбойки от горного массива целика, предварительно ослабленного прорезанной щелью (рис.1). В экспериментах ставилась задача оценить распределение напряжений и усилий при ударном нагружении, установить коэффициент передачи энергии удара, выяснить закономерности разрушения. При исследовании напряженного состояния целика, используя критериальный анализ динамической задачи

теории упругости /3/ для однородного и изотропного материала модели и натуры, были получены основные параметры моделирования. Так как для конкретных материалов масштаб модулей упругости C_e и плотностей C_p сред выбираются однозначно, из критерия Давиденкова-Филлипса получаем геометрический масштаб $C_\ell = C_e \cdot C_p^{-1}$ и масштаб масс $C_m = C_e \cdot C_\ell^2$, а из критерия Фруда - масштаб скоростей нагружения $C_v = C_\ell^{0.5}$. В качестве основного параметра была принята величина энергии удара, изменение которой производится за счет изменения скорости соударения и массы ударника. Масштаб энергий удара при моделировании был определен из критерия Давиденкова-Филлипса и Фруда в виде $C_A = C_m \cdot C_v^2 = C_e \cdot C_\ell^3$.

Для возможности изучения распределения напряжений в моделях целика при различных энергиях удара, скоростях и длительностях

нагружения, жесткостях контактов и акустических импеданцах материалов "ударника" и "породы" были разработаны устройства для нагружения, использующие в качестве источника динамического взаимодействия электрогидравлический эффект, электромагнитное импульсное поле или энергию взрыва проводника в замкнутой полости.

Нагружение моделей осуществлялось через ударник, оборудуемый сменными наконечниками из различных материалов. Эксперименты проводились на комплексной установке (рис.2), включающей двухпозиционный динамический полярископ, систему регистрации деформаций тензодатчиком сопротивления с малой базой (до 1 мм), систему регистрации напряжений в фиксированной точке модели с помощью фотоэлектронного умножителя и оптического квантового генератора. Одна из камер СФР в режиме фоторегистратора позволяет получать смещение частиц материала моделей или бойка, что необходимо для определения параметров удара.

Для проведения тарировочных испытаний по методике, принципиально не отличающейся от разработанной в МИСИ им.В.В.Куйбышева /4/, использовалась система нагружения образцов в виде стержней прямоугольной или квадратной формы непосредственно импульсным давлением, возникающим при электроразряде в жидкости. Изменение емкости питающих конденсаторов рабочего напряжения, формирующего промежутка, длины стриммерной области, расстояния от центра разряда до торца модели позволяет в широких пределах менять интенсивность, длительность и характер нагружения. Так, при емкости 0,16 мкФ, напряжении 20 000 вольт и длине стриммерной области $\Delta = 4$ мм амплитуда напряжений составляет $t = 5$, а при емкости 2 мкФ и напряжении 20000 вольт $t = 12$. Увеличение длины стриммерной области до 75 мм при напряжении в 15000 вольт и емкости в 1500 мкФ дает длительность нагружения порядка 400 мксек, а при напряжении 6000 вольт и емкости 150 мкФ - 95 мксек.

Удаление торца модели от центра стриммерной области приводит к изменению формы и амплитуды импульса при постоянной длительности.

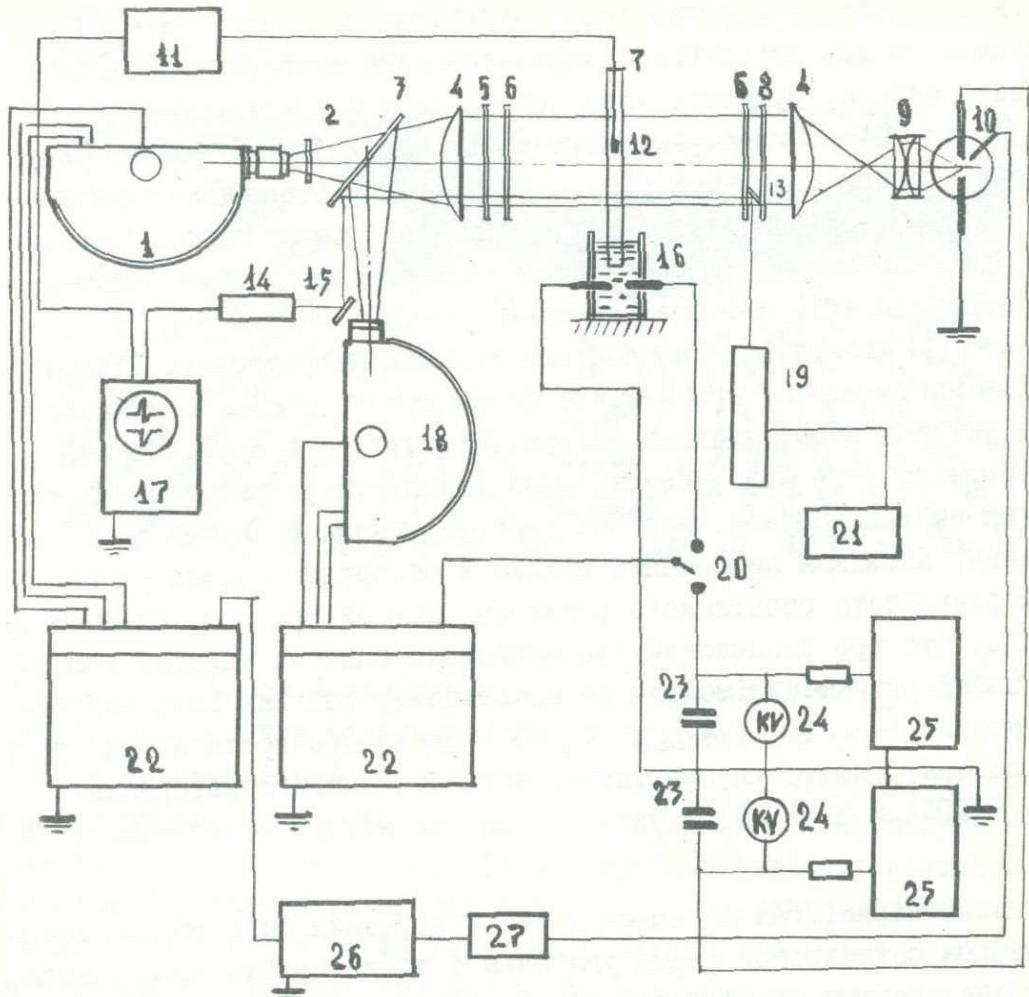


Рис.2. Схема комплексной динамической установки с электрогидравлическим нагружателем моделей. I - камера СФР-фоторегистратор; 2 - фильтр; 3 - полупрозрачное зеркало; 4 - линза; 5 - анализатор; 6 - пластинка $\lambda/4$; 7 - модель; 8 - поляризатор; 9 - конденсатор; 10 - импульсная лампа; II - тензометрический усилитель; 12 - тензодатчик сопротивления; 13,15 - зеркала; 14 - фотоэлектронный умножитель; 16 - электрогидравлическое нагружающее устройство; 17 - двухлучевой катодный осциллограф; 18 - камера СФР - лупа времени; 19 - оптический квантовый генератор; 20 - управляемый разрядник; 21 - блок питания ОКГ; 22 - пульты управления СФР; 23 - батарея конденсаторов; 24 - киловольтметр; 25 - источник высокого напряжения; 26 - блок задержки импульсов; 27 - усилитель.

Для оценки связи силовых параметров с распределением напряжений в модели необходимо было иметь зависимости $P = f(t)$. Импульсы усилий строились с использованием экспериментально-расчетного метода, сущность которого состоит в построении графиков $\tau_{max} = f(t)$ по кинограммам, расчете максимальных усилий удара в соответствии с данными работы /5/, предварительного тарирования моделей при статическом нагружении и окончательном построении графиков $P = f(t)$. Основным допущением при построении было предположение, что графики зависимостей $\tau_{max} = f(t)$ и $P = f(t)$ идентичны. Разработкой техники нагружения предусматривалось максимальное приближение формы импульса силы к записанному в шахтных испытаниях на натуре. В результате исследований установлено, что при рассмотренных схемах удара имеют место три стадии взаимодействия: местное деформирование в первой фазе соударения, изгибная деформация целика и отделение целика от массива в результате спонтанного развития главной трещины. Следует отметить, что при соблюдении динамического подобия упругих волновых полей разрушение модели не происходит, так как коэффициенты прочности σ_{c*}/σ_p (σ_{c*} и σ_p - пределы прочности на сжатие и растяжение) оптически-чувствительного эпоксидного материала (ЭД-6-МТИФА и ЭД-6-МА) и натурных горных пород существенно отличаются.

В экспериментах на моделях без разрушения была решена задача выбора оптимальной формы ударника с точки зрения эффективной передачи энергии удара и возникновения интенсивного изгибающего действия, играющего главную роль при трещинообразовании. Установлено, что наиболее целесообразно форму ударника принимать плоской (в виде прямоугольника или квадрата), и располагать ударник так, чтобы его внутренняя грань находилась в одной плоскости с излучиной щели.

Результаты динамического моделирования были дополнены исследованиями на объемных моделях методом "замораживания". При нагружении объемных моделей эквивалентным усилием, пересчитанным с динамической модели, было зафиксировано явление зарождения трещины на контуре модели. Сущность пересчета заключалась в опреде-

лении усилия, вызывающего в материале модели напряжения, равные пределу прочности при растяжении. Микрофотография картины полос (рис.3) в срезе толщиной 1,9 мм при $P = 12$ кг, $\frac{l_{\text{нат}}}{l_{\text{мод}}} = 10$



Рис.3

позволяет установить начальную зону разрушения в результате местного деформирования модели плоским ударником.

При сопоставлении картин полос, полученных методом динамической фотоупругости и объемным замораживанием, было зафиксировано их качественное подобие, особенно для первых стадий соударения бойка и целика. Распределение напряжений в динамической и объемной моделях характеризуется резко выраженной неравномерностью контактных напряжений под плоским ударником со смещением максимума к внутренней грани инструмента, увеличением градиентов напряжений под инструментом по отношению к зоне излучины щели сравнительно с экспериментами на плоских статических моделях, появлением на незагруженной поверхности целика зоны растягивающих напряжений, свидетельствующих о возникновении изгибающего эффекта. Такое напряженное состояние наиболее способствует направленному разрушению, так как образование главной трещины, вызывающей отделение целика от массива, происходит со стороны свободной от нагрузки поверхности целика, непосредственно примыкающей к контактной зоне. Установлено, что большие энергии удара способствуют эффективному отделению целиков благодаря длительному изгибающему действию нагрузки.

Так как эффективность процесса отбойки определяется его энергоемкостью, необходимо было экспериментально оценить величину и распределение энергии упругой деформации по модели при нагружении ударником. Эта задача успешно решается при статическом нагружении /6/. Однако в динамике определение раздельно главных напряжений σ_1 и σ_2 по всему полю модели затруднительно, поэтому было решено использовать формулу Ильюшина /7/ для упругой энергии изменения формы тела при неизменяемом объеме, что свойственно средам, имеющим коэффициент Пуассона близкий к 0,5:

$$a_n = \frac{0,538}{G} \cdot \tau_{max}^2,$$

где V_0 – единичный объем, а G – модуль сдвига материала.

Для определения величин τ_{max} использовался микрофотометр МФ-4.

В результате обработки кинограмм было получено общее энергетическое состояние модели для любой из фаз ударного нагружения.

Общая энергия деформации моделей определялась интегрированием удельной энергии по всему объему моделей. Коэффициент передачи энергии удара определялся по соотношению $k_y = A_d / A_y$, где A_y – кинетическая энергия ударника, A_d – энергия упругой деформации модели. Ввиду небольших скоростей смещения частиц при ударе кинетическая энергия при деформировании составляет величину на порядок меньшую и в расчетах не учитывалась.

Коэффициент передачи энергии удара для плоского ударника составил величину порядка 0,2 – 0,22, а для сферического и долотчатого – на 20–30% меньше.

Для изучения процессов разрушения на моделях были использованы два способа – увеличение энергии удара при нагружении обычного оптически-чувствительного материала и использование хрупких оптически-чувствительных материалов, коэффициенты прочности которых соизмеримы с натурными породами. В лаборатории были разработаны материалы на основе полэфирокрилата, имеющие коэффициент прочности в пределах от 7 до 20 (у моделируемых горных пород от 6 до 14). Хрупкий оптически-активный материал ТГМ-3 имеет статический коэф-

фициент оптической чувствительности $35 \text{ кг}/\text{см}^2/\text{пол}$, отношение динамического и статического модулей упругости $E=1,2$ (песчаник - I,25), предел прочности материала в условиях статического нагружения: на сжатие - $2200 \text{ кг}/\text{см}^2$; на растяжение - $200 \text{ кг}/\text{см}^2$, т.е. $k_n = II$ (у песчаника $k_n = II,5$).

В моделях, нагруженных до разрушения, изучались направление трещин, их скорость, перераспределение напряжений при раскрытии трещин, а также связь силового импульса с фазой зарождения и развития трещин, для чего были разработаны методические вопросы, касающиеся выбора оптимальной скорости съемки, толщины моделей, оптической системы. При обработке данных использован метод кино-денифровки, позволяющий проводить визуальный анализ динамического напряженного состояния и трещинообразования при замедлении в 15-20 тысяч раз. Этот метод позволил установить явление волнового "излучения" при соударении, накладывающегося на картину полос в модели и определяемого колебаниями системы ударник-модель. Было установлено, что энергия упругих деформаций локализуется в контактных зонах и зонах концентрации при динамическом взаимодействии аналогично статическому нагружению, но имеет место перераспределение энергии в различных фазах удара и при раскрытии трещин.

Напряжения в модели, пересчитанные на натуру с учетом пределов прочности серого песчаника Карагандинского бассейна, позволили установить, что начало трещинообразования происходит при усилии, порядка 5000-7000 кг, что подтверждается экспериментами по вдавливанию плоских индентеров в породу. Установлено также, что длительность задержки начала изгиба целика, сопровождающегося изменением формы ударного импульса, соответствуют периоду распространения продольных волн деформаций по целику от зоны нагрузки до щели и обратно.

Проведенный этап последований показал, что скорость трещин в горных породах и хрупком оптически-активном материале не возрастает, а уменьшается, причем искривление траектории трещины происходит при скорости, значительно меньшей критической ($0,4 C_I$, где C_I - скорость продольной волны), что противоречит выводам Мотта и Иоффе /8/.

Применение метода динамической фотоупругости для исследования процессов разрушения вязко-упругих и хрупких материалов, а также аналогов хрупких сред (кварцевое стекло), позволяет экспериментально изучать механику неравновесных трещин в условиях неравномерного напряженного состояния, математическая теория которых в настоящее время отсутствует.

Л и т е р а т у р а

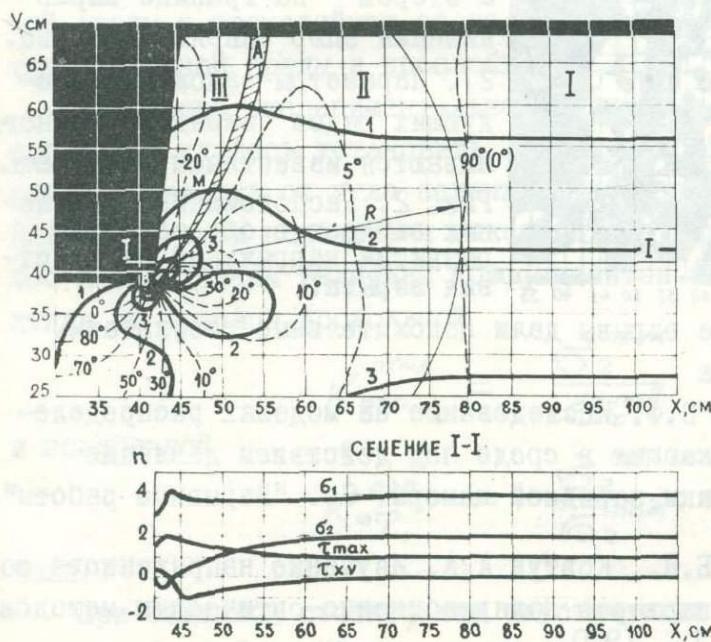
1. Бабенков И.С., Иванов К.И., Хесин Г.Л. Исследование взаимодействия бурового инструмента и породы методом фотоупругости, Москва, Недра, 1970.
2. Кичигин А.Ф., Бабенков И.С., Янчен И.Я., Пивень Г.М., Ещутин Д.Н. Разрушение породного массива, ослабленного щелями. Сб. Горное дело, вып. 4, Караганда, 1970.
3. Хесин Г.Л., Славин О.К. О моделировании динамической задачи теории упругости. Расчет и исследование стержней, пластинок и оболочек. Труды МИСИ им. В.В. Куйбышева, № 4, 1965.
4. Хесин Г.Л., Костин И.Х., Рождественский К.Н., Шлякин В.Н. Методика и результаты тарировочных исследований оптически-чувствительных высокополимеров на основе эпоксидных смол при импульсных нагрузках. Сб. трудов МИСИ им. В.В. Куйбышева, № 73, Москва, 1970.
5. Александров Е.В., Соколинский В.Б. Прикладная теория и расчеты ударных систем, Наука, Москва, 1969.
6. Панкратов С.А., Бабенков И.С., Хлебников Г.Д., Егоров М.В. Энергия деформации горных пород при дроблении. Изв. вузов, ГЖ, 1963, 2.
7. Ильюшин А.А. К теории малых упруго-пластических деформаций. ПММ, 1946, 10, вып. 3.
8. Баренблatt Г.И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении. ПМТФ, 1961, № 4.

ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОТКОСОВ ПРИМЕНЕНИЕ К ВЫЯВЛЕНИЮ УСЛОВИЙ ДЕЙСТВИЯ ВЗРЫВА ЗАРЯДОВ

В.Д.Морозов, Т.В.Сон (Ташкент)

Исследовался характер распределения напряжений в модели откоса, нагруженной собственным весом, от действия имитированного взрыва скважинных зарядов различных конструкций и параметров. Модели изготавливались из низкомодульного материала типа "игдантин"; модуль упругости $E = 0,6-1,1 \text{ кг}/\text{см}^2$, оптический коэффициент $C = (16-II) \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{кг}$, скорость продольной волны $C_{\text{пр}} = 9,5-13,2 \text{ м}/\text{сек}$, акустическая жесткость $A = II-I5 \text{ м}/\text{сек} \cdot \text{г}/\text{см}^3$, цена полосы $\tau_0 = 16-14 \text{ г}/\text{см}^2$. Размер моделей - $70 \times 110 \text{ см}$. Имитация взрыва осуществлялась по методике Л.И.Барона и В.Ф.Трумбачева / 1 / с соблюдением основных масштабов моделирования. Давление в зарядной камере по расчетной диаграмме "давление-время" создавалось специально сконструированной импульсной установкой.

Определялись параметры первого и второго рядов скважинных зарядов в откосе во взаимосвязи с общей картиной распределения напряжений в нем.



Результаты исследования напряжений показали / 2 /, что в откосе до взрыва существует область, где максимальные скальвающие τ_{\max} и главные нормальные σ напряжения имеют наибольшие для каждого горизонтального се-

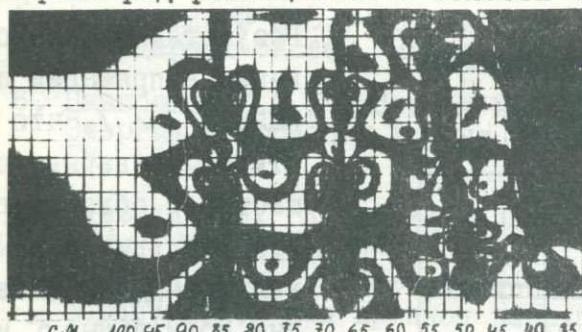
Рис. I. Распределение напряжений в массиве откоса и эпюры напряжений по сечению I-I. Сплошные линии - τ_{\max} , пунктирные - изоклины.

чения значения, тогда как горизонтальные составляющие σ_2 равны нулю. Это так называемая область максимальных напряжений АВ, заштрихованная на рис. I, положение которой в откосе зависит главным образом от свойств и условий залегания пород.

По характеру и величине распределения напряжений в откосе можно выделить три характерные зоны: I - покоя, II - микроразрушений и III - макроразрушений (рис. I) / 2 /. Зона покоя имеет характер распределения напряжений нетронутого массива и ограничивается расстоянием $R = \gamma h_0$ от приконтурной части откоса. Здесь γ -коэффициент, зависящий от величины угла откоса ($\gamma = 0,9-1,1$) и h_0 - его высота. В зоне II существенно изменяются величины и направления главных и максимальных касательных напряжений, которые при определенных значениях способны вызвать микроразрушения пород. Зона III отделяется от зоны II областью АВ, где максимальные скальвающие напряжения превосходят свои параметры в зоне I, и кроме того возникают горизонтальные растягивающие напряжения (эпюры, рис. I).

Для рассматриваемого откоса, сложенного однородной средой, принимая во внимание результаты исследования напряжений, рационально использовать схему расположения скважинных зарядов, когда первый ряд размещается в области наибольших значений напряжений,

а второй - на границе выравнивания эпюр напряжений (рис. 2). Параметры заложения следующих рядов зарядов устанавливаются известными расчетами. Рис. 2. Расположение скважинных зарядов в откосе. Этап развития напряжений от действия взрыва.



Проведенные опытные взрывы дали положительные результаты.

Л и т е р а т у р а

1. Барон Л.И., Трумбачев В.Ф. Исследование на моделях распределения напряжений, возникающих в среде под действием давления взрывных газов на стенки зарядной камеры. Сб. "Взрывные работы". Промстройиздат, 1956.
2. Морозов В.Д., Байков Б.Н., Ковтун А.А. Изучение напряженного состояния пород бортов карьеров поляризационно-оптическим методом. Изд-во "Фан", УзССР, Т., 1970.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ

А.Г. Мелик-Елчян (Ереван)

При проведении буровзрывных работ для уменьшения сейсмического действия взрывных волн в последнее время начинают применяться защитные экраны в виде искусственно созданных прослоек породы. Эффективность работы такого экрана будет зависеть от соотношения акустических жесткостей коренной породы и прослойки. В связи с тем, что подобные экраны располагаются обычно на достаточно близких расстояниях от основного заряда, при определении расчетным путем амплитуды взрывного импульса, прошедшего через прослойку, использование соотношения для плоских волн в слоистых средах приводит к погрешности.

Нами, в лаборатории исследования напряжений МИСИ им. В.В. Куйбышева, были проведены исследования распространения цилиндрических волн напряжений в слоистых средах методом динамической фотоупругости. Рассмотрены две основные задачи – двухслойная среда с различными акустическими жесткостями подстилающего слоя и основной среды и трехслойная среда с различными акустическими жесткостями основной среды и прослойки.

На основе экспериментально полученных интерференционных картин полос удалось установить величину коэффициента отражения и его зависимость от угла падения импульса на границу раздела сред. Для этого были подсчитаны максимальные напряжения в порядках полос и определены величины коэффициентов отражения в случае отражения от границы продольной

$$K_{\text{отр.}}^{\text{прод.}} = \frac{\sigma_2^{\text{прод.}}}{\sigma_2^{\text{пад.}}} \quad (1)$$

и поперечной

$$K_{\text{отр.}}^{\text{поп.}} = \frac{\sigma_2^{\text{поп.}}}{\sigma_2^{\text{пад.}}} \quad (2)$$

волн.

При заданном соотношении акустических жесткостей пластины $\varrho_1 C_1$ и прослойки $\varrho_2 C_2$ коэффициент прохождения волн через прослойку за-

висит от толщины прослойки δ и угла падения волны на границу раздела α

$$K_\alpha = K(\delta, \alpha). \quad (3)$$

В методе динамической фотоупругости коэффициент прохождения волн K_α можно представить как отношение максимальных касательных напряжений на одинаковых расстояниях от заряда соответственно, в среде с прослойкой и однородной среде без прослойки, которое может быть определено по отношению порядков полос m_α и m_0

$$K_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_0}. \quad (4)$$

Здесь m_0 — максимальный порядок полос в фазе сжатия на заданном расстоянии от заряда для однородной пластинки, m_α — то же в пластинке за прослойкой по направлению α .

Однако при использовании зависимости (4) необходимо определять значение K_α для каждой фиксированной толщины прослойки.

В целях обобщения полученных результатов удобнее представить (3) в виде:

$$K_\alpha = K(\delta) B_\alpha, \quad (5)$$

где $K(\delta)$ — коэффициент, учитывающий толщину прослойки, B_α — коэффициент влияния угла падения. Значения $K(\delta)$ могут быть определены из экспериментов при нормальном падении волн

$$K(\delta) = \frac{m_n}{m_0}, \quad (6)$$

где m_n определяется аналогично m_α за прослойкой при нормальном падении волны на границу раздела.

Меняя толщину прослойки δ , можно получить зависимость $K(\delta)$, а фиксируя порядки полос m_α за прослойкой по различным направлениям α с учетом изменения толщины прослойки по каждому из направлений, определим значение B_α

$$B_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_0 \cdot K(\delta)} \quad (7)$$

Анализ полученных кинограмм картин полос и определение скоростей отраженных волн показали, что до угла падения $\alpha = 21^\circ$ наблюдаются оба типа отраженных волн — продольные и поперечные. При углах падения импульса более 21° четко прослеживается только отраженная поперечная волна. В данных исследованиях для случая со-

отношения акустических жесткостей $\frac{\rho_1 C_1}{\rho_2 C_2} = 0,16$ оказалось, что этот угол близок по величине к предельному углу.

Как показывают полученные данные, отраженные волны образуют две отдельные группы с разрывом во времени. Причем этот разрыв соответствует точке предельного угла. Если до предельного угла отражение начинается сразу, т.е. при падении волны на границу раздела сред, то за предельным углом при отражении происходит смещение волны вдоль границы, что и вызывает сдвигну во времени отраженной волны по отношению к падающей.

Получена зависимость амплитуды отраженной поперечной волны от угла падения. До угла полного внутреннего отражения происходит уменьшение амплитуды отраженного поперечного импульса, а затем увеличение до максимума и последующее уменьшение амплитуды.

На основе интерференционных картин полос удалось установить величины коэффициентов отражения и их зависимости от углов падения импульса в случаях отражения от границы продольной и поперечной волн /2/.

Полученные данные показывают, что коэффициент отражения возрастает с увеличением угла падения волны. Причем эта закономерность имеет место при отражении как поперечной волны, так и продольной.

Возрастание $K_{\text{отр}}^{\text{поп.}}$ по мере увеличения угла падения волны на границу двух сред может быть объяснено увеличением амплитуды отраженной волны за счет интерференции с головной волной, наблюдавшейся в экспериментах.

При исследовании распространения цилиндрических волн в трехслойных средах выяснялся вопрос эффективности работы экранирующей прослойки, которая оценивалась коэффициентами прохождения продольных волн, приведенными на рис. I. Полученные графики показывают, что с увеличением угла падения увеличивается коэффициент прохождения B_x в обоих случаях акустических жесткостей экранирующей прослойки:

$$\rho_1 C_1 > \rho_2 C_2 \quad \text{и} \quad \rho_1 C_1 < \rho_2 C_2 .$$

Такая закономерность обуславливается, вероятно, многократным отражением волн в прослойке. Суммарный коэффициент прохождения

волн через прослойку K_α с увеличением угла падения изменяется незначительно.

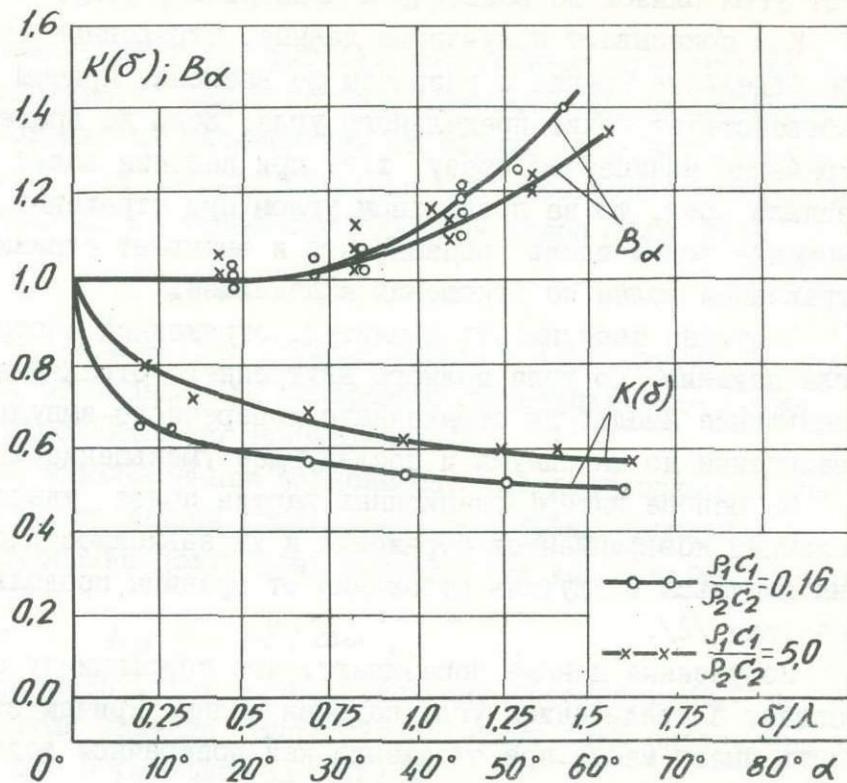


Рис. I.

Л и т е р а т у р а

- Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, 1957.
- Стрельчук Н.А., Костин И.Х., Мелик-Ельчян А.Г., Смирнов Ю.Г., Фрейшист Н.А., Юрнева Е.В. Исследование волн напряжений в однородных и слоистых пластинках методом динамической фотоупругости. Сб. тр. МИСИ им. В.В. Куйбышева № 73, "Моделирование задач динамики, термоупругости и статики поляризационно-оптическим методом", М., 1970.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ ВОЛН С ГРАНИЦЕЙ В БИКРИСТАЛЛЕ

И.С.Гузь, Г.С.Демина, Ю.М.Коробов /Новокузнецк/

В последние годы существенно возрос интерес к исследованиям взаимодействия волн напряжений с границами раздела сред. Однако до сих пор не изучено распределение динамических напряжений в зоне границы в материалах с кристаллической структурой. Эта задача была целью данной работы. Исследования проводились на плоских образцах бикристаллов фтористого лития, имеющих малоугловые /менее 5° / и широкоугловые /более 10° / углы разориентировок. При этом использовался метод динамической фотоупругости в сочетании с избирательным травлением.

Образцы перед экспериментом полировались механически и химически. Для снятия внутренних напряжений производился отжиг кристаллов при температуре 750°C в течение пяти суток с последующим охлаждением со скоростью 5° в час. После этого на одну из сто - рон кристалла наносилось фотоупругое покрытие толщиной 0,1 мм. Подготовленные таким способом образцы подвергались импульльному воздействию. Волна напряжений возбуждалась в результате микровзрыва азота свинца и посыпалась через волновод на торец образца. Кинограммы взаимодействия волны напряжений с границей, полученные при скорости съемки 720 тыс. кадр. в секунду, представлены на рис. I.



Рис. I. Взаимодействие волны напряжений с границей.

Анализ кинограмм показывает, что при динамическом нагружении

в кристалле распространяется волна напряжений со скоростью 5000 м/сек. При воздействии на границу с малым углом разориентировки волна напряжений не претерпевает существенных изменений. В случаях широкоугловой разориентировки кристаллов при выходе волны на границу в её фронте происходит изменение напряженного состояния. Интересной особенностью является то, что вдоль границы создается локальная концентрация напряжений вне зоны взаимодействия с волной. По-видимому, это обусловлено возбуждением и распространением волн напряжений вдоль границы /волны Стоунли/. Для оценки наблюдавших явлений в зоне границы нами проводилось фотометрирование полученных кинокадров. Проведенные исследования показывают, что величина энергии в отраженной и преломленной волне в значительной мере зависит как от угла разориентировки границы, так и от угла падения волны на границу.

На рис. 2 представлены результаты по фотометрированию для случая падения волны по нормали к границе /где I - интенсивность в пограничной зоне; I_0 - интенсивность фона пленки/.

Приведенные результаты свидетельствуют, что большая часть энергии отражается от границы и значительно меньше проходит во второй кристаллит. Это хорошо согласуется с результатами, полученными методом избирательного травления. Плотность дислокаций оказывается значительно выше в кристаллите, в котором волна отражается.

Таким образом, полученные результаты показывают, что при импульсном нагружении в случаях наличия широкоугловых границ важную роль в процессе деформации играют явления интерференции и преломления волны на границе.

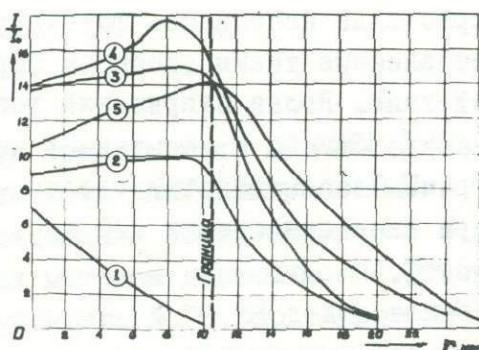


Рис. 2. Зависимость $\frac{I}{I_0} = f(r)$

ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ФОТОУПРУГОСТИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСНЫХ ВОДЯНЫХ СТРУЙ НА ПРЕГРАДУ

И.С.Гузь, Г.А.Червов, В.В.Зимин /Новокузнецк/

Для исследования воздействия сверхскоростных импульсных водяных струй на преграду используется поляризационно-оптический метод в сочетании со скоростной киносъемкой. Исследуемые струи выбрасываются со скоростью 2 тыс.м/сек с помощью специально разработанной электрогидравлической пушки. Схема, поясняющая методику исследования, дана на рис. I.

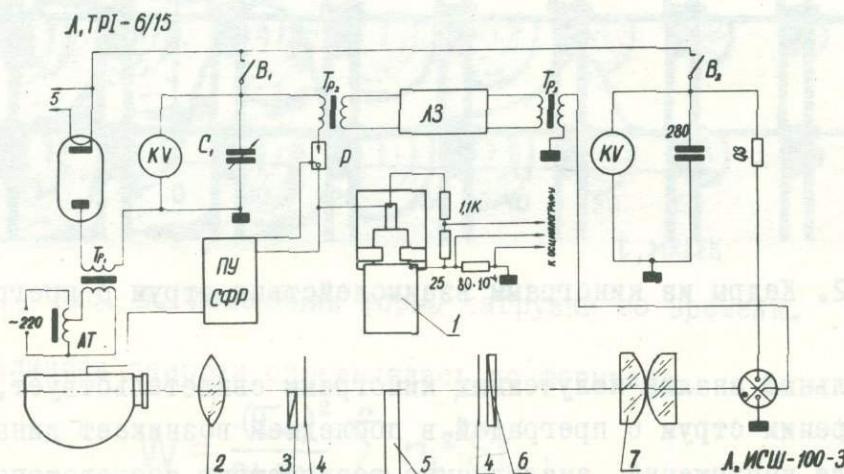


Рис. I. Функциональная схема.

I-пушка; 2-объектив кинокамеры; 3-анализатор; 4-четвертьвольновые пластины; 5-образец; 6-поляризатор; 7-конденсор;

После зарядки конденсаторов подачей высоковольтного импульса с пульта управления камеры СФР-ІМ пробивается разрядник и подается команда на начало съемки. В результате взрыва фольги водяная струя выбрасывается через специальную насадку. Синхронно через линию задержки запускается источник света. Для определения количества и скорости ввода энергии в ствол осуществляется запись тока и напряжения при разряде с помощью малоиндуктив-

ногого шунта и делителя напряжений.

Исследования взаимодействия струи с преградой осуществлялись как в светлом, так и в темном поле полярископа. Для одновременной регистрации скорости движения струи и соударения её с образцом при съемке в темном поле анализатор с образцом несколько смешался. В качестве преграды использовались образцы из плексигласа с размерами 250 x 250 x 10 мм. Кинограмма воздействия сверхскоростной струи на образец, полученная при скорости съемки 750 тыс. кадр/сек, приведена на рис. 2.

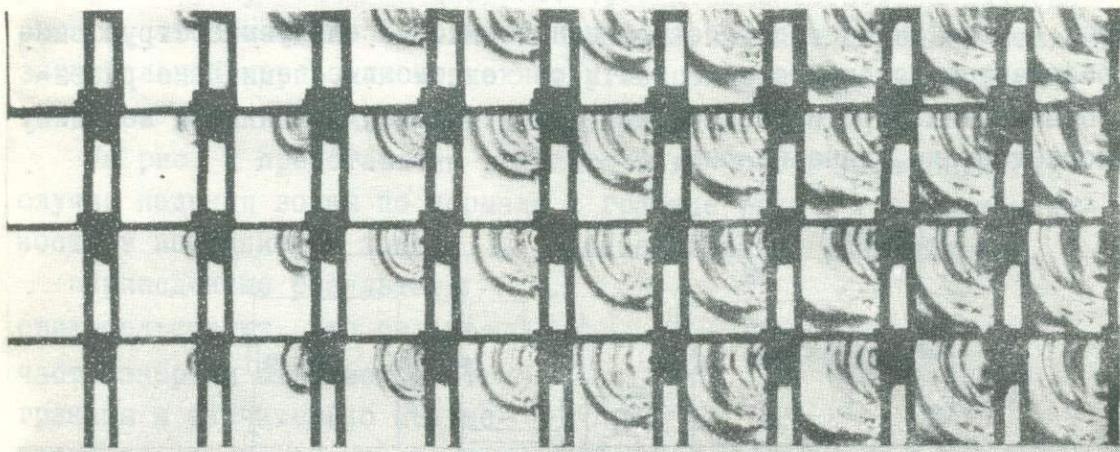


Рис. 2. Кадры из кинограмм взаимодействия струи с преградой.

Тщательный анализ полученных кинограмм свидетельствует, что при соударении струи с преградой в последней возникает динамическое поле напряжений, аналогичное воздействию сосредоточенного взрыва на поверхности полупространства. При этом от зоны соударения распространяются продольные, поперечные и релевеские волны, которые могут быть дифференцированы по скорости движения и форме изохром. Вначале возникают продольные волны, распространяющиеся в виде концентрических окружностей с центром в зоне приложения нагрузки. Скорость их движения 2490 м/сек. Несколько позже наблюдается выделение поперечной и релевеской волн. Поперечные волны распространяются в виде конуса вдоль полупространства в обе стороны от зоны нагрузки. Релевеские перемещаются вдоль полупространства впереди продольных волн и заходят за них.

ранства со скоростью 1240 м/сек. Характерной особенностью распределения напряжений в релеевской волне является наличие впереди и позади основного возмущения зоны локальной концентрации напряжений.

Примененная методика позволяет наглядно показать по изменению величины упругой энергии в зоне нагружения, как изменяется форма нагрузки, и на основании этого установить некоторые особенности структуры струи. Изменение формы нагрузки при воздействии импульсной водяной струи показано на рис. 3. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами записи формы нагрузки.

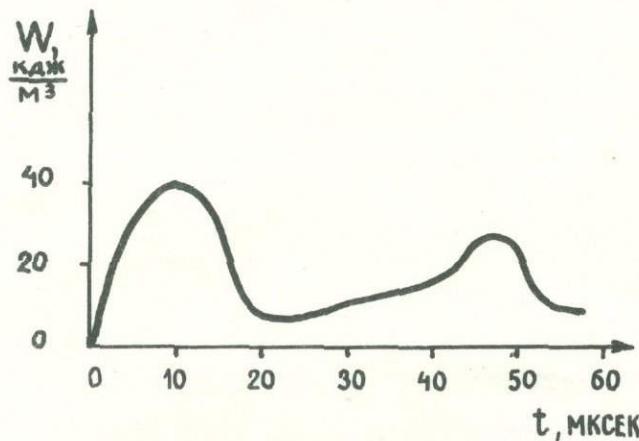


Рис. 3. Изменения формы нагрузки во времени.

Величина энергии определялась по формуле:

$$W = \frac{(\tau_{0,i})^2}{2t \cdot E \cdot V} \sum_{i=0}^n n_i^2 \cdot S_i ,$$

где W - удельная энергия, $\tau_{0,i}$ - динамическая цена полосы, n - номер полосы, t - толщина образца, E - динамический модуль упругости, S - площадь полосы, V - объём.

и вспомогательных машин. Важнейшими из них являются машины для обработки металлов, машины для обработки деревянных и пластмассовых материалов, машины для обработки текстильных и полотняных материалов, машины для обработки резиновых и пластмассовых изделий, машины для обработки керамических и стеклянных изделий, машины для обработки пищевых продуктов, машины для обработки зерна, машины для обработки горючих и смазочных материалов, машины для обработки минеральных и химических веществ, машины для обработки тканей и т. д.

Все эти машины, как правило, являются сложными механизмами, состоящими из различных узлов и деталей. Для их изготовления требуется большое количество различных материалов, в том числе металлов, деревьев, пластмасс, текстильных и полотняных материалов, резиновых и пластмассовых изделий, керамических и стеклянных изделий, пищевых продуктов, зерна, горючих и смазочных материалов, минеральных и химических веществ, тканей и т. д.

Для изготовления машины требуется большое количество различных материалов, в том числе металлов, деревьев, пластмасс, текстильных и полотняных материалов, резиновых и пластмассовых изделий, керамических и стеклянных изделий, пищевых продуктов, зерна, горючих и смазочных материалов, минеральных и химических веществ, тканей и т. д.

У II. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ

В ДЕТАЛЯХ И УЗЛАХ МАШИН

Для исследования напряжений в деталях и узлах машин необходимо определить величину и характер напряжений, возникающих в них при работе машины. Для этого необходимо определить величину и характер напряжений, возникающих в деталях и узлах машин при работе машины.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

И.М. Макеев, А.И. Сурков, Б.А. Морозов (Москва)

Напряженное и деформированное состояние деталей пространственных статически-неопределеных конструкций зависит от условий их совместной работы, что не позволяет достаточно точно поставить граничные условия, необходимые для моделирования каждой из деталей в отдельности. Поэтому для получения достоверных результатов необходимо моделировать узлы, состоящие из нескольких деталей, а в некоторых случаях, и всю несущую конструкцию.

I. Постановка задачи и методы проведения эксперимента

Исследование напряженного состояния сложных пространственных конструкций с помощью обычно применяемого метода замораживания и последующей разрезкой моделей на срезы является весьма трудоемким делом. Трудоемкость эксперимента значительно увеличивается, если необходимо рассмотреть несколько вариантов нагружения или геометрической формы. Это связано с тем, что для исследования каждого нового варианта необходимо изготавливать новую модель.

В настоящей работе рассмотрена методика исследования сложных пространственных конструкций при различных вариантах нагружения и геометрии на одном комплекте моделей. Предложенную методику проиллюстрируем на примере исследования пресса усилием 16 тыс.тонн.

На рис. I показана модель силовой конструкции пресса, выполненная в масштабе 1:20 из материала ЭД6-М. Конструкция состоит из четырех траверс, связанных попарно восемью колоннами. Траверсы 1 и 2 составляют неподвижную раму, траверсы 3 и 4 – подвижную. Усилие пресса создается двумя цилиндрами 5 с плунжерами 6, расположенными в траверсах 2 и 4 неподвижной и подвижной рам. В модели в цилиндры пресса подавался сжатый азот. Для уплотнений использованы стандартные манжеты воротникового типа 7.

Задачей эксперимента является определение напряжений в колоннах, траверсах и цилиндрах при центральной и эксцентрических нагрузках и различных ходах плунжеров, а также изучение деформирован-

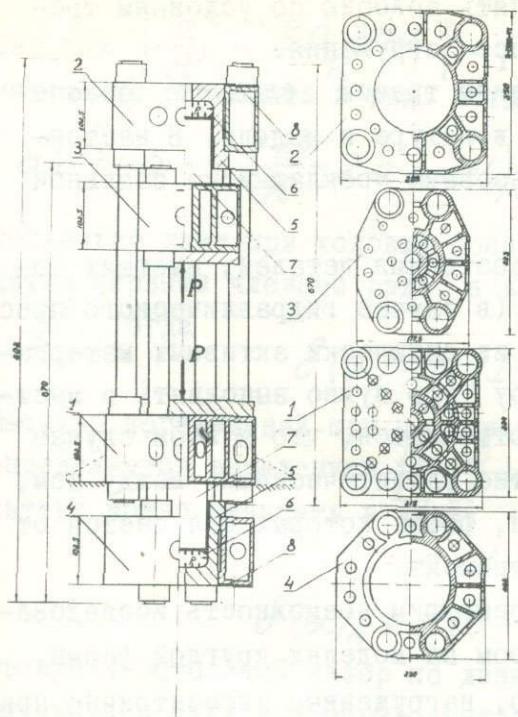


Рис. I. Модель силовой конструкции пресса усилием 16 тыс.тонн

ного состояния траверс. При эксцентричном приложении нагрузки, напряженное состояние деталей конструкции зависит от зазоров между плунжером и цилиндром. Исследование проводится в три этапа. На первом этапе определяют напряжения при различных вариантах нагружения в колоннах и траверсах методом тензометрирования и напряжения по контуру траверсы методом фотоупругости в отраженном свете. На втором этапе исследуют напряжения вокруг отверстий в горизонтальных пластинах траверс и контактные напряжения между траверсами и цилиндрами с помощью, соответственно, оптически активных покрытий и разрезных месдоз. Для этого

каждая траверса замораживается отдельно, причем нагрузки на колонны принимаются по результатам тензометрирования. Проведение повторных циклов замораживания позволяет получить напряжения в пластинах траверс и контактные давления при различных вариантах нагружения. Замеры деформаций траверс также производятся на замороженных моделях. Достаточно большая величина деформаций позволяет использовать для замеров обычные индикаторы часового типа. На третьем этапе методом фотоупругости с применением замораживания и последующей разрезкой моделей на срезы находят напряжения вокруг отверстий во внутренних ребрах при одном из вариантов нагружения, представляющем наибольший интерес.

П. Вопросы подобия при моделировании деталей, работающих в условиях силового контакта

При моделировании деталей, работающих в контакте друг с друг-

тогом, особое внимание необходимо уделять подобию по условиям трения и зазорам, изменяющимся в процессе нагружения.

Для соблюдения подобия по условиям трения следует обеспечить равенство коэффициентов трения в натуре и модели. В настоящей работе для этой цели были использованы прокладки из стальной фольги и графитовая смазка /1/.

При исследовании напряженного состояния деталей, имеющих посадку с зазором, типа вал-отверстие (в случае гидравлического пресса пара плунжер-цилиндр) на моделях из оптически активных материалов, для сохранения подобия по зазору его нужно выполнять в масштабе перемещений /2/. В работе /3/ отмечается, что в этом случае следовало бы выполнять вал и отверстие эллиптическими. Между тем, изготовление даже нескольких деталей, форма которых отличается от круговой значительно усложняет эксперимент.

Для упрощения эксперимента, рассмотрим возможность исследования деталей, имеющих посадку с зазором на моделях круглой формы. На рис. 2 показаны цилиндр и плунжер, нагруженные эксцентрично при-

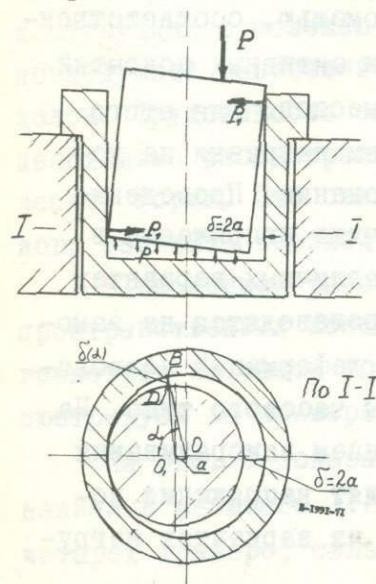


Рис. 2. Схема для определения зазора $\delta(\alpha)$ между цилиндром и проушиной

приложенной силой P . За счет перекоса плунжера возникают усилия взаимодействия P , между цилиндром и плунжером и зазор по диаметру $\delta = 2a$ (в первый момент контакта). Зазором $\delta(\alpha)$ между произвольной точкой цилиндра B и валиком считаем кратчайшее расстояние BD между этой точкой и поверхностью плунжера, измеряемое отрезком прямой, соединяющей точку B с центром валика O . Тогда, если радиус проушины $OB = R$,

$$\delta(\alpha) = \sqrt{R^2 - R^2 \cos^2 \alpha + a^2}. \quad (1)$$

Выражение (1) представим в виде

$$\delta(\alpha) = \sqrt{R^2 \left[1 + \left(\frac{a}{R} \right)^2 - \frac{2a \cos \alpha}{R} \right]}. \quad (2)$$

Так как $\left| \frac{\alpha^2}{R^2} - \frac{2\alpha \cos \alpha}{R} \right| < 1$, то выражение в квадратных скобках можно разложить в ряд. Тогда из (2) получим

$$\delta(\alpha) = \alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha^2}{R} - 2\alpha \cos \alpha \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha^2}{R} - 2\alpha \cos \alpha \right)^2 + \dots \quad (3)$$

Поскольку даже при ходовых посадках $\frac{\alpha}{R} < 0,05$, можно ограничиться двумя первыми членами ряда, а во втором члене опустить выражение $\frac{\alpha^2}{R}$. Тогда

$$\delta(\alpha) = \alpha(1 - \cos \alpha). \quad (4)$$

Масштаб перемещений при полном геометрическом и силовом подобии определяется выражением $\frac{E_n}{E_m} \frac{\beta}{\alpha} / 2$, поэтому зазоры в модели и в натуре можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \delta_n &= \alpha(1 - \cos \alpha), \\ \delta_m &= \alpha(1 - \cos \alpha) \frac{E_n}{E_m} \frac{\alpha}{\beta}. \end{aligned} \quad (5)$$

Отсюда необходимый зазор по диаметру модели при круговой форме плунжера и цилиндра определяется выражением:

$$\delta_m = \frac{E_n}{E_m} \frac{\alpha}{\beta} \delta_n, \quad (6)$$

где: E_n и E_m - модули упругости натуры и модели;

α и β - масштабы геометрического и силового подобия.

Из формулы (6) следует, кроме того, что при моделировании различных зазоров в натуре не обязательно изменять зазор в модели. Достаточно при моделировании различных зазоров в натуре $\delta_{1n}, \delta_{2n} \dots$ обеспечить равенство (6) соответствующим подбором масштабов силового подобия $\beta_1, \beta_2 \dots$ Моделирование различных зазоров в натуре на модели с неизменным зазором позволяет освободиться от трудоемких операций по разборке модели, переточке деталей и повторной сборке моделей.

III. Изготовление моделей тонкостенных коробчатых деталей

Модели коробчатых деталей типа литых траверс прессов с большим количеством отверстий различной формы во внутренних ребрах и внешних стенках изготавливают из материала ЭД6-М методом чистового литья с применением легкоплавкого сплава /4,5/. Наиболее

подходящей для "массового" производства моделей в сжатые сроки, соответствующие ограниченным срокам проектирования натурной конструкции, оказалась следующая технология.

Из легкоплавкого сплава с $t_m=98^{\circ}\text{C}$ отливается блок, размеры которого после механической обработки соответствуют размерам модели траверсы за вычетом внешних стенок и горизонтальных плит. На горизонтальную поверхность блока наносится разметка осевых линий ребер и центров отверстий в горизонтальных пластинах. Блок устанавливается на днище формы из легкоплавкого сплава и по разметке совместно в блоке и днище просверливаются отверстия. После этого производится необходимая расточка отверстий и разрезание блока на вкладыши. Толщина фрезы подбирается так, чтобы ширина реза была равна толщине ребра. Вкладыши устанавливаются на бобышках, высота которых равна толщине нижней плиты траверсы. Расстояние между вкладышами выверяется мерными плитками, после чего положение вкладышей закрепляется стержнями-фиксаторами, которые припаиваются к верхним бобышкам. Затем, на расстоянии, равном толщине внешних боковых стенок, припаиваются борта из легкоплавкого сплава, и форма готова к заливке.

Повторное использование сплава вызывает изменение первоначального соотношения компонентов и повышение температуры плавления. Это приводит к тому, что отдельные частицы сплава не выплавляются даже при температуре $150\text{--}160^{\circ}\text{C}$. Специальные исследования показали, что наилучшим средством удаления остатков сплава является азотная кислота, которая вытравляет частицы сплава. После травления остатков сплава и окончательной доводки траверса отжигается.

Модели, изготовленные по описанной технологии, не имеют внутренних напряжений; краевой эффект на поверхностях, находившихся в контакте со сплавом, практически отсутствует. Специальные опыты показали также, что модели из материала типа ЭД6-М сохраняют практический постоянный размер как во время длительных исследований при комнатной температуре, так и при экспериментах с применением замораживания.

IV. Отражающие слои и оптические активные покрытия для исследования напряжений в моделях коробчатых конструкций из оптически активного материала

Оптически активные покрытия и отражающие слои при исследова-

ний напряженного состояния коробчатых конструкций дают возможность на одной модели рассмотреть несколько вариантов нагружения и геометрии конструкции.

Внешние боковые стенки коробчатой траверсы находятся в условиях плоского напряженного состояния, поэтому для определения напряжений на их внутреннюю поверхность достаточно нанести отражающий слой. По толщине верхней и нижней пластин напряжения меняются. Поэтому на горизонтальные поверхности траверсы наклеиваются оптически-активные покрытия 8 с зеркальным слоем (рис. I). Так как покрытие имеет те же механические свойства, что и модель, его толщина входит в высоту траверсы. Замер разности хода в покрытии дает сразу напряжения на поверхности модели. При высоте траверсы 100 мм и толщине покрытия 2 мм ошибка за счет усреднения напряжений по толщине покрытия не превышает 2%.

Зеркальный слой предварительно наносится на стекло путем напыления алюминия в вакууме. Затем к стеклу со стороны алюминия приклеивается kleem холодного отвердения пластина оптически активного материала толщиной 2 мм. После полимеризации kleя зеркальный слой легко отделяется от стекла и прочно удерживается на пластинке. Приклеивание покрытия к траверсе также осуществляется kleem холодного отвердения.

Приклеивание зеркального слоя к покрытию и покрытия к траверсе производится в специальном приспособлении, обеспечивающем равномерную нагрузку на поверхности склеиваемых деталей. Толщина kleя составляет около 0,05 мм, а прочность на разрыв нормально к поверхности склейки примерно 1,5 кг/см² (при температуре замораживания). Повторные циклы нагревание-охлаждение не влияют на прочность склейки.

Состав для нанесения отражающего слоя на внутренние поверхности боковых стенок представляет суспензию порошка алюминия в 2% растворе триацетатцеллюзы в хлористом метилене (3 весовых части порошка на 100 весовых частей раствора). Суспензией обливаются внутренние поверхности модели, хлористый метилен испаряется и на поверхности образуется отражающий слой. Так как толщина пленки триацетатцеллюзы меньше длины чешуйки алюминия, последние ориентируются параллельно поверхности, что обеспечивает хорошее отражение.

У. Определение контактных давлений между пространственными деталями на моделях из оптически активных материалов

Определение контактных давлений между пространственными деталями на моделях из оптически активного материала осуществлено с помощью разрезных месдоз. При исследовании контактных давлений между траверсами и цилиндрами месдоза из оптически активного материала имеет вид кольца, разделенного в радиальном направлении на столбики высотой 12 мм и шириной 4 мм. Для удобства изготовления и установки столбики соединены внизу перемычкой высотой 0,5+1 мм (рис. 3). Размер столбика в радиальном направлении равен ширине контактной площадки цилиндра. Месдоза устанавливается между траверсой и цилиндром и замораживается вместе с ними.

После замораживания усилие, действовавшее на каждый столбик месдозы, определяется путем замера разности хода в центре столбика при просвечивании его в радиальном направлении (направление а-а, рис. 3).

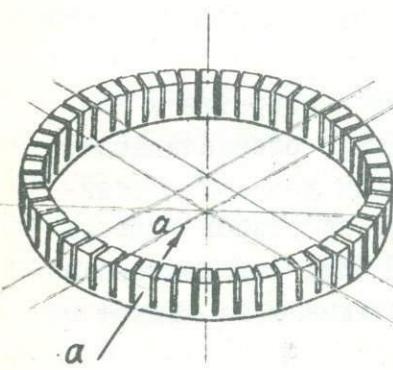


Рис. 3 Разрезная месдоза из оптически активного материала

В общем случае место приложения и направление равнодействующей R , заменяющей действие бурта цилиндра на столбик месдозы является произвольным (рис. 4). Разложив R на составляющие R_x , R_y и R_z по осям координат и, приведя составляющие к центру тяжести сечения, получим систему сил и моментов, приложенных к торцу столбика (рис. 4, б, в, г). Направление луча поляризационного света показано стрелкой $\alpha-\alpha$.

Так как соотношение $\frac{H}{\delta} = 3$, то напряжения $\sigma_z^{M_y}$ и $\sigma_z^{R_x}$ (рис. 4 б, в), вызванные

моментом M_y и силой R_x , линейно зависят от x в средней части столбика, а их величина и, следовательно, разность хода лучей на пути $C\delta$ равны нулю. Касательные напряжения τ_{zx} , вызываемые моментами $M_z^{R_x}$ и $M_z^{R_y}$ (рис. 4, в, г), на участках CO и OB равны по величине и противоположны по направлению, поэтому разность хода, возникающая на пути CO полностью компенсируется на пути OB .

Далее, поскольку $\frac{H}{t} = 2$, то напряжения $\sigma_z^{M_x}$ и $\sigma_z^{R_y}$, вызы-

ваемые моментом M_x и силой R_y (рис. 4, б, г), могут распределяться по некоторым законам:

$$\tilde{G}_z^{M_x} = G_z^{M_x}(t), \quad \tilde{G}_z^{R_y} = G_z^{R_y}(t). \quad (7)$$

Но по условиям равновесия

$$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tilde{G}_z^{M_x}(t) dt = 0, \quad \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tilde{G}_z^{R_y}(t) dt = 0 \quad (8)$$

и, следовательно, разность хода на пути cb , обусловленная $\tilde{G}_z^{M_x}$ и $\tilde{G}_z^{R_y}$, также равна нулю.

Напряжения, вызываемые силой R_z , в среднем сечении столбика в направлении $a-a$ могут распределяться по некоторому закону

$$\tilde{G}_z^{R_z} = G_z^{R_z}(t). \quad (9)$$

Тогда усилие R_z , поскольку $G_z^{R_z}$ распределены равномерно в направлении ∞ , можно представить в виде

$$R_z = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tilde{G}_z^{R_z}(t) dt. \quad (10)$$

Так как $\tilde{G}_x = 0$, то приращение разности хода dn , выраженное в числах полос, на элементарном пути dt равно

$$dn = \frac{\tilde{G}_z^{R_z}(t) dt}{G_0^{1,0}}, \quad (11)$$

а полная разность хода на пути t

$$n = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tilde{G}_z^{R_z}(t) dt. \quad (12)$$

Из (10) и (12) получим

$$R_z = G_0^{1,0} B n. \quad (13)$$

Таким образом, все силовые факторы, кроме R_z , приводят к системам напряжений, не вызывающим разности хода при просвечивании столбика в направлении $a-a$. Сила R_z , характеризующая контактное давление на столбик, определяется одним замером разности хода по

центру столбика.

Сопоставление результатов измерения напряжений в галтелях фланцев цилиндров, которые опирались непосредственно на траверсу и через разрезную месдозу показало, что они различаются примерно на 6%. Расхождение такого же порядка получено и при проверке по условиям равновесия. Это позволяет считать, что разрезная месдоза практически не искажает распределения контактных давлений между траверсой и цилиндром.

Если исследуются напряжения в галтелях фланцев цилиндров при различных вариантах нагружения пресса, разрезная месдоза дает также возможность сократить число моделей цилиндров. При этом для каждого варианта нагружения определяются контактные давления. Разрезание модели цилиндра на срезы и определение в них напряжений производят для наиболее опасного случая распределения контактных давлений.

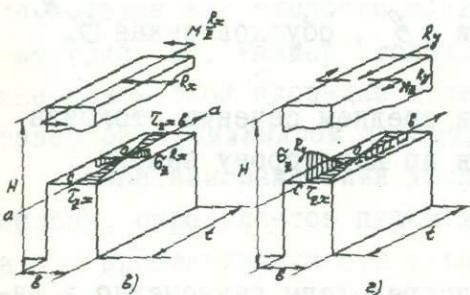


Рис. 4. Схема сил, действующих на столбик месдозы и напряжения в среднем сечении столбика

цилиндра на срезы и определение в них напряжений производят для наиболее опасного случая распределения контактных давлений.

Л и т е р а т у р а

1. Морозов Б.А. Моделирование и прочность металлургических машин. Машгиз, 1963.
2. Напряжения и деформации в деталях и узлах машин. Под ред. Н.И. Пригородского. Машгиз, 1961.
3. Финк К., Робах Х. Измерение напряжений и деформаций. Машгиз, 1961.
4. Максутова Т.Д., Шихобалов С.П. Изготовление моделей сложной формы для оптического метода исследования напряжений. Зав. лаб., 1958, №2.
5. Сурков А.И., Трумбачев В.Ф. Исследование распределения напряжений на объемных моделях оптическим методом. ЦИТИугля, 1958, №3.

PHOTOELASTIC INVESTIGATION OF THE STRESSES IN INTERSECTING CYLINDERS UNDER INTERNAL PRESSURE

M. Nisida, Y. Sawa, H. Takeishi (Noda, Japan)

1. Introduction

In the last ten years, the problem of stress concentration in the vicinity of cylinder-intersection subjected to internal pressure has drawn continuous attention from the standpoint of strength of coolant loops of nuclear power reactors. Some investigators attempted to solve the problem by employing the finite element method and others treated experimentally carrying out stress freezing photoelastic experiment or wire strain gauge measurement. It is obvious that a slightest difference in the geometry of the intersection, for example radius of curvature of the fillet or the stepped wall thickness of a reinforced nozzle connection, may lead to a not negligible change of the value of the localized peak stress. For this reason, it may be of some significance, for the first step in the present situation, to take up the problem about the simplest geometry of connection. The principal subject of the investigation presented here is set to obtain photoelastically the relations between the stress concentration induced in the region of tee-intersection of flush type joint and two main parameters: intersecting angle ϕ and branch-to-main cylinder diameter ratio d/D (Fig. 1)

These two parameters are thought to have a principal influence upon the stress concentration. As for the wall thickness-to-diameter ratio of main and branch cylinders: T/D and t/d , since it has been reported that, as far as the dimensionless stress concentration factor s.c.f. is concerned, its effect is small compared with those of ϕ and d/D for thin or medium wall thickness. Twelve combinations of intersecting angle ϕ and diameter ratio d/D were tested by the stress freezing photoelastic technique. The results obtained from the photoelastic models with a flush type cylinder-connection show that the overall maximum stress occurs at a symmetric point A (Fig. 1) on the sharp edge line formed by the intersection of the two cylindrical inside surfaces. This point is referred to as "edge point".

The peak stress localized to the edge line is measured by a graphical extrapolation method. The results indicate that the s.c.f. increases remarkably with decrease of ϕ and decreases gradually with decreasing d/D . In order to examine the effect of relieving stress concentration, two models with chamfered surfaces by beveling off the intersecting edge were tested. The effect has been found to be notable.

2. Description of the Model

Models for stress freezing photoelastic experiments were made from Araldite B type resin. After cast to a one body block, they were carefully machined to final dimensions of the models. Configuration and dimensions of the models and values of test parameters used for the experiments are shown in Fig. 1 and Table 1 respectively.

The wall thickness-to-diameter ratio of both the main and the

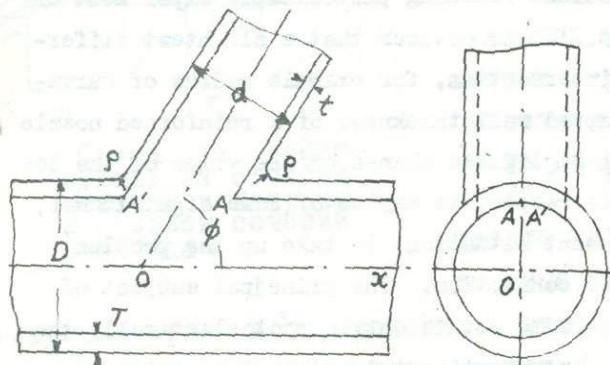


Fig. 1 Diagram showing the configuration and dimensions of the models tested.

Table I. Dimensions of Models

Series	Exp. No.	Dim. of Main cyl., mm	Dim. of Branch cyl., mm	Intersecting angle ϕ°	Rad. of Edge Fillet (t') ρ , mm	Rad. of Edge Fillet (t') ρ , mm
I	1	50.0	D	50.0(1.0)	5.00(0.1)	90
	2		T(T/D)	40.0(0.8)	4.00(0.1)	
	3		d(d/D)	37.5(0.75)	3.75(0.1)	
	4		t(t/d)	25.0(0.5)	2.50(0.1)	
	5			12.5(0.25)	1.25(0.1)	
II	6	50.0			60	5.0
	7				45	
	8				30	
III	9	50.0			90	$t' = 1.4$ " 2.8
	10					

branch cylinder was kept constant 0.1 throughout the present investigation. The outside fillet was rounded to a radius $R=5\text{mm}$ equally for all models. Series I in the table is concerned to the experiments for determining the variation of s.c.f. with the intersecting angle ϕ for a constant diameter ratio $d/D=1.0$, while series II was conducted to find how the diameter ratio d/D affect the s.c.f. for a constant $\phi \approx 90^\circ$ i.e. normal intersection. Models for Series I and II correspond to practical cases where the branch cylinder is inserted flush with the inside surface of the main cylinder to form a square or oblique edge at the end of the branch cylinder. Series III is related to experiments which were made in order to examine the influence of chamfering of the edge on the s.c.f. A uniform internal hydrostatic pressure as the load on the structure could be simply applied with compressed air of which pressure was accurately regulated by a two stage pressure regulator.

3. Slicing and Extrapolation Method for Determining Maximum Stress

In order to determine the stress distribution in the model as a whole, several slices of adequately spaced transverse sections and a longitudinal section containing the main and branch cylinder axis are cut out as shown in Fig. 2 and are examined photoelastically.

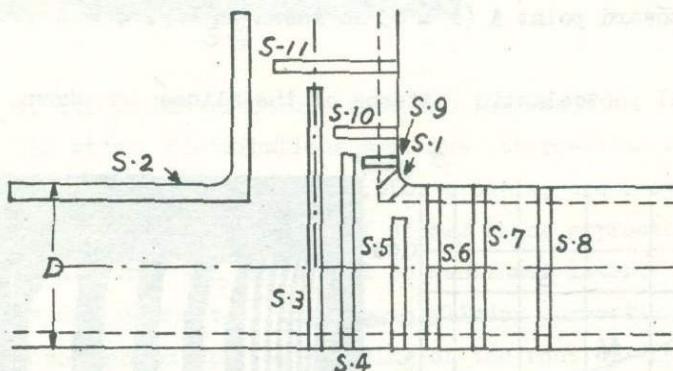


Fig. 2 Diagram
showing the
locations of
the slices.
($\phi \approx 90^\circ$,
 $d/D = 1.0$).

As a procedure for the way out of not being able to determine the maximum stress at the edge point A by the customary slicing manner, an extrapolation technique is employed. As shown in Fig. 3, a diagonal slice which bisects the intersecting angle ϕ of the two inside cylindrical surfaces is cut out and is investigated in a immersion-vessel. A mixture of α -bromnaphthalene and liquid paraffine is used as the

immersion fluid. The refractive index of Araldite is liable to vary slightly from one sample to another. Hence care was taken to get accurate coincidence of the refractive index of the fluid with that of each specimen. After taking photograph of the photoelastic pattern,

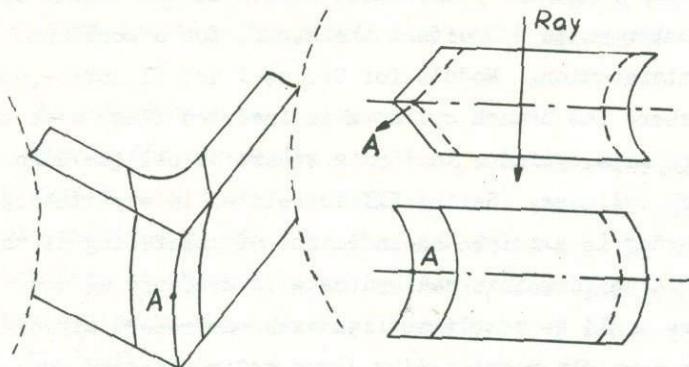


Fig. 3 Sketch showing the slicing for the extrapolation method.

distributions of fringe order N and thickness s of the wedge shaped slice along the symmetrical line $A l'$ are plotted. From these two curves, the distribution of fringe intensity N/S , namely the curve of principal stress-difference along $A l'$ is obtained. The maximum fringe intensity $(N/S)_{max}$ which corresponds to the required peak stress at A is obtained as a limiting value for $N \rightarrow 0, l' \rightarrow 0$ by the graphical extrapolation of the curve toward point A ($l' = 0$) as shown in Fig. 4 for example.

In Fig. 5, typical photoelastic patterns of the slices are shown.

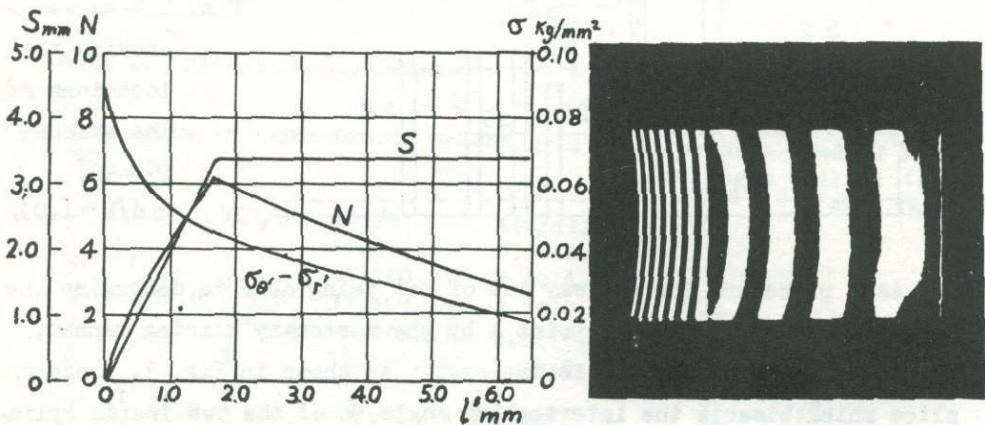


Fig. 4 Curves showing the extrapolation method and the photoelastic pattern of a wedge shaped slice used for the method.

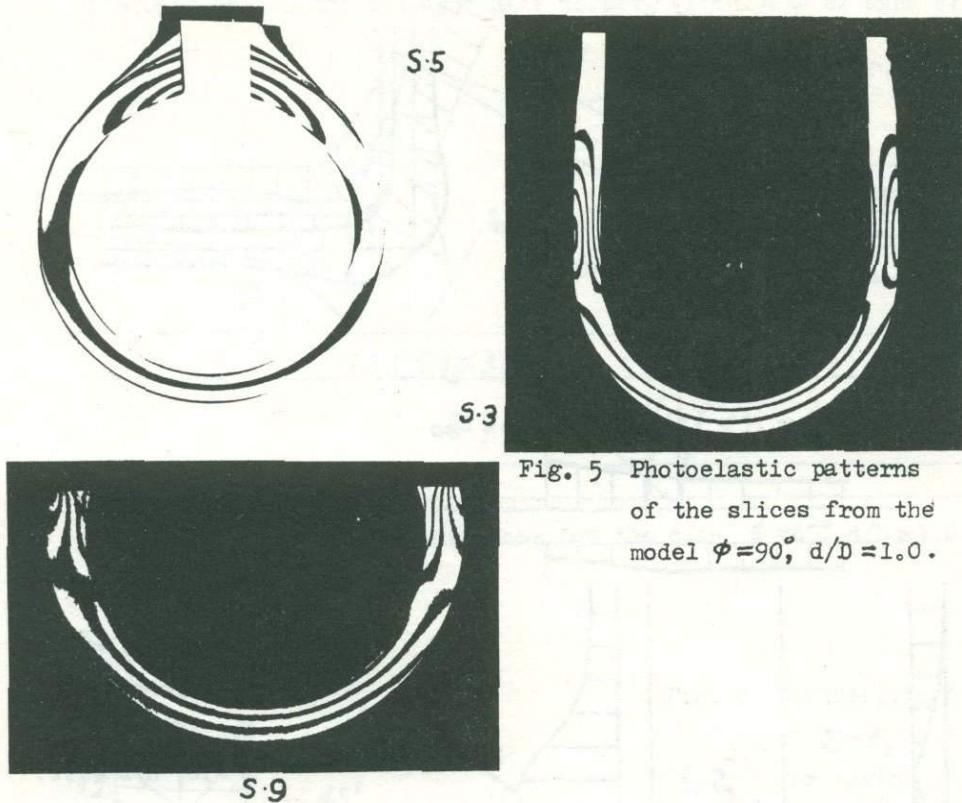


Fig. 5 Photoelastic patterns
of the slices from the
model $\phi = 90^\circ$, $d/D = 1.0$.

4. Stress Distributions near the Intersection

The stress distributions near the intersection obtained for $\phi = 90^\circ$, $d/D = 1.0$, and $\phi = 60^\circ$, $d/D = 1.0$, for example, are shown in Fig. 6 and Fig. 7 respectively, values of stress being expressed as the ratio to a nominal stress σ_{eo} which will be mentioned later.

As far as the tee-flush type cylinder connection without particular reinforcement except for rounding of the root of the outside fillet is concerned, it is found that the overall maximum stress in the structure occurs at the edge point A.

The value of s.c.f. is denoted by the ratio of the maximum stress which occurs at the edge point A (σ_A) to the circumferential stress on the inside surface of the main or branch cylinder far from the stress disturbance due to the intersection σ_{eo} , given by $\sigma_{eo} = p(D^2 + D_1^2)/(D^2 - D_1^2)$ as the nominal stress, where p is the internal pressure and D_1 is the inner diameter of the main cylinder. When the intersection is not of right angle, the value of peak stress at the edge point A on the acute

edge and at point A' on the supplementary obtuse edge are naturally different to each other and the results indicate that s.c.f. for the acute edge is distinctly greater than that for the obtuse edge(A').

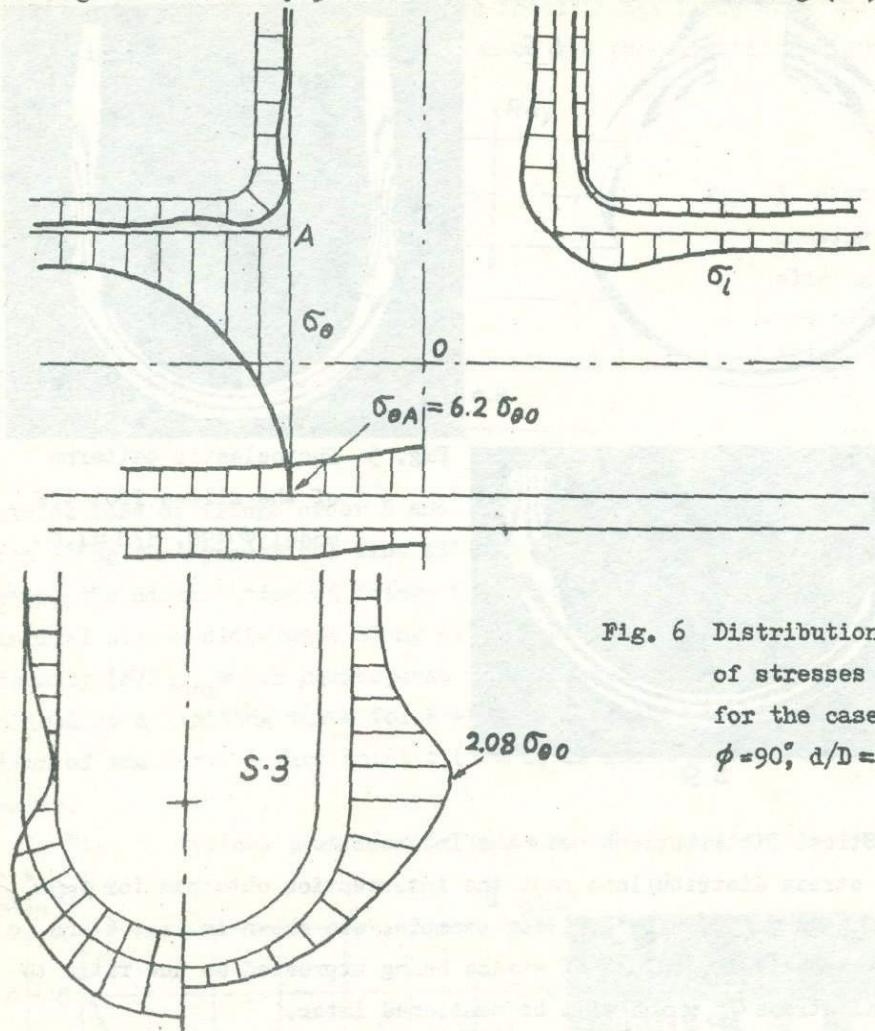


Fig. 6 Distributions
of stresses
for the case
 $\phi = 90^\circ, d/D = 1.0.$

On inspection of the extrapolation curves for various intersecting angle ϕ in Fig. 8, it is seen that for smaller ϕ , aside from its high maximum stress, the averaged $\sigma_{\theta} - \sigma_z$ is appreciably in higher level. This means that, as ϕ becomes smaller, the shell of the fillet tends to play a more important role as a tensile stress member.

In Fig. 9, variations of $(s.c.f.)_A$ and $(s.c.f.)_{A'}$ with the intersecting angle ϕ for a constant diameter ratio $d/D = 1.0$ and wall thickness $T/D = t/d = 0.1$ are shown. It is to be noted that the value of the

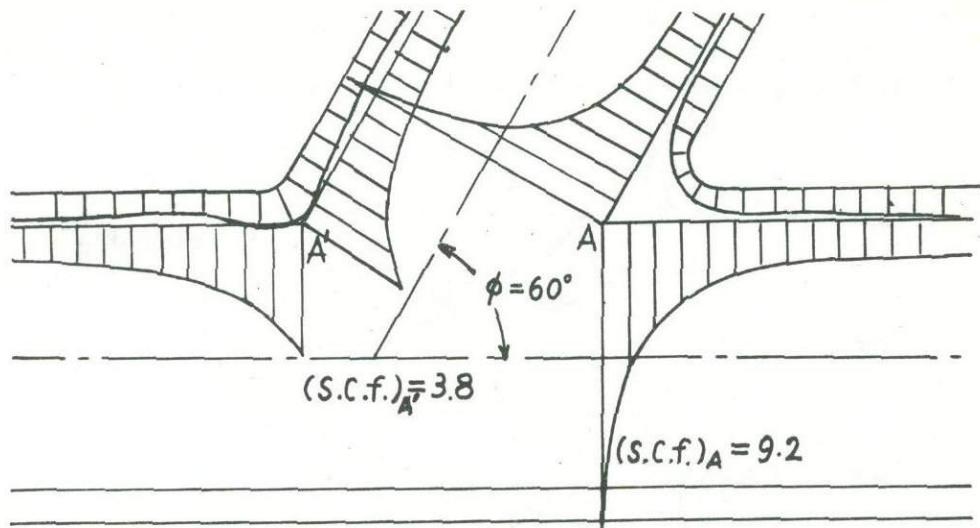


Fig. 7 Distributions of stresses for the case $\phi = 60^\circ$, $d/D = 1.0$.

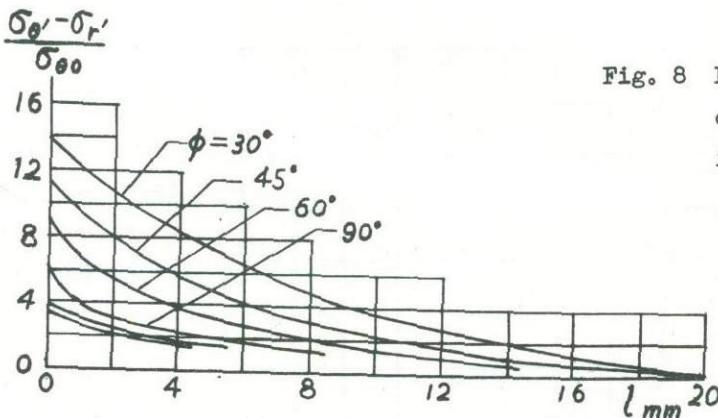


Fig. 8 Distributions of $\sigma_r - \sigma_z$ for various ϕ ($d/D = 1.0$).

stress concentration factor for normal intersection and equal branch and main cylinder diameter amounts to 6.2, and as ϕ decreases $(s.c.f.)_A$ for the acute edge increases noticeably and tends to infinity as $\phi \rightarrow 0$, while $(s.c.f.)_{A'}$ for the obtuse edge gradually goes down.

Relation between $(s.c.f.)_A = (s.c.f.)_{A'}$ and d/D for normal intersection and constant $T/D = t/d = 0.1$ are obtained as shown in Fig. 10.

As was expected, s.c.f. decreases with a gentle gradient with decreasing d/D and settles at a certain value probably 2.5 or there about for $d/D = 0$. This means that, from the standpoint of strength, the most important situation arises when $d/D = 1.0$.

Fig. 11 and Fig. 12 show the variation of the maximum circumferential

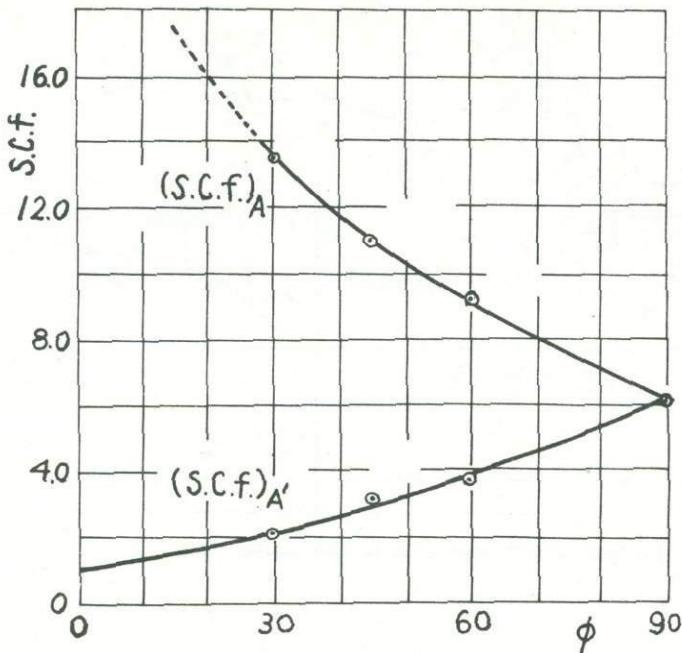


Fig. 9
Variations of
 $(s.c.f.)_A$ and
 $(s.c.f.)_{A'}$
with ϕ .

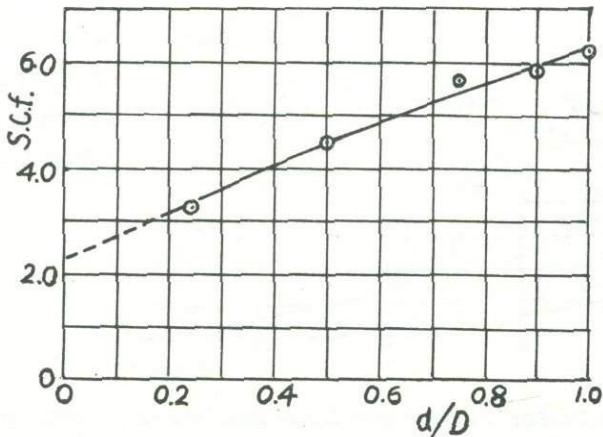


Fig. 10
Variation of
 $(s.c.f.)_A$
 $= (s.c.f.)_{A'}$
with d/D .

tial stress at the outside fillet point B with ϕ and d/D respectively.

Effect of the wall thickness T/D and t/d on the s.c.f. have been found to be comparatively small from the partial results obtained from another series of experiments being conducted.

5. Effect of Chamfering of the Edge as a Measure to Relieve Stress Concentration.

As the measures to lower the stress concentration, several proce-

Fig. 11 Variation of maximum circumferential stress at the outside fillet-point B with ϕ ($d/D = 1.0$).

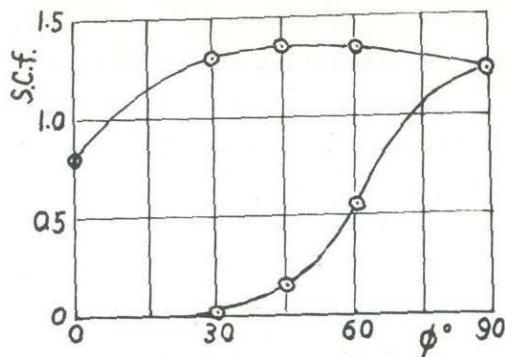
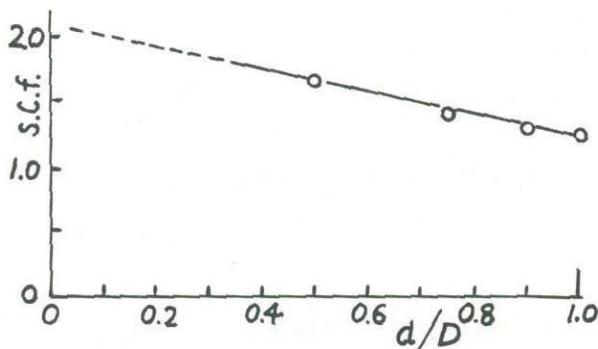


Fig. 12 Variation of maximum circumferential stress at the outside fillet-point B with d/D ($\phi \approx 90^\circ$).



dures including reinforcement by thickening wall and protruding branch cylinder end inside the main cylinder have been conventionally employed. Among these procedures, chamfering of the edge to form a flat top has been found to be remarkably effective for the simplicity and ease of forming from the experiments of Series III.

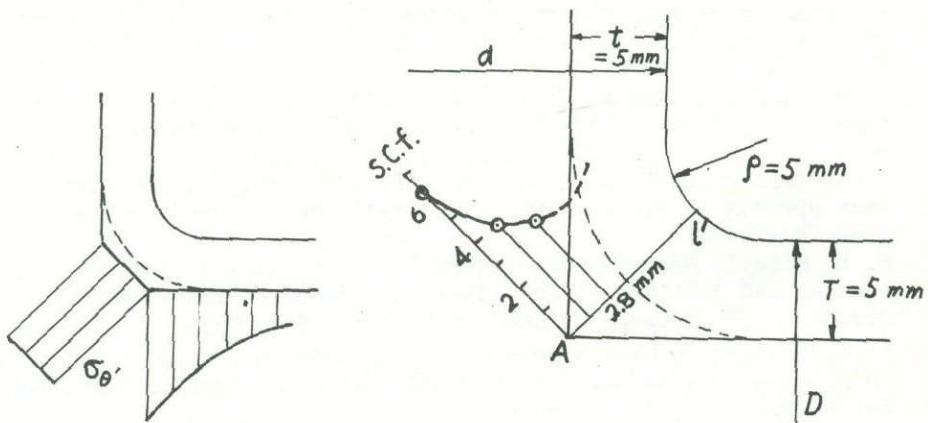


Fig. 13 Diagram showing the effect of chamfering edge.

Two experiments were made so far with the models of which configurations and s.c.f. are shown in Fig. 13. The results indicate that the s.c.f. decreases to 3.3 from 6.2 by chamfering 2.8 mm in height. The distribution of circumferential stress $\sigma_{\theta'}$ is found to be almost constant over the surface as shown in the same figure. The optimum degree of chamfering is not yet determined.

6. Summary

Stress freezing photoelastic experiments were carried out to determine the concentrated stress near the branch and main cylinder intersection subjected to internal pressure.

Principal interest was taken in the localized high stress induced along the edge line formed by the intersection of the two inside cylindrical surfaces.

(i) Variations of $(s.c.f.)_A$ and $(s.c.f.)_{A'}$ of acute and supplementary obtuse edge respectively with ϕ were determined for a constant $d/D = 1.0$ (Fig. 9)

(ii) Variation of $(s.c.f.)_A$ with d/D for a constant $\phi = 90^\circ$ was obtained. (Fig. 10)

(iii) It has been found that chamfering of the edge is effective to relieve the stress concentration.

References

1. S. S. Gill. The stress analysis of pressure vessels and pressure vessel components. London, Pergamon, 1970.
2. Y. Yamamoto et al. Theory of stress concentration at the normally intersecting cylindrical shell. Bulletin of J.S.M.E., 1969, 12 No. 49, 1.
3. J. W. Hansberry and N. Jones. A theoretical study of the elastic behavior of two normally intersecting cylindrical shells. T. ASME, J. ENG. Ind. 1969, 91 Ser. B, No. 3, 563 - 572.
4. C. E. Taylor and N. C. Lind. Photoelastic study of the stresses near opening in pressure vessels. Weld. Res. Counc. Bulletin, 1966, No. 113.
5. W. F. Riley. Experimental determination of stress distributions in thin walled cylindrical and spherical pressure vessels with circular nozzles. IIT. Reserch Inst. Rep. 1965, No. 6053.
6. A. C. Eringen et al: Stress concentrations in two intersecting cylindrical shells subject to internal pressure. General Tech. Corp. Report No. 3 9, Jan. 1967.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ТРУБ
С ПРИМЕНЕНИЕМ СОСТАВНЫХ МОДЕЛЕЙ

Л.И.Зайончик, Ю.М.Матвеев, В.В.Остряков, Ю.Д.Тряпицын,
В.И.Хохряков (Челябинск)

Точность аналитического решения задач обработки металлов давлением в основном зависит от правильного выбора достоверных граничных условий, которые в настоящее время могут быть получены только экспериментально.

Наряду с другими экспериментальными методами исследования характера распределения контактных напряжений в очаге деформации в процессах обработки металлов давлением, использующими различные по конструкции измерительные устройства, в последние годы широкое применение получил поляризационно-оптический метод.

Процессы трубопрокатного производства характеризуются объемным очагом деформации. Возможность применения плоских моделей для исследования этих процессов поэтому весьма ограничена.

Цель настоящей работы заключалась в создании комплексной методики исследования и проверки применимости ее к решению технологических задач определенного класса.

Для того, чтобы результаты исследования технологического процесса поляризационно-оптическим методом отражали истинную картину напряженно-деформированного состояния, необходимо при моделировании процесса добиться физического подобия, т.е. максимально-го приближения к реальным условиям. Подобие реальному технологическому процессу может быть достигнуто путем создания специализированного оборудования, представляющего собой вместе с тем действующую модель реального прокатного стана.

В лаборатории оптического метода исследования напряжений и деформаций УралНИТИ построены универсальный трубопрокатный (рис. I)

и волочильный станы со встроенным поляризационно-оптическими приборами. Станы позволяют осуществить основные процессы трубопрокатного производства: поперечную и поперечно-винтовую прокатку (прошивка, раскатка, обкатка), продольную прокатку труб на оправке и без оправки в калибрах различной формы с натяжением и без натяжения, периодическую пилигримовую прокатку и формовку трубной заготовки, волочение и прессование труб. На станах прокатывают

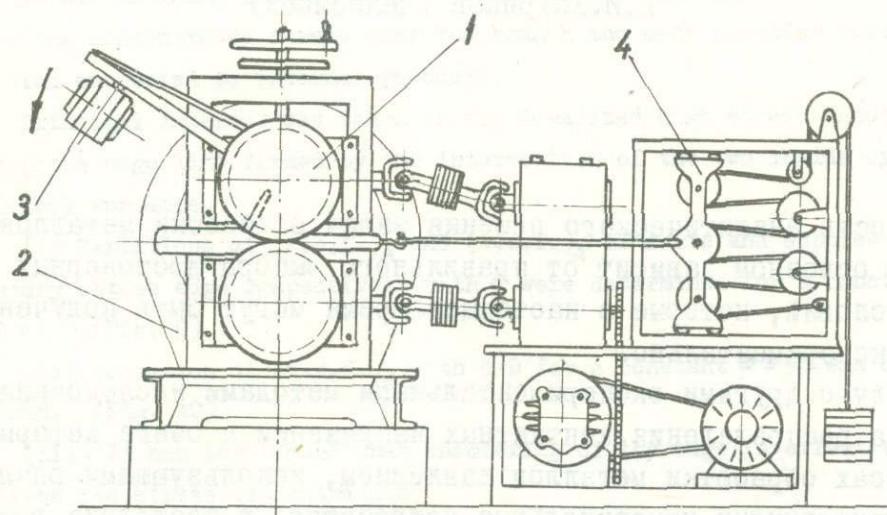


Рис. I. Лабораторный трубопрокатный стан:

- 1 - рабочая клеть;
- 2 - полярископ проходящего света;
- 3 - полярископ отраженного света;
- 4 - грузовой механизм натяжения

заготовки из свинца, свинцово-сурьмянистых сплавов, алюминия и мягкой стали.

Техническая характеристика трубопрокатного стана:

Мощность главного привода, квт	2,5
Диаметр рабочих валков, мм	100-200
Скорость прокатки, мм/сек	5-50
Усилие натяжения (подпора), кг	500
Сортамент прокатываемых труб, мм	
Наружный диаметр	15-60

Станы оснащены измерительной аппаратурой для фиксирования энергосиловых параметров процесса. Встроенные поляризационно-оптические приборы проходящего и отраженного света позволяют вести исследования напряженно-деформированного состояния металла и инструмента в динамике процесса прокатки с использованием кино- и фотоаппаратуры.

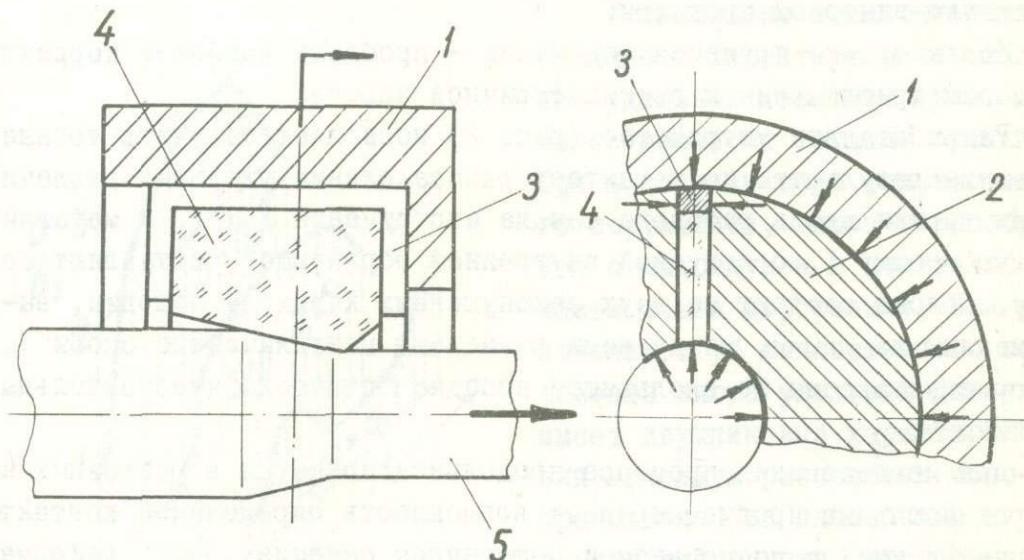


Рис. 2. Схема устройства волочильного инструмента с оптически чувствительными датчиками для измерения контактных напряжений

Основные особенности разработанной методики заключаются в том, что, благодаря специальной конструкции прокатного инструмента, оптически чувствительные датчики, расположенные в различных сечениях объемного очага деформации, работают в условиях плосконапряженного состояния. Это достигается тем, что датчики установлены по скользящей посадке в жесткие скобы. Наличие жестких скоб устраняет воздействие тангенциальных распирающих усилий и обеспечивает вставкам условие плоско-напряженного состояния. Это позволяет использовать для расшифровки напряжений обычные способы метода

Фотоупругости.

Устройство в сборе помещается в поле поляризационно-оптической установки проходящего или отраженного света. Оптический эффект в виде картины полос и изоклин, возникающий во вставках, фиксируется при помощи фото- и кинокамер в динамике процесса.

Описанная выше методика позволяет с достаточной степенью точности решить ряд задач теории и практики некоторых технологических процессов, например, волочения, продольной прокатки труб и поперечно-винтовой прокатки.

Исследование процесса волочения — проблема наиболее корректна в смысле приближения к осесимметричной задаче.

Разработанное устройство (рис. 2) позволяет получить точные и надежные результаты по характеру распределения удельных давлений и сил трения вдоль рабочего канала инструмента / 1 /. В металлическую обойму 1, с конусной внутренней образующей, вставляют волоку. Волока состоит из двух законченных к выходу половин, выполненных из ОНС-2, между ними размещают металлические скобы 3, в которые вставлены по скользящей посадке оптически чувствительные датчики 4.

Для исследования процесса продольной прокатки в разрезных калибрах методика предусматривает возможность определения контактных напряжений в продольном и поперечном сечениях очага деформации. Измерение напряжений в поперечном сечении осуществляется с помощью полярископа отраженного света, который при помощи кронштейна жестко связан с валком, вращается с ним, оставаясь фиксированным относительно датчика, установленного в меридиональном сечении валка / 2 /.

При поперечно-винтовой прокатке очаг деформации, образуемый рабочим и направляющим инструментом, имеет сложную форму. Методика исследования предусматривает возможность определения напряжений в продольном и поперечном сечениях очага деформации на контакте как с рабочим, так и с направляющим инструментом. Рабочие валки и линейки изготовлены из ОНС. Для фиксирования оптического эффекта во вставке-датчике, установленной в меридиональном сечении валка, часть бочки валка снимается. В поперечном сечении валка датчики установлены в пережиме, входном и выходном конусах.

В о л о ч е н и е т р у б

Исследовали влияние толщины стенки трубы на характер распределения контактных напряжений. Этот вопрос имеет большое практическое значение. Протягивали трубы из отожженного алюминия марки АДО диаметром 22 и толщиной стенки 1-5 мм / 1 /. Коэффициент вытяжки 1,31.

Полученные эпюры нормальных и касательных контактных напряжений проверяли на равновесие с тяговым усилием волочения. Погрешность измерения составляет 5-6%.

Установлено принципиальное отличие в характере распределения удельных давлений (рис. 3) в зависимости от толщины стенки. При волочении труб толстостенного сортамента, эпюра-горбообразная с максимумом в центральной части очага деформации. При волочении труб тонкостенного сортамента эпюра удельных давлений имеет двухпиковый характер. Первый максимум расположен непосредственно за плоскостью входа в очаг деформации, второй - вблизи цилиндрического калибрующего пояска. Такой характер эпюр объясняется спецификой деформации тонкостенных труб.

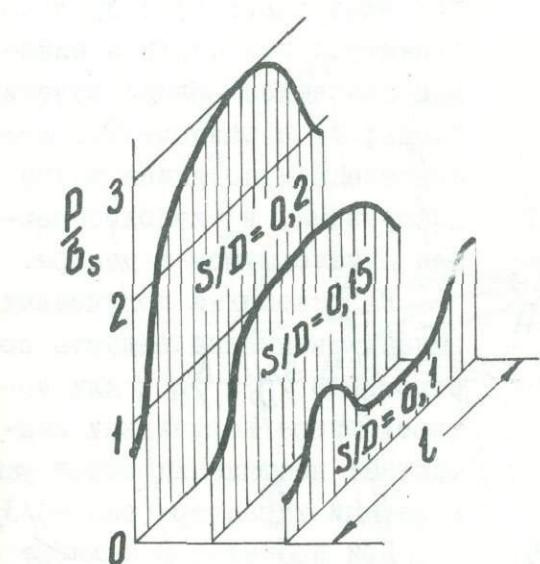


Рис. 3. Эпюры удельных давлений вдоль образующей волочильного кольца

совпадают с известными представлениями И.Л.Перлина, О.Павельского и О. Армстрофа.

Эпюры же удельных давлений при волочении труб, например, по И.Л.Перлину имеют прямолинейный характер и незначительно снижаются от входа в очаг деформации к выходу.

Результаты исследований позволили авторам предложить новую калибровку фильтры для волочения тонкостенных труб и разработать конструкцию волочильного инструмента.

Продольная прокатка труб

Разработанную методику использовали для определения оптимальной овальности калибра для редукционного стана.

Прокатывали трубы из свинцово-сурьмянистого сплава и алюминия. Исходный диаметр заготовки 30–46, толщина стенки 1,5–8 мм ($S/D = 0,05–0,02$). Обжатие по диаметру в вершине калибра 2–14 %. Овальность калибра варьировали в пределах $B/H = 1,03–1,15$.

Установлено, что по характеру распределения нормальных контактных напряжений в продольном сечении очага деформации имеется

три вида эпюра: а) с провалом в центральной части и пико-вым значением вблизи сечения входа; б) с равномерным распределением по длине очага деформации; в) куполообразная с максимумом в центре.

На основании полученных данных выявлена область соотношений S/D и B/H , для которой эпюра нормальных контактных напряжений имеет равномерный характер (рис. 4)/3/.

При прокатке в калиbre с равномерно распределенной эпюрой удельных давлений значительно снижается локальный износ калибра, повышается

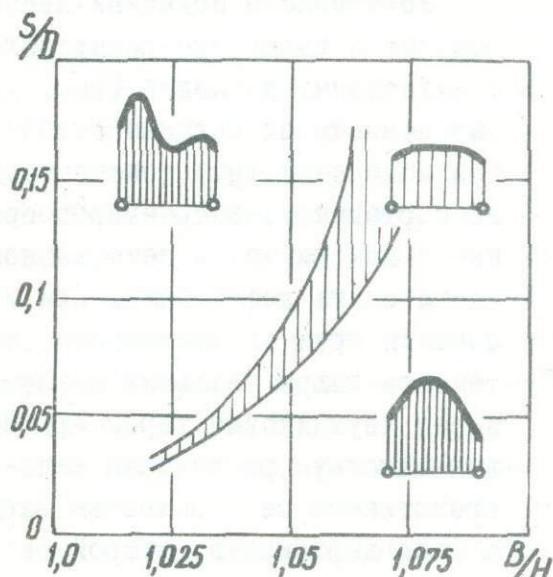


Рис. 4. Область оптимальной овальности калибра для стаков безоправочной прокатки труб

стойкость валков и снижается поперечная разностенность труб.

По диаграмме рис. 4 для каждого сортамента труб можно выбрать оптимальную степень овальности калибра.

Сопоставление полученных экспериментальных данных с данными производственных испытаний и с практикой трубопрокатных цехов позволили заключить, что на основании характера распределения контактных напряжений могут быть выбраны оптимальные режимы деформирования, обеспечивающие высокое качество продукции.

Поперечно-винтовая прокатка

Цель исследования заключалась в проверке некоторых теоретических предположений о характере распределения удельных давлений и о расположении зон скольжения металла на контактной поверхности с инструментом.

Методика предусматривала максимальное приближение к условиям реального процесса прошивки. В период неустановившегося процесса (первичный и вторичный захват, выход металла) с помощью вставки, установленной в меридиональном сечении валка, картина напряжен-

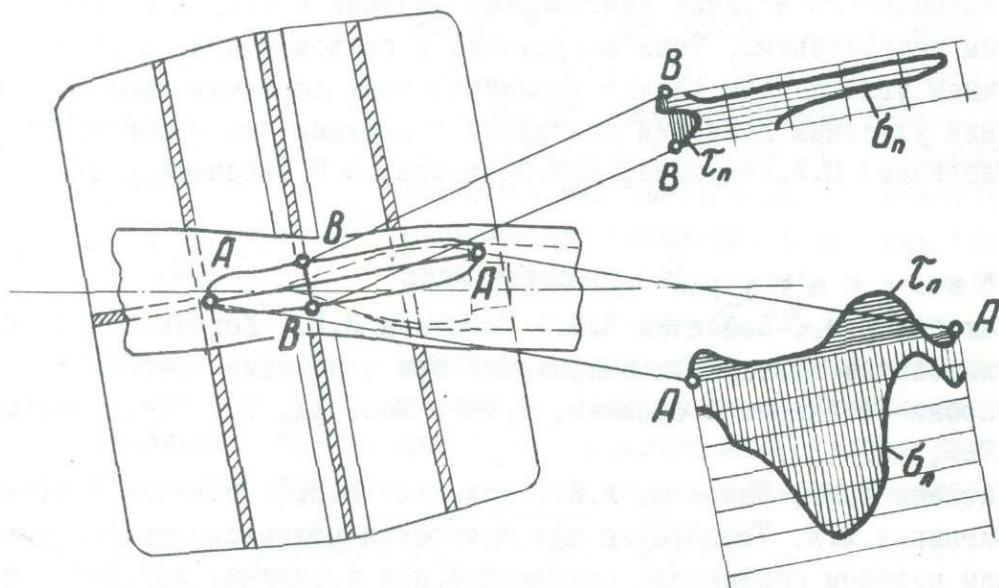


Рис. 5. Эпюры удельных давлений и сил трения
вдоль осевого и тангенциального сечений рабочего
валка при поперечно-винтовой прокатке

го состояния фиксируется через определенный промежуток, например, равный шагу подачи заготовки. На весь период неустановившегося процесса вдоль очага деформации получаем требуемое количество фиксируемых положений, в которых определена картина напряженного состояния на контакте металла с валком, с учетом условий деформации в каждом сечении.

Прокатывали заготовки из свинцово-сурьмянистого сплава диаметром 26 и длиной 60 мм. Рабочие валки бочкообразной формы с диаметром в сечении пережима 180 и длиной бочки 108 мм. Угол входного и выходного конусов соответственно 2 и 3°. Оправка-сферической формы. Направляющий инструмент - линейки. Обжатие в пережиме и перед носком оправки 10%. Коэффициент вытяжки 1,54, овализации - 1,09. Угол подачи валков - от 5 до 12,5°.

Данные о характере распределения удельных давлений и сил трения, действующих в осевом и тангенциальном направлениях (относительно валка), приведены на рис. 5 (угол подачи - 5°).

Установлено наличие нейтральных сечений в осевом и тангенциальном направлениях. Зона опережения в осевом направлении с увеличением угла подачи валков увеличивается. Характер эпюр распределения удельных давлений совпадает с данными экспериментальных исследований П.И.Полухина, И.Н.Потапова, В.Я.Осадчего и др.

Л и т е р а т у р а

1. Матвеев Ю.М., Зайончик Л.И., Остряков В.В., Хохряков В.И. Исследование контактных напряжений при волочении труб. В сб. "Произ-во сварн. и бесшовн. труб". Вып. XI. М., "Металлургия", 1969, 121-125.
2. Матвеев Ю.М., Зайончик Л.И., Хохряков В.И., Остряков В.В. и Ситников Л.Л. Устройство для измерения поляризационно-оптическим методом контактных напряжений при прокатке. Авт.свидетельство на изобретение № 285308. Бюл.изобр. и тов. знаков, 1970, № 33, 110.
3. Зайончик Л.И., Матвеев Ю.М., Блинов Ю.И., Хохряков В.И. Исследование нормальных контактных напряжений при редуцировании труб. В сб. "Произ-во сварн. и бесшовн. труб". Вып. XIII. М., "Металлургия", 1971, 96-97.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ ВДОЛЬ
КОНТУРОВ КРУГОВЫХ ВЫРЕЗОВ
Р.Д.Вагапов (Москва)

I. Для описания симметричного распределения указанных напряжений в окрестностях точки A , где $\sigma_\theta = \sigma_{max}$ (рис. I), предложена /I/ формула

$$\sigma_\theta = \sigma_{max} (1 - k\theta^2) , \quad k = \frac{1}{2\sigma_{max}} \left| \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=0}. \quad (I)$$

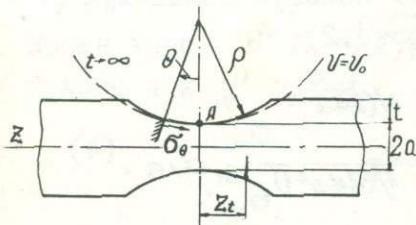


Рис. I

Знание σ_θ необходимо для вероятностной оценки сопротивления усталости в связи с изменчивостью прочностных свойств материалов /I, 2/. Неоднородность реального тела проявляется в рассеивании положения координат трещины усталости z_t так, что разрушающее напряжение $\sigma_\theta(z_t) \leq \sigma_{max}$, а опасное сечение $z=0$ – лишь наиболее вероятное место излома. Статистика

случайной величины z_t связана с распределением σ вдоль контура и изменчивостью прочностных свойств тела следующим образом /2/:

$$S(z_t) = A\rho \sqrt{W(\sigma)/[1 + 3W(\sigma)]}/\sqrt{k}. \quad (2)$$

$S(z_t)$ – среднеквадратичное отклонение от $z=0$ для представительной партии внешне идентичных образцов, $W(\sigma)$ – вариация случайных значений пределов усталости. Согласно (I) распределение пределов усталости для тела вращения будет /I/

$$P(\sigma_{max}) = 1 - \exp[2\pi a\rho(\sigma_{max} - \sigma)]^{(d_0+0.5)} / \sqrt{k\sigma_{max}}. \quad (3)$$

P – вероятность повреждения первой макротрещиной усталости при данной долговечности N ; C, d_0, σ – константы, определяющие изменчивость свойств поверхностного слоя тела. Применение (2) резко сокращает объем и длительность статистических испытаний на усталость, повышает их достоверность /2/.

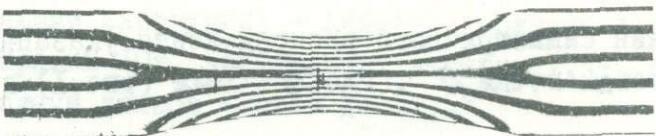


Рис.2

Из (3) получаем зависимость эффективных коэффициентов концентрации напряжений K_σ , определенных по параметру вероятности разрушения P . Если гладкий образец имеет пологую кольцевую выточку ($\rho_1 \gg a$, $t_1 \ll a$, $d_{\sigma 1} \approx 1$, рис.2), то

$$K_\sigma = \frac{1 + [-\ln(1-P) C \sqrt{k_1} / 2\pi a \rho_1]^{1/(2d_o+1)} \sigma}{1 + [-\ln(1-P) C \sqrt{k_2} / 2\pi a \rho_2]^{1/(2d_o+1)} \sigma} d_\sigma. \quad (4)$$

Здесь $m = -2d_o/(2d_o+1)$; d_σ - коэффициент концентрации упругих напряжений для образца с надрезом радиуса ρ_2 . При $P \rightarrow 0$ $K_\sigma \rightarrow d_\sigma$; при $P \neq 0$, например, для $P=0.5$ $K_\sigma = F(P)d_\sigma < d_\sigma$. Иначе неполная эффективность концентрации напряжений по "средним" пределам усталости ($P \approx 0.5$) и упругом распределении σ объясняется случайной неоднородностью тела /I/. Число примеров применения (I) можно умножить.

2. Формула (I) и значения k получены из разложения в ряд известных решений теории упругости /I/. При чистом изгибе неограниченной полосы с вырезами гиперболического профиля ($t \rightarrow \infty$) для напряжений $\sigma_u = \sigma_1$, действующих вдоль контура $U = U_0$ (рис.1), имеем /3/:

$$\sigma_u = -4A \sin 2U_0 / (\sin^2 u + \cos^2 U_0), \quad A = f(a/\rho), \quad (5)$$

u и U - параметры гиперболических координат, $Z = B \sin u \cos U$, $Y = B \sin u \sin U$, $B = a / \sin U_0$. В точке A $U = 0$, $\sin u = 0$ и

$$\sigma_{max} = -4A \sin 2U_0 / \cos^2 U_0. \quad (6)$$

Аппроксимируем контур гиперболы $v = v_0$ в окрестностях точки A окружностью радиуса ρ . Тогда $b_u \approx b_\theta$, $z = \rho \sin \theta$, $u = \operatorname{arcsinh} [\rho \sin \theta / b \cos v_0]$,

$$\kappa = \frac{1}{2b_{\max}} \frac{\partial^2 b_\theta}{\partial \theta^2} = \frac{1}{2b_{\max}} \frac{\partial^2 b_u}{\partial u^2} \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2.$$

Здесь учтено, что $\partial b_u / \partial u = 0$. Согласно (5) (6) имеем:

$$\kappa = \left| -\frac{1}{\cos^2 v_0} \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \operatorname{tg}^2 v_0 \right|. \quad (7)$$

Кроме того, $\cos v_0 = \sqrt{1/(a/\rho + 1)}$, $\operatorname{tg}^2 v_0 = a/\rho$ и для изгиба полосы при $t \rightarrow \infty$

$$\kappa = 1 + \rho/a. \quad (8)$$

Аналогично по /3/ получим для растяжения той же полосы при $t \rightarrow \infty$

$$\kappa = 1 + \rho/2a. \quad (9)$$

Проверка указанной аппроксимации и применимости (8) и (9) к выточкам произвольной глубины t выполнена фотоупругими измерениями при последовательном уменьшении глубины выточки модели. Установлена независимость κ от глубины выточки, постулировавшаяся ранее на основе принципа затухания /1/. Картина полос для одной из моделей с очень малой глубиной выреза $t \approx 0.03\rho$, нагруженной изгибающим моментом, дана на рис.2 ($\rho/a = 19.6$, $\kappa = 20.6$).

На рис.3 сплошная кривая I - расчетная зависимость b_θ/b_{\max} от угла θ для этой модели, при $t \rightarrow \infty$, пунктирная получена по (I) и $\kappa = 20.6$ для $t \rightarrow \infty$. Кривая 3 построена по формуле (I) для модели с $t = \rho = a$, нагруженной растяжением, причем $\kappa = 1.5$ вычислено опять для $t \rightarrow \infty$. Видно, что опытные точки, полученные на моделях с малой глубиной выреза t , ложатся на расчетные кривые для $t \rightarrow \infty$.

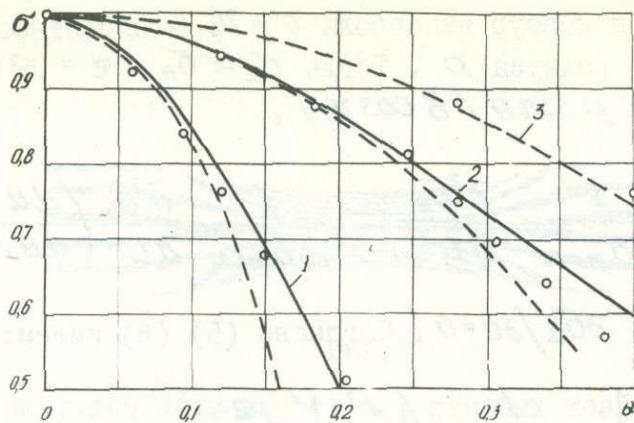


Рис.3

3. Аналогичное теоретическое и экспериментальное исследование выполнено для растяжения полосы конечной ширины с центральным отверстием (рис.4а) и для полуплоскости с отверстием у края (рис.4б).

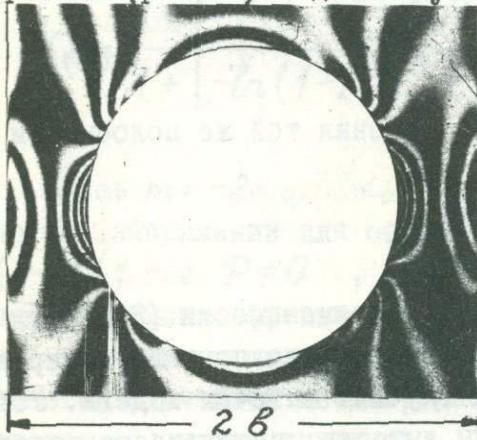


Рис.4а

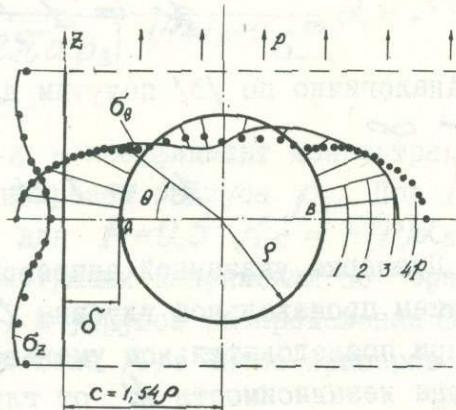


Рис.4б

Решения первой /4/ и второй /5/ задач даются в рядах, и из-за громоздкости полученных нами формул для χ их не приводим.

Для оценки напряженного состояния в окрестностях перемычки ξ введем для различных моделей и типов задач (рис.4 и 5) один и тот же характерный параметр ρ/a , где a - половина ширины этой перемычки. На рис.5а теоретические значения χ для полосы с центральным отверстием даны сплошной кривой 2 до $\rho/a=2$ (решение /4/ справедливо до $\lambda = \delta/\rho = 0.5$). Для $\rho/a=0$, т.е.

при $\delta \rightarrow \infty$ $k = 4/3$ /I/. Пунктирная линия 2 дает теоретические значения k для полуплоскости с отверстием у края. Эта линия продолжает сплошную. Вся линия 2 ложится между прямой 3 (растяжение полосы с симметричными вырезами) и прямой I (изгиб той же полосы) и приближается к I с увеличением ρ/a . Схема рис.5б поясняет это. С уменьшением перемычки $\delta = 2a$ возрастает неравномерность несимметричного распределения σ_z по сечению δ и относительно увеличивается главный момент внутренних сил.

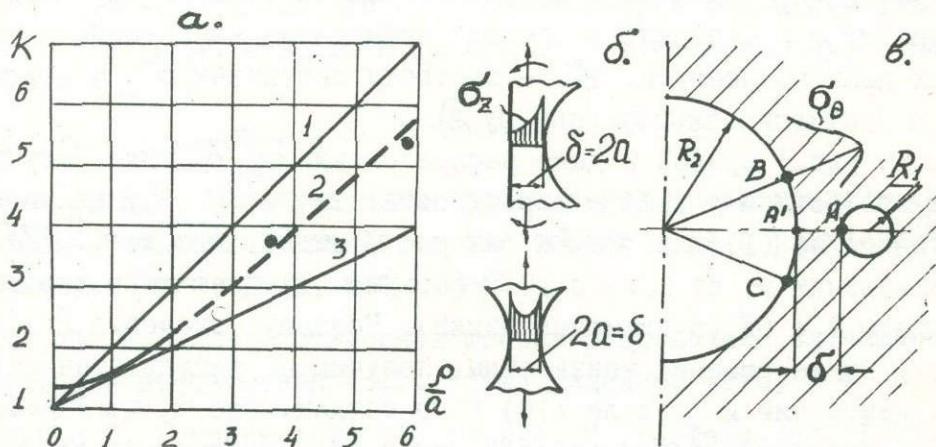


Рис.5

Эксперимент выполнен на моделях с центральным отверстием при $\lambda = 0.75$ ($\rho/a = 6$) и $\lambda = 0.65$ ($\rho/a = 3.7$), т.е. для случая, не имеющего пока решения (рис.4а). Опытные значения

$$k = (1 - \sigma_e / \sigma_{max}) / \theta^2 \quad (10)$$

совпадают с величиной k для полуплоскости с отверстием у края (точки на пунктирной линии 2, рис.5а). Совпадение распределений σ в окрестностях перемычки δ иллюстрирует рис.4б. Здесь кривые σ_e и σ_z — теоретические значения напряжений вдоль контура отверстия и края полуплоскости по /5/ для $\rho/a = 3.7$ ($c/\rho = 1.54$), точки — результат измерения на модели конечной ширины 2δ с центральным отверстием и с тем же ρ/a (рис.4а).

Для ясности картина полос на рис.2 и 4 дана для нагрузок меньших, чем те, по которым получены опытные точки на рис.3, 4б и 5.

Ранее автор показал, что для двух неравных близко расположенных отверстий (рис.5в) наибольший коэффициент концентрации α_{δ_1} на контуре малого отверстия ρ_1 определяется только относительной шириной перемычки δ/ρ_1 и не зависит от $\rho_2/6$. Совпадение не только α_{δ_1} , но и распределений σ и σ_z для рассмотренных выше задач при $\rho_2 \rightarrow \infty$ и с одним и тем же геометрическим параметром δ/ρ_1 указывает на универсальность этого параметра (кривизна $1/\rho_1$ определяет степень возмущения напряжений в окрестностях данного контура, δ - быстроту затухания σ в направлении к противоположному контуру 2).

4. На рис.3 кривой 2 дано распределение σ/σ_{max} для полуплоскости с отверстием у края в окрестностях точки A , пунктирной - подсчитанное по (I) для $k=3.6$. Из рис.3 видно, что до $\sigma \geq 0.7\sigma_{max}$ и при изменении k от 1,5 до 20,6 формула (I) дает погрешность не превышающую $5 \pm 6\%$ (пунктирные линии). Поэтому значения k в тех случаях, когда решения неизвестны, получим по результатам фотоупругих измерений и формуле (IO) и по точкам, где $\sigma \geq 0.7\sigma_{max}$.

Фотоупругие измерения выявили также особенности расположения точек σ_{max} для двух неравных отверстий (рис.5в). Если одно из них очень мало, то на контуре большого в точке A' имеет место разгрузка, но появляются два максимума σ в точках B и C (качественно результат получен методом наложения /6/ по аналогии с /5/, когда $\rho_2 \rightarrow \infty$). Вероятность усталостного повреждения при наличии нескольких максимумов σ будет:

$$P = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2) \dots (1 - P_i) \dots , \quad (II)$$

где: P_i - вероятность повреждения, вычисленная по формуле, аналогичной (3) для точки i , имеющей $(\sigma_{max})_i$ и k_i . Следовательно, настоящие результаты совместно с оценкой α_{δ_1} методом наложения /6/ дают возможность построить функции распределения пределов усталости при взаимном влиянии вырезов и оценить вероятность повреждения на каждом из контуров.

Для несимметричного распределения σ , например, вдоль кон-

тура галтели возможна аппроксимация по формуле:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{max} (1 - k_1 \theta^2 + k_2 \theta^3). \quad (12)$$

При вычислении вероятности повреждения P для пластины с вырезами надо учесть и распределение σ_{θ} по поверхности пластины в окрестности контура выреза.

Таким образом, использование методов фотоупругости позволяет получить информацию для вероятностной оценки сопротивления усталости, по крайней мере до $\sigma_{max} \leq \sigma_r$, т.е. при $N > 10^5$ циклов.

Л и т е р а т у р а

1. Вагапов Р.Д. Преобразование рассеивания характеристик усталостной прочности (статистическая теория и ее ограничения). Машиноведение, 1965, № 4, 78-90.
2. Вагапов Р.Д. Статистическая теория рассеивания случайной координаты повреждения тела. Машиноведение, 1970, № 4, 63-74.
3. Нейбер Г. Концентрация напряжений. М., Гостехиздат, 1947.
4. Howland R.C. On the stresses in the neighbourhood of circular hole in a strip under tension. Trans. Roy. Soc., London, 1930, Ser.A, 220, 49-58.
5. Mindlin R.D. Stress distribution around a hole near the edge of a plate under tension. Proc. Soc. Exp. Stress Anal., 1948, 5, 58-68.
6. Вагапов Р.Д. и др. Упругая концентрация напряжений при взаимном влиянии вырезов и отверстий. Сб. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений. Л., ЛГУ, 1960.

ИЗМЕРЕНИЕ НАИБОЛЬШИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛАСТИНАХ
С ОТВЕРСТИЯМИ, ИМЕЮЩИМИ ОСТРЫЕ КРОМКИ

Н.И.Пригородовский, И.А.Разумовский (Москва)

Для определения поляризационно-оптическим методом напряжений в отверстиях, имеющих острые кромки (конические, косые отверстия), обычно применяют метод "замораживания". При этом наибольшие тангенциальные напряжения у острой кромки определяются путем экстраполяции на нее эпюры тангенциальных напряжений на наклонной поверхности отверстия, построенной по результатам измерений в субсрезах, вырезанных по нормали к образующей отверстия и просвечиваемых в ее направлении. Такой способ измерений является более точным, чем наклонное просвечивание среза, вырезанного из плоскости симметрии модели /1/.

Для определения наибольших напряжений лучше производить просвечивание по нормали к плоскости пластин, которая в зоне отверстия имеет переменную толщину t . Строят эпюру порядков полос t вдоль прямой Π , нормальной к линии острой кромки отверстия и по ней получают кривую изменения вдоль линии Π средних по толщине величин разностей квазиглавых напряжений:

$$(G' - G'')_{cp} = \frac{t G''_{cp}}{t} = \frac{\int_0^t (G' - G'')_{cp} dz}{t} .$$

Полученная путем экстраполяции на острую кромку отверстия величина ($G' - G''$) ср. представляет собой искомое тангенциальное напряжение на кромке отверстия

$$G_o = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\int_0^t (G' - G'') dz}{t} .$$

Этот метод позволяет определить концентрацию напряжений в пластинах с острыми кромками без "замораживания".

Проверка точности и использование метода были выполнены на моделях пластин, равномерно растягиваемых по всем направлениям и в одном направлении и имеющих конические отверстия с различным уг-

лом наклона образующей.

Равномерное растяжение во всех направлениях пластин с коническим отверстием (рис. I), которые были применены для проверки

точности метода, осуществлялось для простоты путем "размораживания" приклеенного к модели кольца из того же материала, вырезанного из "замороженного" при равномерном радиальном скатии диска. Измерение расстояний между полосами интерференции, полученными при прямом просвечивании

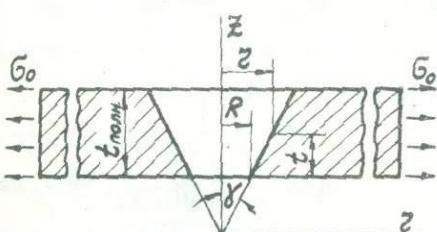


Рис. I

модели, проводилось по фотопластинкам на инструментальном микроскопе с ценой деления 1 мк. Полученные эпюры τ и соответствующие им кривые ($G'-G''$)ср. сопоставлялись с результатами полученного нами расчетного решения рассматриваемой задачи, которое представляет собой точное решение объемной задачи для пластины с отверстием в форме поверхности вращения, мало отличающейся от заданной. Для равномерного растяжения пластины с коническим отверстием это решение следующее:

$$G_z = G_0 \left(1 + \frac{\xi_0}{\rho^2} + \frac{\chi_0 \zeta}{\rho^2} \right); \quad G_\theta = G_0 \left(1 - \frac{\xi_0}{\rho^2} - \frac{\chi_0 \zeta}{\rho^2} \right);$$

$$G_z = T_{zz} = 0,$$

$$\text{где: } \xi_0 = \frac{\delta(1+\delta)^2}{\delta^3} [(2+\delta)\ell n(1+\delta) - 2\delta];$$

$$\chi_0 = \frac{2(1+\delta)}{\delta^2} [3\delta(2+\delta) - 2(3+3\delta+\delta^2)\ell n(1+\delta)];$$

$$\delta = \frac{t_{\text{полн.}} \cdot t g \gamma}{R}; \quad \rho = \frac{z}{R}; \quad \zeta = \frac{z}{t_{\text{полн.}}}.$$

Погрешность расчетного решения для приводимого ниже случая ($t_{\text{полн.}} = 10$ мм, $R = 10$ мм, $\gamma = 60^\circ$) не превышает 3%. По приведенным выше формулам имеем:

$$\left. \begin{aligned} m &= -\frac{G_0 \cdot t_{\text{полн.}}}{G_0'''} \cdot \frac{\rho-1}{\rho^2 \delta} [2\xi_0 + \chi_0(\rho+1)] \\ (G'-G'')_{\text{ср.}} &= -\frac{G_0}{\rho^2} [2\xi_0 + \chi_0(\rho+1)] \end{aligned} \right\} \text{(при } 1 \leq \rho \leq 1+\delta\text{)},$$

$$m = -\frac{G_0 \cdot t_{\text{полн.}}}{G_0^{(1,0)}} \cdot \frac{1}{\rho^2} [2\xi_0 + \chi_0(2+\delta)] \quad (при \rho \geq 1+\delta)$$

$$(G'-G'')_{cp} = -\frac{G_0}{\rho^2} [2\xi_0 + \chi_0(2+\delta)]$$

При вычислении зависимостей m и $(G'-G'')$ _{ср.} параметр δ принимался для формы модели при нагрузке.

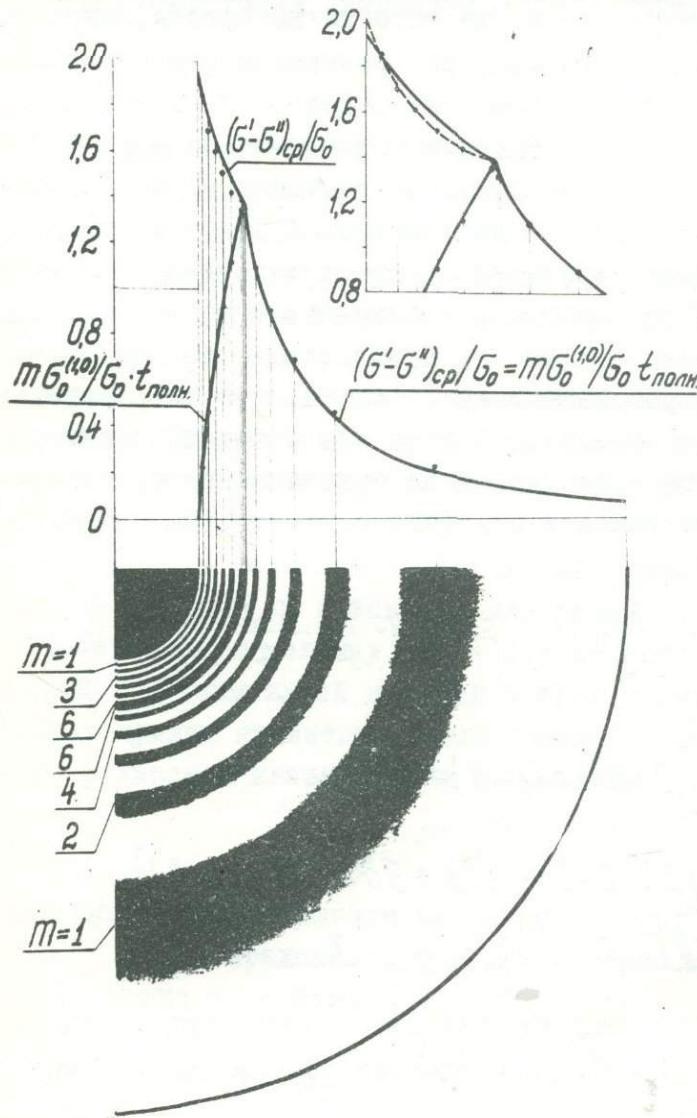
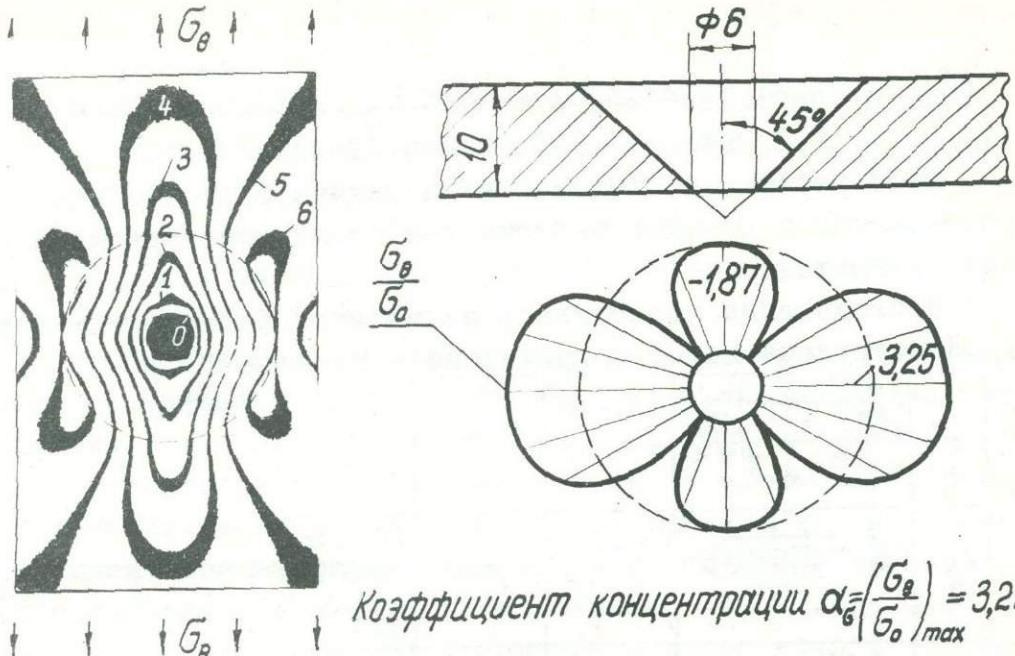


Рис. 2

свечиванием растянутой в одном направлении конической отверстием и эпюра распределения тангенциальных напря-

Полученные для случая $t_{\text{полн.}} = 10$ мм, $R = 10$ мм, $\delta = 60^\circ$ результаты представлены на рис. 2. Графики m и $(G'-G'')$ _{ср.} представляют собой результаты теоретического решения, точки — экспериментальные данные. Наибольшая разница результатов расчета и эксперимента в проведенных исследованиях менее 3%, причем характер отклонений результатов таков, что их можно отнести к погрешности метода расчета.

По изложенной методике проведено исследование концентрации напряжений в пластинках с коническим отверстием, растягиваемых в одном направлении. Пример картины полос, полученной при нормальном про-



$$\text{Коэффициент концентрации } \alpha_G \left(\frac{G_\theta}{G_0} \right)_{\max} = 3,25$$

Рис. 3

жений по контуру отверстия для случая $t_{nom}=10$ мм, $R=3$ мм, $\gamma=45^\circ$ представлены на рис. 3.

Л и т е р а т у р а

I. McKenzie H.W., White D.I. Stress concentration caused by an oblique round hole in a flat plate under uniaxial tension. J. of Strain Analysis, 1969, 3, N 4, 325-326.

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗВЕНЬЯХ ГУСЕНИЧНЫХ ЦЕПЕЙ

Д. С. Сафаров, И. Я. Гришин /Москва/

Цель работы - исследование напряженного состояния звеньев гусеничных цепей в зависимости от их конструкции и условий нагружения.

Исследования проводились на плоских фотоупругих моделях. Конструкция моделей приведена в таблице 1.

1		1. phi_1 = 90° 2. phi_2 = 135° R_1 = R_2 = 2	
2		1. phi_1 = 90° 2. phi_2 = 135° R_1 = R_2 = 2	изгото- блена из предыду- щего
3		1. без паза 2. R_1 = 60° 3. R_2 = 90° 4. R_3 = 135° 5. R_4 = 180° R = 5 R = Q6; 20; 50 R = 2,0 R = Q6; 20; 50	
4		Для стороны без выступа phi_1 = 90° R = 2	Осталь- ные раз- меры см. графу 3.

Таблица 1

Модели, как следует из табл. 1, изготовлены с сегментными пазами под вставки, которые в реальном звене используются с целью повышения его износостойкости. Размеры вставки в экспериментах были подобраны так, чтобы она свободно устанавливалась в пазу модели. Таким образом, пренебрегали остаточными напряжениями, которые могут иметь место в реальных звеньях от запрессованных или залитых вставок.

Рассматривались случаи нагружения: а/ соосное растяжение модели; б/ растяжение совместно с вертикальным усилием от катка /см. рис. 2/, причем угол между направлениями усилий, приложенных к проушинам, изменяется от 7,5° до 45°. Случай "б" рассматривался лишь при нагружении модели №3 /звено гусеничной цепи/.

Коэффициент концентрации напряжений определялся по формулам:

$$K_1 = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{\sigma_{\max} \sigma_0^{(t)}}{T/F_{\text{ усл}}}, \quad K_2 = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{\sigma_{\max} \sigma_0^{(t)}}{T/F_{\text{ действ.}}},$$

где: K_1, K_2 - условный и действительный коэффициенты концентрации напряжений; $n_{max}^{(t)}$ - максимальное количество полос на исследуемом контуре; σ_0 - оптическая постоянная модели; T - приложенная растягивающая нагрузка; F_{usl} - площадь сечения по диаметру отверстия проушины, нормального к растягивающей нагрузке /без учета выступа/, приложенной под 0° ; F_{deyst} - площадь действительного минимального сечения, проходящего через углы паза.

Чтобы оценить влияние конструкции звена на его напряженное состояние, модели исследовались в последовательности, приведенной в табл. 1. Проведенные исследования выявили следующие закономерности. При нагружении по схеме "а" в результате возникновения внецентренного растяжения максимальный коэффициент концентрации напряжений в проушинах моделей №2-4 оказывается в 1,4-1,5 раза больше, чем у модели №1. Наличие выступа не приводит к изменению напряженного состояния проушины модели.

Коэффициенты концентрации напряжений в углах паза модели возрастают с увеличением угла охвата φ паза. В случае растяжения при угле охвата 180° действительный коэффициент концентрации возрастает в 1,46 - 2,2 раза, а условный в 2,1 - 3,2 раза, если принять коэффициент при угле 60° равным 1 /см. рис. 1а/

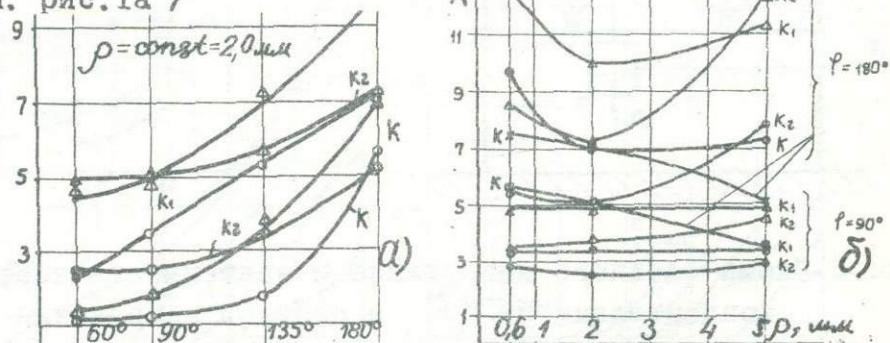


Рис. 1. Зависимость концентрации напряжений от конструктивных факторов:
○ - со стороны выступов; Δ - со стороны тела пластины.

На рис. 1, б представлены кривые изменения коэффициента концентрации напряжений в углах пазов в зависимости от

радиуса закругления угла паза ρ для двух значений углов охвата. Как следует из рис.1,а, минимально допустимым значением радиуса в углах пазов для исследованных случаев является 2,0мм. Буквой "К" на рис.1 обозначены значения условного коэффициента концентрации напряжений в углах пазов только от действия одной вертикальной нагрузки, создаваемой катком /см.рис.2/.

На рис.2 представлены результаты исследования концентрации напряжений в модели РЗ, как без вставки, так и со вставкой в условиях сложного нагружения. Как следует из кривых, с увеличением угла γ коэффициент концентрации уменьшается как в моделях со вставками /угол охвата $=180^\circ$ /, так и в моделях без вставок. Причем относительные напряжения при $f = \frac{P}{T} = 0,5$ значительно ниже, чем при $f = 1,5$, что является следствием влияния вертикальной нагрузки.

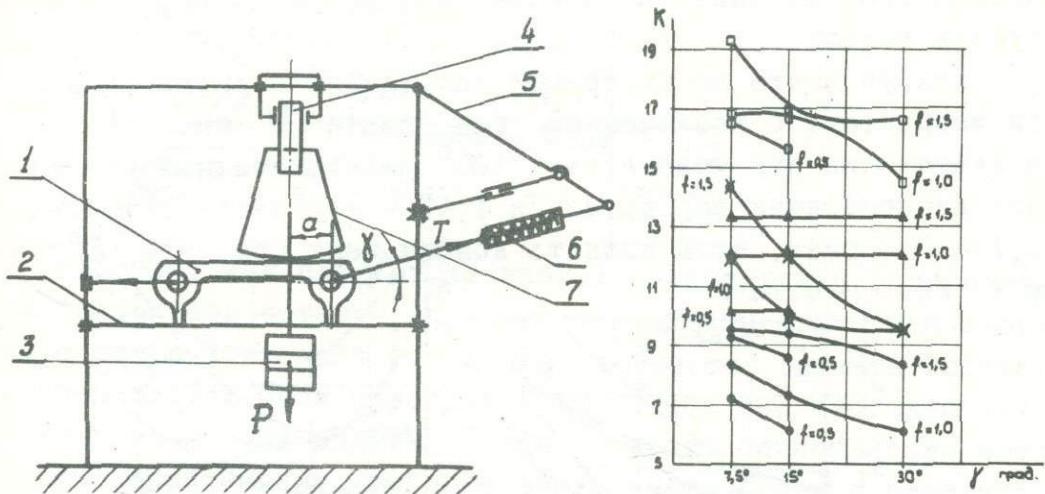


Рис.2 Схема сложного нагружения и зависимость коэффициента концентрации от γ в сложном нагружении

▲ - без вставки со стороны тела пластины; ● - без вставки со стороны выступов; □ - в углах пазов со вставкой /угол охвата- 180° , радиусы пазов-2мм/ со стороны тела пластины; ✕ - в углах пазов со стороны выступов.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИН-ПОЛОС, ОСЛАБЛЕННЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ ОТВЕРСТИЯМИ, РАСПОЛОЖЕННЫМИ ПО ВЕРШИНАМ ТРЕУГОЛЬНИКА И КВАДРАТА

В.Д.Будак, Н.Г.Гринич, В.П.Сынко (Николаев)

Для проведения эксперимента пластинки изготавливались из эпоксидной смолы ЭД-5 по технологии /2/. Эксперимент выполнен на установке КСП-7. В качестве коэффициента концентрации напряжений взято выражение $K = \frac{\sigma_0}{\sigma_\infty}$, т.е. отношение окружного напряжения к напряжению на бесконечности. Исследования проводились для эллиптических отверстий, расположенных в вершинах равнобедренного треугольника и квадрата. В данной работе представлены лишь результаты, когда пластина ослаблена четырьмя эллиптическими отверстиями, расположенными в вершинах квадрата, геометрические размеры которых выбраны так, что отношение $\frac{a}{c}$ изменялось от 0,15 до 0,7 (рис. Ia, б).

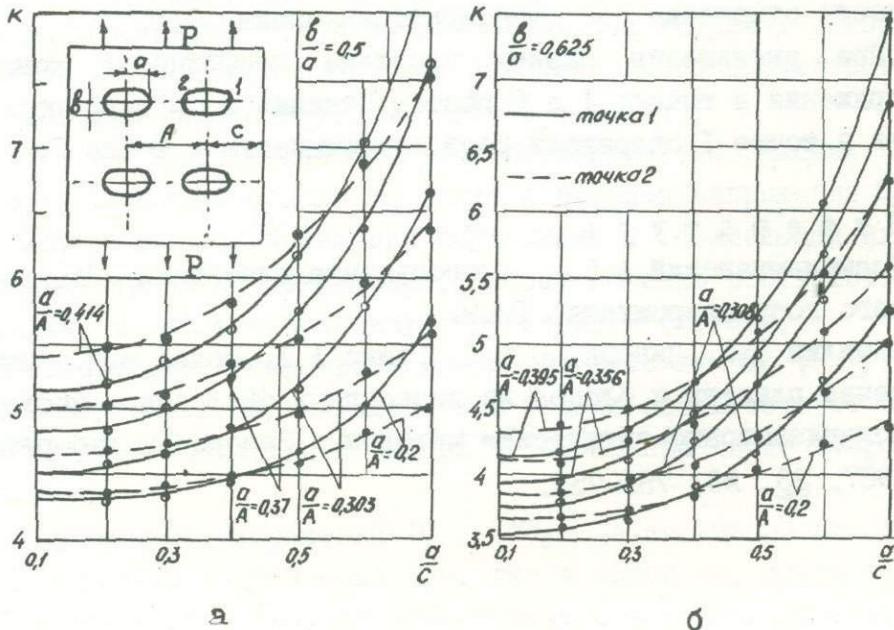


Рис. I

Это дало возможность исследовать влияние края пластиинки на коэффициент концентрации от параметров эллипсов $\frac{b}{a} = 0,5, 0,625, 0,752$ и их взаимного расположения $\frac{q}{A} = 0,2, 0,3, 0,35, 0,4$ (рис. I, 2).

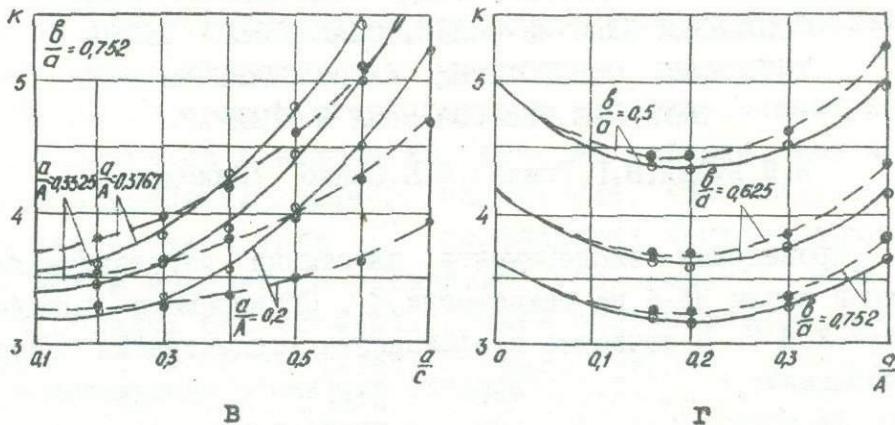


Рис. 2

Данные эксперимента позволяют сделать выводы:

I. Минимальное значение коэффициента концентрации напряжения при взаимном влиянии четырёх эллипсов с постоянным $\frac{b}{a}$ достигает тогда, когда отношение $\frac{q}{A}$ достигает значения 0,2.

2. При уменьшении ширины пластиинки коэффициент концентрации напряжения в точках 1 и 2 растёт. Начиная с $\frac{q}{C} = 0,45$ рост коэффициента в точке 1 опережает рост коэффициента в точке 2.

Л и т е р а т у р а

1. Космодамианский А.С. Многосвязные пластиинки .Изд-во Донецкого госуниверситета, 1969.
2. Точилин Э.Л., Пивоваров В.П., Гашко А.Л., Манза В.П. Изготовление пластиин и блоков из эпоксидных смол для исследований поляризационно-оптическим методом . Заводская лаборатория , 1967, №6, 753-755.

ИЗУЧЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СВАРНОГО РОТОРА ТУРБИНЫ

И.П.Васильченко, В.И.Савченко (Киев)

Реальный ротор состоит из отдельных частей, соединенных сваркой и представляет собой тело вращения весьма сложной конфигурации. (Рис. I). При изготовлении модели сварка заменялась склейкой по специально разработанной методике /I/, при этом сохранено подобие формы сварных швов. Для учета центробежной силы лопаток диск имел дополнительный обод, перфорированный радиальными пазами до глубины, соответствующего дну лопаточного паза.

Модель была выполнена в масштабе 1:13 и отражала целиком всю проточную часть ротора К-500-65. Продольный размер модели составил 423 мм, а максимальный диаметр равнялся 120 мм. Замораживание проводилось в специально созданной разгонной установке, позволяющей моделировать действительные центробежные силы натурной конструкции. Определение всех четырех компонент тензора напряжений σ_r , σ_θ , σ_z , τ_{rz} в замороженной модели осуществлялось путем интегрирования уравнений равновесия осесимметричной задачи теории упругости с использованием данных фотоупругого анализа одного продольного и последовательного ряда поперечных срезов модели.

На рисунке представлены графики радиальных напряжений σ_r во внутренних сечениях модели, а также контурные напряжения σ_s . Результаты эксперимента обозначены кружочками с соединяющей их линией. Пунктирные стрелочки показывают, какому сечению соответствует данная кривая, а число – величину напряжений в $(\text{кг}/\text{см}^2)$.

В среднем, в центре всех дисков напряжения σ_r , σ_θ не превышают $3 \text{ кг}/\text{см}^2$. Этим напряжениям в модели соответствуют напряжения $2760 \text{ кг}/\text{см}^2$ в натурном роторе К-500-65 при числе оборотов 3000 об/мин.

Распределение напряжений σ_r , σ_θ в срединной плоскости всех трех дисков модели показало, что в основном, диски выполнены с одинаковой прочностью, за исключением зон с резкими изменениями формы (переход от дисков к барабану). В этих местах возникают напряжения, превышающие в 1,5–2 раза напряжения на оси дисков.

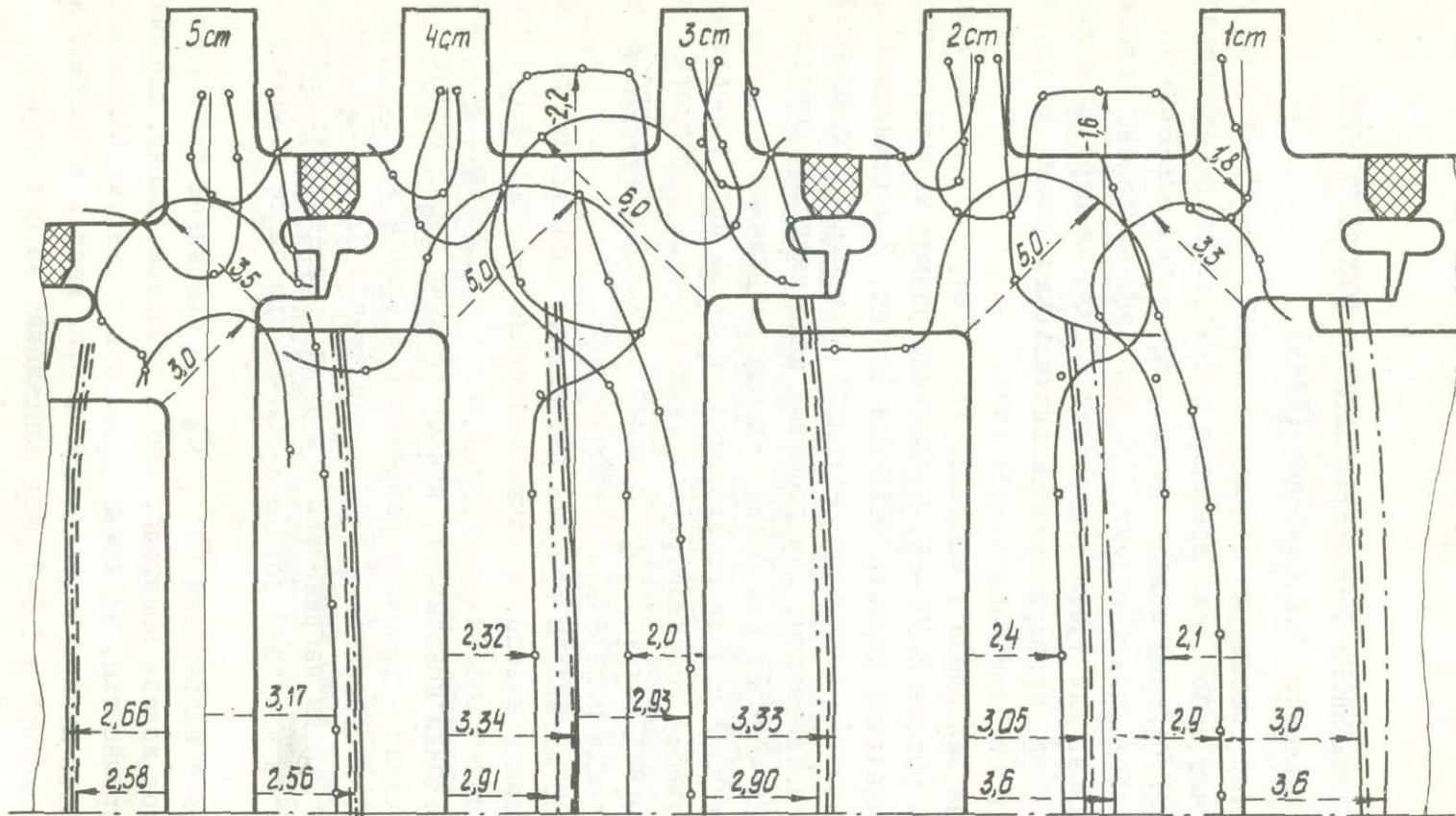


Рис. I. Напряжения σ_h ($\text{кг}/\text{см}^2$) и контурные σ_θ ($\text{кг}/\text{см}^2$).

— без учета деф.сдвига
--- с учетом деф.сдвига

— — без учета сил взаимодействия
○ эксперимент

В местах сварных швов не наблюдается концентрация напряжений. Зоны, находящиеся ниже сварных швов, а также окрестности выточки почти не напряжены. Однако, когда склейка модели проводится по всей толщине оболочки, не включая горизонтальную выточку, в зоне шва напряжения резко возрастают.

Экспериментальные данные сопоставлены с результатами аналитического расчета конструкции. Расчет основан на методах строительной механики /2/, использующих техническую теорию вращающихся толстых пластин (дисков) и цилиндрических оболочек. Напряжения вычислены с учетом сил взаимодействия и деформаций сдвига в оболочках и без учета деформаций сдвига, а также без учета сил взаимодействия между рассматриваемыми частями ротора.

Отличие напряжений на поверхностях дисков от экспериментальных не превышает 15%, за исключением зон концентрации. В этих же пределах находятся и результаты в местах сопряжения дисков с оболочками.

Таким образом, разработана методика исследований моделей сварных конструкций сложной формы поляризационно-оптическим методом.

Изучены распределения напряжений по всему объему ротора, а также в местах резкого изменения формы конструкции.

Сопоставление результатов эксперимента и расчета подтверждает удачный выбор расчетной схемы. Концентрация напряжений может быть определена только экспериментально.

Л и т е р а т у р а

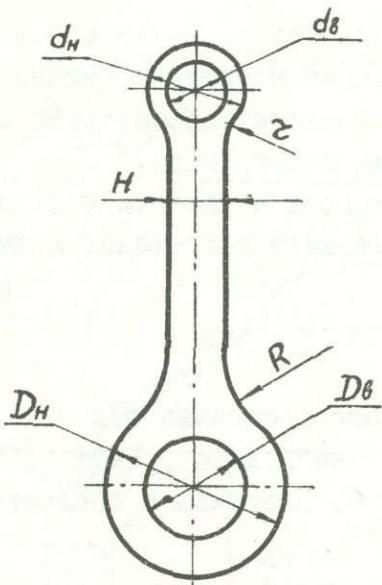
1. Васильченко И.П. Анализ напряженного состояния тел вращения методом фотоупругости. Автореферат канд.дисс., Киев, 1970.
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки, М., 1963.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ШАТУНЕ ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

И.И. Бургсдорф (Владимир)

Для исследования были изготовлены модели шатуна из оптически чувствительного материала, состоящие из двух проушин, имитирующих головки шатуна, и соединяющего их стержня постоянной ширины (см.рис.). Конфигурация модели предусматривала возможность исследования геометрических параметров и влияние их изменения на ее напряженное состояние. Модель имела постоянное сечение, в плоскости перпендикулярной исследуемой.

Определение напряжений в модели проводилось при осевой нагрузке по порядковому номеру "М" полос интерференции. Были приняты нагрузки: сжимающие - 180 кг, растягивающие - 60 и 80 кг. Приложение сжимающих усилий в модели шатуна создает напряжения по контуру, распределяющиеся неравномерно: максимальные напряжения сжатия имеют место в зоне контакта внутренней втулки (вкладыша) с расточкой в головках по вертикальной оси шатуна ($M_{max} = 7$). По уровню напряжений затем следует стержень шатуна и радиусы перехода стержня в головку. Приложение растягивающего усилия вызывает максимальные напряжения в горизонтальном осевом сечении проушин по внутреннему контуру головок ($M_{max} = 8$).



такта внутренней втулки (вкладыша) с расточкой в головках по вертикальной оси шатуна ($M_{max} = 7$). По уровню напряжений затем следует стержень шатуна и радиусы перехода стержня в головку. Приложение растягивающего усилия вызывает максимальные напряжения в горизонтальном осевом сечении проушин по внутреннему контуру головок ($M_{max} = 8$).

1) Влияние соотношения внутреннего и наружного диаметров проруши верхней и нижней головок было исследовано на моделях с постоянными параметрами: $d_H = 60$ мм, $D_H = 120$ мм, $H = 60$ мм, $R = 120$ мм и $\zeta = \infty$ и переменными внутренними диаметрами d_B и D_B , при которых $\frac{d_H}{d_B} = 1,3; 1,5; 1,7; 2$ и $\frac{D_H}{D_B} = 1,3; 1,5; 1,7; 2$. Наиболее рациональным для группы шатунов с указанными геометрическими параметрами является соотношение $\frac{d_H}{d_B} = 1,5$ и $\frac{D_H}{D_B} = 1,7$. На величину напряжений превалирующее влияние при растяжении оказывает кривизна поверхности, а не ширина проушины, чем объясняется падение максимальных напряжений при увеличении внутренних диаметров проруши, особенно малой проушины до $d_B = 35$ мм (при растяжении $M_{\text{max}} = -4$).

2) Влияние радиусов перехода стержня шатуна в верхнюю и нижнюю головки было определено при $d_H = 60$ мм, $d_B = 40$ мм, $D_H = 120$ мм, $D_B = 70$ мм, $H = 50$ мм. Радиусы переходов головок в стержень R и ζ изменились от 120 до 2 мм. Напряжения в зонах радиусов перехода головок в стержень, при уменьшении радиусов до 20 мм изменяется незначительно. Дальнейшее уменьшение радиусов перехода приводят к интенсивному росту напряжений в зонах перехода головок в стержень. При сжатии напряжения в галтелих при R и ζ меньше 20 мм превышают напряжения в зоне контакта.

3) Влияние ширины стержня на напряженное состояние шатуна было исследовано при $d_H = 60$ мм, $d_B = 40$ мм, $D_H = 120$ мм, $D_B = 70$ мм, $R = 120$ мм, $\zeta = 120$ мм. Ширина стержня изменялась от 50 мм до 20 мм. Изменение ширины стержня модели шатуна влияет на напряжения в зоне радиуса перехода только при приложении сжимающих усилий. Уменьшение ширины стержня вызывает рост напряжений в зоне радиусов перехода: при отношении $\frac{D_B}{H}$ и $\frac{d_B}{H}$ около 2, напряжения в зонах радиусов достигают величины напряжений, имеющих место в зонах контакта на внутреннем контуре.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СТВОЛАХ СПОРТИВНО-ОХОТНИЧЬЕГО ОРУЖИЯ

В.И.Семенов, Г.Н.Карсеева (Тула)

Для исследования напряжений в стволе применен поляризационно-оптический метод с использованием плоских моделей сечения ствола. Основной нагрузкой для стволов спортивных и охотничьих ружей является давление пороховых газов, действующих в радиальном направлении. Осевые нагрузки практически отсутствуют.

Исследовались несколько моделей для различных сечений стволов с выступами. Нагружение модели производилось в специальном приспособлении. Модели изготавливались из пластика толщиной 6,6 мм, оптически активного материала ЭД-6М и просвечивались на большой поляризационной установке конструкции БПУ ИМАШ КБ-2. На рис. I показаны чертежи моделей сечений стволов спортивной целевой винтовки МЦ80-Э и охотничьего ружья МЦ10.



Puc. 1

При нагружении внутренним давлением около выступов на наружной поверхности возникает концентрация напряжений. Наибольшие напряжения возникают в точках С, Е и .

Снижение концентрации напряжений осуществлялось увеличением радиусов.

Л и т е р а т у р а

Напряжения и деформации в деталях и узлах машин, под ред.
Пригородского Н.И., М., 1961.

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ОКОЛО КРУГОВЫХ СТУПЕНЧАТЫХ ОТВЕРСТИЙ В ТОЛСТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ

Б.М.Барышпольский, А.И.Зирка, В.И.Савченко (Киев)

Изучено напряженное состояние толстых цилиндрических оболочек с круговыми ступенчатыми отверстиями и отверстиями постоянного диаметра, ось которых перпендикулярна или наклонена под углом 60° к образующей оболочки. Модели нагружались внутренним давлением (рис. I). Исследовано три модели. Первая модель имела приклешенные днища. Давление $P=0,32 \text{ atm}$. создавалось нагнетанием воздуха в обо-

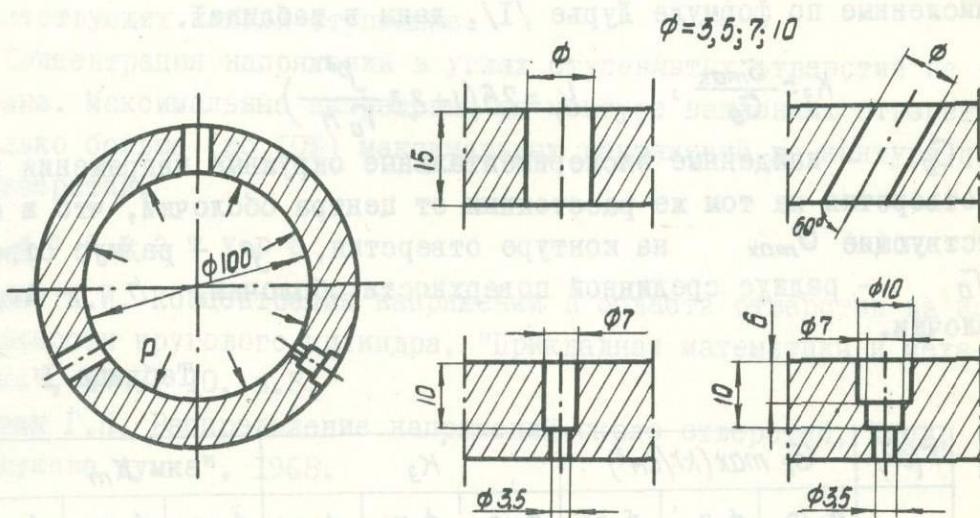


Рис. I. Вид изученных отверстий

лочку компрессором. Отверстия закрывались резиновыми прокладками. Вторая и третья оболочки были без днищ. Воздух нагнетался в тонкий резиновый баллон, вставленный в оболочку ($P=0,5 \text{ atm}$).

Из "замороженных" моделей вдали от отверстий вырезались меридиональные ΓZ и радиальные $\Gamma \theta$ срезы для определения основного напряженного состояния оболочек (выбрана цилиндрическая система координат).

Для изучения распределения напряжений около отверстий на то-

карном станке специальным резцом из первой оболочки вырезались три цилиндрических среза (срединная поверхность среза - координатная поверхность $r=const$), а также три плоских среза (их срединные плоскости совпадают с касательными плоскостями к поверхностям

$r=const$). Срезы вырезались так, чтобы можно было получить распределение напряжений на внутренней, срединной и внешней поверхностях оболочки. Различие в напряжениях, определенных при изучении плоских и цилиндрических срезов несущественно, поэтому для второй и третьей моделей вырезались только плоские срезы.

Максимальные напряжения на контурах отверстий возникают в точках пересечения контура отверстия с образующей оболочки, проходящей через его центр. В этих точках $\sigma_z=0$ и $\sigma_\theta = \sigma_{max}$.

Величина σ_{max} на контурах отверстий в первой модели, экспериментальные коэффициенты концентрации K_3 и теоретические K_t , вычисленные по формуле Лурье /1/, даны в таблице I.

$$K_3 = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_\theta}, \quad K_t = 25 \left(1 + 2,3 \frac{\rho^2}{r_0 h} \right)$$

где: σ_θ - найденные экспериментальные окружные напряжения вдали от отверстия на том же расстоянии от центра оболочки, что и соответствующие σ_{max} на контуре отверстия, ρ - радиус отверстия, r_0 - радиус срединной поверхности оболочки, h - толщина оболочки.

Таблица I

r (см)	σ_{max} (кг/см ²)				K_3		K_t		
	$\phi=10$	$\phi=7$	$\phi=3,5$	$\phi=10$	$\phi=7$	$\phi=3,5$	$\phi=10$	$\phi=7$	$\phi=3,5$
6,39	1,65	1,70	1,70	2,70	2,80	2,80			
5,75	2,25	2,30	2,32	2,40	2,45	2,47	2,57	2,58	2,52
5,10	2,35	2,30	2,42	1,80	1,70	1,80			

Так как формула Лурье справедлива для тонких оболочек, то сравнение K_3 и K_t условно.

Коэффициенты концентрации для изученных отверстий практически не зависят от диаметра отверстия.

Максимальные напряжения как вдали от отверстия, так и на его контуре возникают на внутренней поверхности оболочки. Вдали от отверстия окружные напряжения G_θ от внешнего контура к внутреннему растут быстрее, чем $G_{k \max}$, поэтому коэффициенты концентрации наибольшие на внешнем контуре.

Для изучения концентрации напряжений в углах ступенчатых отверстий второй модели были вырезаны срезы, параллельные координатным плоскостям ΓZ и $\Gamma \theta$ так, что одна поверхность среза совпадала с касательной плоскостью к ступеньке отверстия.

При изучении распределения напряжений на контурах наклонных отверстий применялось косое просвечивание срезов.

Распределение напряжений около ступенчатых отверстий близко к распределению напряжений около отверстий постоянного диаметра, соответствующих каждой ступеньке.

Концентрация напряжений в углах ступенчатых отверстий не обнаружена. Максимальные напряжения на контуре наклонных отверстий несколько больше (до 10%) максимальных напряжений на контуре прямых отверстий.

Л и т е р а т у р а

1. Лурье А.И. Концентрация напряжений в области отверстия на поверхности кругового цилиндра, "Прикладная математика и механика", 1946, 10, в.3.
2. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий, Киев, "Наукова думка", 1968.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЪЕМНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОЛЬЦА, ПОДКРЕПЛЯЮЩЕГО КОНТУР ОТВЕРСТИЯ

В.И. Тульчий, А.Г. Руденко, В.А. Ярошенко, В.П. Корниенко,
В.С. Сущенко (Николаев)

В работе /1/ методом "замораживания" исследовано изменение напряжений по высоте достаточно широкого кольца, подкрепляющего контур отверстия полностью. В работе /2/ рассматривается эффективность полного или частичного подкрепления контура кругового отверстия неширокими подкрепляющими элементами, причем предполагалось, что напряжения по высоте кольца не меняются.

В данной работе методом "замораживания" исследовалось изменение напряжений по высоте неширокого сплошного и разрывного кольца, когда пластинка и кольцо изготовлены из одного и того же материала. Разрывные кольца подкрепляли лишь область растягивающих напряжений $\sigma_{\text{отверстия}}$.

Оптически активные пластиинки изготавливались из эпоксидной смолы ЭД-5 холодным отверждением. Пакет-форма из органического стекла позволяла получать пластиинки с отверстиями диаметром $d = 50$ мм, контуры которых подкреплены. Подкрепляющие кольца имели параметры $\frac{d}{B} = 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$, и $\frac{H}{h} = 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0$ (рис. I). Пластиинки конечной ширины характеризовались параметром $\frac{D}{B}$, которому придавались значения 0,25; 0,5; 0,75; 1,0.

Оптическая постоянная σ_0 определялась на плоском растягивающем образце сечения 15 x 3 мм и длиной 80 мм.

В экспериментальных исследованиях эффективности подкрепления контура кругового отверстия сплошными или разрывными кольцами определялись коэффициенты концентрации напряжений $K_1 = \frac{\sigma_1}{\rho}$ и $K_2 = \frac{\sigma_2}{\rho}$ в точке A отверстия, где σ_1 - максимальные (средние по всей высоте H) напряжения в кольце, σ_2 - средние напряжения в кольце по толщине h после снятия в "замороженной" пластиинке части высоты кольца (H - h), ρ - номинальное напряжение в неослабленной пластиинке. Напряжения σ_1 определялись в "замороженной" и "незамо-

роженной" пластинах прямым просвечиванием всей толщины кольца. При измерениях исключалась величина начального оптического эффекта.

Результаты экспериментальных исследований объемного напряженного состояния сплошного или разрывного кольца, подкрепляющего контур кругового отверстия, показаны на рис. I - 4.

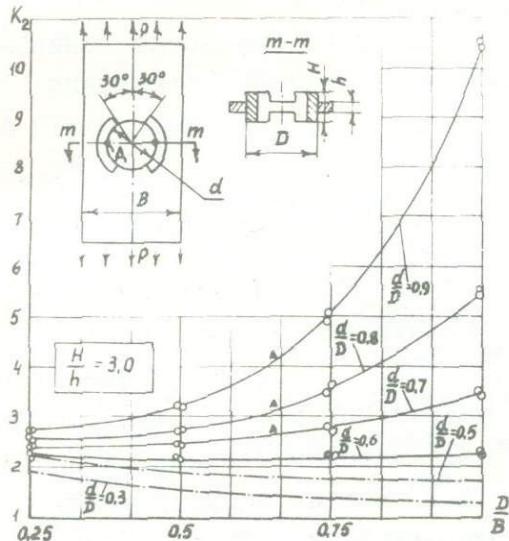


Рис. I

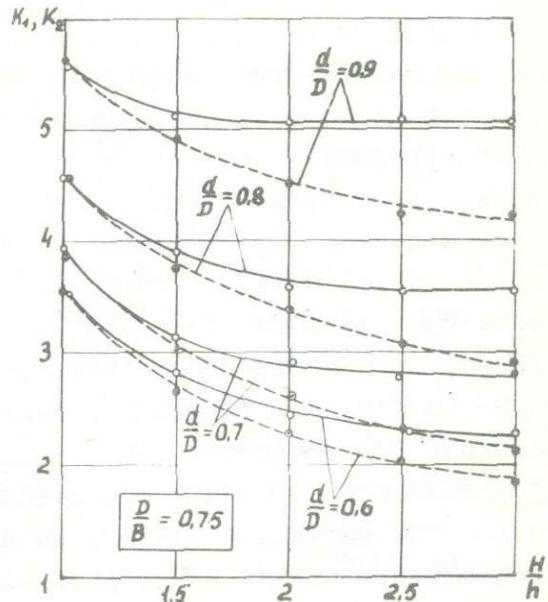


Рис. 2

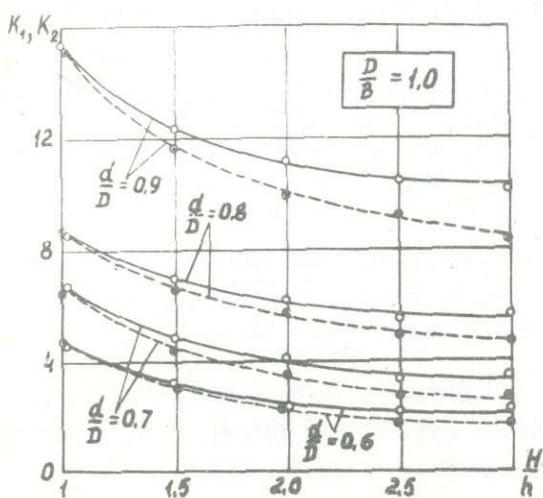


Рис. 3

Сплошными линиями показаны значения коэффициента концентрации напряжений K_2 для случая полного подкрепления контура отверстия,

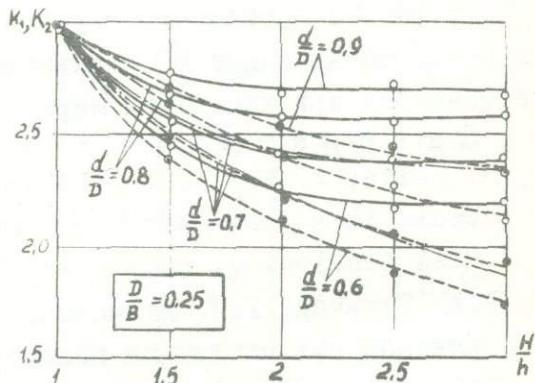


Рис. 4

а пунктирными линиями – значения среднего коэффициента концентрации напряжений K_1 , по высоте H . Данные экспериментальных исследований разрывного подкрепления показаны на рисунках точками.

Для сравнения на рис. I и 4 штрих-пунктирными линиями приведены данные работы /I/ в случае подкрепления контура отверстия достаточно широким кольцом.

Из рисунков видно, что указанное разрывное кольцо не снижает эффективности подкрепления контура отверстия по сравнению со сплошным кольцом, и можно установить, что с увеличением высоты H кольца увеличивается расхождение между коэффициентами K_1 и K_2 . Начиная с некоторого отношения $\frac{H}{h}$ величина коэффициента концентрации напряжений K_2 практически не меняется.

На рис. I показано изменение коэффициента концентрации напряжений K_2 в зависимости от ширины B пластиинки для различных отношений $\frac{d}{B}$ при постоянном параметре $\frac{H}{h} = 3,0$. На этом рисунке треугольными точками приведены данные, полученные методом тензометрирования. Экспериментальные исследования методом тензометрирования проводились на органическом стекле ПА-1. В этих исследованиях использованы датчики с базой 1 мм и сопротивлением 50 ом. Замер напряжений проводился на станции ИД-62 М с выходным напряжением 0,4 в, что позволило работать на материале с низким коэффициентом теплопроводности.

Из рис. I видно, что с увеличением ширины кольца влияние края пластиинки на величину K_2 уменьшается и при $\frac{d}{B} = 0,6$ K_2 практически не меняется при изменении ширины пластиинки.

Л и т е р а т у р а

1. M. Seika, M. Ishii. Photoelastic investigation of the maximum stress in a plate with a reinforced circular hole under uniaxial tension. J. Appl. Mech., 1964, ser. E31, N4, 701-702.
2. В.И. Тульчий, Г.И. Якимович, А.Г. Руденко. О концентрации напряжений при частичном подкреплении кругового отверстия. Прикл. механика, 1970, 6, вып. 4, 93-98.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ КРУГОВЫХ ПЛАСТИН, УСИЛЕННЫХ РАДИАЛЬНЫМИ РЕБРАМИ

И.Д.Воронов, С.С.Слешев, Ю.П.Симонов (Ленинград)

Для проверки существующих методов расчета на прочность оребренных пластин в ЛенНИИХиммаше было произведено экспериментальное исследование подобных конструкций.

Методом фотоупругости с применением "замораживания" изучались пластины, усиленные односторонними и двусторонними ребрами постоянного поперечного сечения. В прилагаемой ниже таблице приведены основные размеры исследуемых моделей, где b и H - соответственно ширина и высота ребер; n - количество ребер; R - наружный радиус пластины; h - толщина пластины.

Таблица

№ модели	Границные условия	Вид нагрузки	n	R (см)	h (см)	H (см)	b (см)
I	Жесткое защемл.	Равномерно распред.	8	8,6	0,80	3	0,8
2	Жесткое защемл.	Равномерно распред.	12	8,5	0,32	1,5	0,4
3	Жесткое защемл.	Равномерно распред.	8	8,5	0,48	1,52	0,31
4	Жесткое защемл.	Сосредоточ.	12	8,56	0,35	1,5	0,32
5	Шарнирное опирание	Сосредоточ.	8	11	0,36	0,32	0,32
6	Шарнирное опирание	Сосредоточ.	8	9,15	0,62	1,49	0,30

Примечание. Модель 5 усилена двусторонними ребрами

В качестве оптически активного материала для изготовления пластин использовалась смола ЭД-6, отверженная метилтетрагидрофталевым ангидридом. Температура "замораживания" и коэффици-

ент оптической чувствительности материала моделей определялись на растянутой полоске с помощью компаратора ПК-6. Модели изготавливались литьем в металлические формы с последующей механической обработкой.

Модели I, 2 и 3 (см. таблицу) нагружались гидростатическим давлением с помощью столба жидкости. На моделях 4, 5 и 6 имитировалась сосредоточенная нагрузка. С этой целью в центре пластины сверлилось малое отверстие, в котором закреплялась гибкая нить. К нити прикреплялся груз. Горизонтальность нагруженных пластин выверялась с помощью оптического квадранта.

Простота нагружающих устройств обеспечила необходимую точность эксперимента. Для контроля измерения оптических величин проводились на нескольких ребрах каждой модели. При этом, полученные экспериментальные данные в пределах точности приборов совпадали. Измерение прогибов "замороженной" пластины показало, что деформация собственно пластины при данных нагрузках является осесимметричной.

Из "замороженных" моделей вырезали диаметральные срезы по ребрам и систему срезов, перпендикулярных ребрам. Диаметральные срезы вырезались так, чтобы фреза не касалась непосредственно ребер. Этим устранилась возможная погрешность за счет трения фрез о ребра при разрезке.

Измерения оптических величин в срезах показали, что напряжения в ребрах соответствуют напряженно-деформированному состоянию балочных систем. На рис. I и 2 приведены в безразмерных координатах значения максимальных продольных напряжений в ребрах, где сплошными линиями показаны теоретические значения напряжений. Номер кривой соответствует номеру модели в таблице.

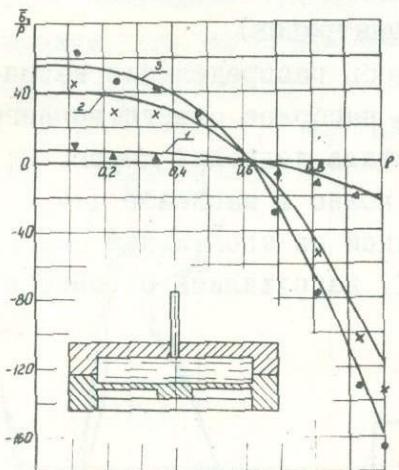


Рис. 1

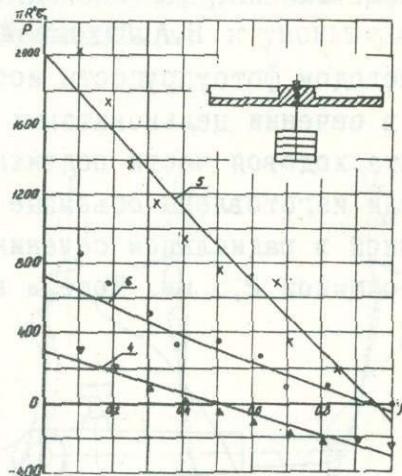


Рис. 2

На рис. 1 треугольниками, крестиками и кружками показаны экспериментальные значения напряжений соответственно для моделей I, 2 и 3 (на рис. 2 – соответственно для моделей 4, 5 и 6). Из приведенных графиков видно, что теоретические значения напряжений / I / близки к экспериментальным.

Л и т е р а т у р а

I. Олешев С.С. К расчету на прочность и жесткость круговых пластин, усиленных радиальными ребрами жесткости. Проблемы прочности, 1970, № 12.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЦЕЛЬНОКАТАНЫХ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ КОЛЕС

М.Ю. Шифрин, А.И. Лисицын, М.С. Валетов, Т.П. Куляба,
В.А. Лихошвай (Днепропетровск)

Методом фотоупругости исследовалось распределение напряжений в сечении цельнокатанных колес – наиболее ответственного элемента ходовой части подвижного состава железных дорог. Из ОНС были изготовлены объемные модели колес в масштабе 1:4 с вклеенной в радиальном сечении пластиной из эпоксидной смолы ЭД-5 толщиной 2,5 мм. Модели колес (1) нагружались с помощью

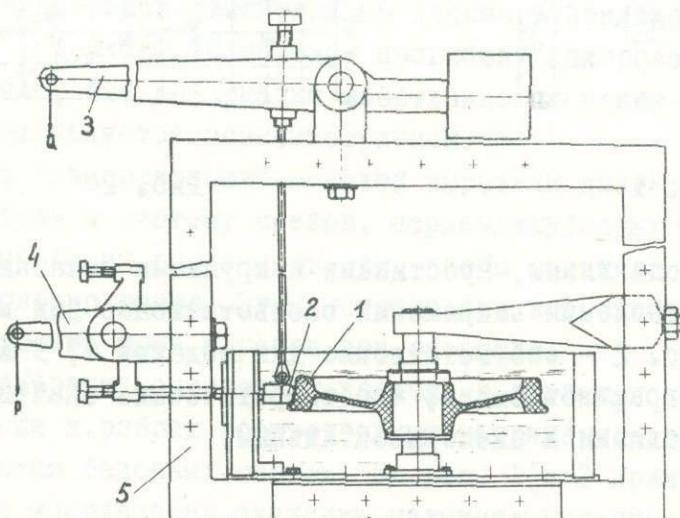


Рис. I

модели рельса (2) и нагрузочных устройств (3) и (4) радиальными (P) и боковыми (Q) силами в специально сконструированной ванне с иммерсионной жидкостью (5) (рис. I). По полученным картинам полос определялись контурные напряжения, распределение которых по радиальному сечению модели колеса показано на рис. 2. При этом установлено, что перемещение точки приложения радиальной силы вдоль поверхности катания изменяет величины полученных напряжений. Изменение толщины обода в результате обточки изношенных колес влияет на величину напряжений не изменяя

характера их распределения.

От действия боковых сил, приложенных к гребню с наружной стороны колеса Q_B и с внутренней стороны колеса Q_H , в ободе колеса возникают напряжения, распространяющиеся на небольшую глубину. Но особенно значительные напряжения вновь появляются в местах сопряжения диска с ободом и со ступицей. По мере уменьшения толщины обода наблюдается тенденция к уменьшению

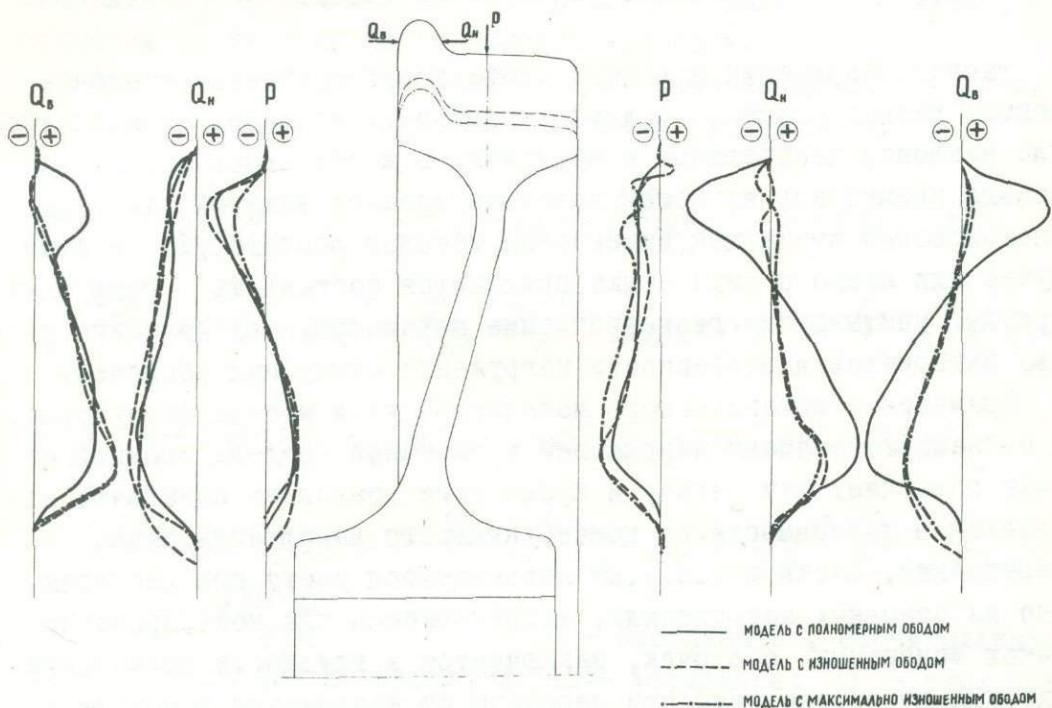


Рис. 2

напряжений в местах перехода от диска к ободу и ступице при сохранении характера их распределения.

Полученные результаты используются при создании новых конструкций цельнокатанных колес.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТЫКОВ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК

В.М.Петров, Р.И.Сущенко (Москва)

Расчет напряжений в районе стыка осесимметричных оболочек, имеющих разные толщины, радиусы кривизны меридианов и параллелей, углы наклонов касательных к меридиану в месте стыка для практического применения является довольно сложной задачей даже при использовании имеющихся инженерных методов расчета /1/. В этом случае для каждого вида стыка приходится составлять громоздкие формулы, учитывающие геометрические параметры, механические свойства материалов и особенности нагружения стыкуемых оболочек.

Применение механического моделирования и метода фотоупругости с "замораживанием" напряжений в объемной модели сложной оболочки облегчает эту задачу и кроме того позволяет оценивать напряжения в зависимости от конструктивного выполнения стыка (скругления, фаски и т.п.), не поддающегося учету при расчетах. Одно из основных затруднений, встречающееся при моделировании стыков моментных оболочек, заключается в трудности применения подобных преобразований при переходе от напряжений в модели к напряжениям в реальной оболочке из-за неравенства коэффициентов Пуассона их материалов. Поэтому в таких случаях используют "приближенное" подобие, относя отклонение от подобия напряженных состояний натуры и модели из-за различия коэффициентов Пуассона к погрешности моделирования, которую учитывают введением соответствующих поправок. Так как величина погрешности обычно неизвестна, то определение поправки требует специальных расчетов /2,3/.

Величина поправок может быть получена, если напряженное состояние реальной конструкции разделить на "подобное" и "дополнительное". "Подобное" напряженное состояние - получаемое на подобной натуре модели, но из материала с другим коэффициентом Пуассона, а "дополнительное" - это то, которое зависит

от коэффициентов Пуассона натуры и модели и которое необходимо наложить на полученное с помощью модели "подобное", чтобы получить искомое напряженное состояние натурной конструкции /3/. Применительно к моделированию стыков оболочек зависимость для перехода от напряжений в модели к напряжениям в оболочке имеет вид:

$$\bar{\sigma} = \frac{C_R}{C_h} C_q \bar{\sigma}_M + \delta \sigma, \quad (1)$$

где: $\bar{\sigma}, \bar{\sigma}_M$ - напряжения в оболочке и модели; $\delta \sigma$ - дополнительные напряжения; C_R, C_h, C_q - константы подобия радиусов, толщин оболочки и функции распределения нагрузки.

Для определения "дополнительных" напряжений на основании теории тонких оболочек получены следующие зависимости:

$$\begin{aligned} (\delta \sigma_1)_{l,l+1} &= \frac{2}{h} \left\{ (\delta M_1)_0 \left[\mp K \operatorname{Ctg} \Theta_0 \sin KS + 6 \frac{z}{h^2} (\cos KS - \sin KS) \right] - (\delta P)_0 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{\cos \Theta_0}{2} (\cos KS - \sin KS) \mp \frac{z}{2h^2} \frac{\sin \Theta_0}{K} \sin KS \right] \right\} e^{-KS} + \left(\frac{C_R}{C_h} - 1 \right) \frac{C_R}{C_h} C_q \bar{\sigma}_{M,II}; \\ (\delta \sigma_2)_{l,l+1} &= \frac{2}{h} \left\{ (\delta M_1)_0 \left[K^2 R_2 (\cos KS - \sin KS) + 6 \frac{z}{h^2} \mu (\cos KS + \sin KS) \right] \mp \right. \\ &\quad \left. \mp (\delta P)_0 \left(K R_2 \sin \Theta_0 \cos KS + 6 \frac{z}{h^2} \mu \frac{\sin \Theta_0}{K} \sin KS \right) \right\} e^{-KS} - \frac{C_R}{C_h} C_q \left(1 - C_M \frac{C_R}{C_h} \right) \bar{\sigma}_{M,II}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $K = \frac{\sqrt{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{R_2 h}}$; S - координата, отсчитываемая от стыка в срединной поверхности вдоль меридиана; Θ - угол между осью симметрии и перпендикуляром, опущенным на касательную к меридиану в точке с координатой S ; Z - расстояние от нейтральной оси до точки, в которой определяется напряжение; R_2 - радиус кривизны меридиана; μ - коэффициент Пуассона; $\bar{\sigma}_M$ - изгибная составляющая напряженного состояния модели; $l, l+1$ - номера оболочек, прилегающих к стыку. Верхние знаки в зависимости (2) следует брать для оболочки с индексом l , нижние - для оболочки с индексом $l+1$.

Величины $(\delta M_1)_0$ и $(\delta P)_0$ - "дополнительные" момент и поперечное усилие в стыке оболочек. Их значения выражаются через геометрические параметры оболочек, осевую силу в стыке F_0 , определяемую из условия равновесия, и величины коэффициентов Пуассона материа-

лов оболочки и модели:

$$(\delta M_1)_0 = -\frac{(\mu_m - \mu) h_{i+1} F_0}{2 \sqrt{3(1-\mu^2)} \sin \theta_{0,i+1}} (\bar{\delta M}_1)_0, \quad (\delta P)_0 = \frac{(\mu_m - \mu) \sqrt{\frac{h_{i+1}}{(R_2)_{i+1}}} F_0}{\sqrt{3(1-\mu^2)} \sin^2 \theta_{0,i+1}} (\bar{\delta P})_0. \quad (3)$$

Величины $(\bar{\delta M}_1)_0$ и $(\bar{\delta P})_0$ – безразмерные и зависят только от геометрических параметров оболочек в местестыка. Их численные значения засчитаны с помощью БЭСМ-4 для значительной части встречающихся на практике случаев изменений размеров оболочек судов и типов их стыков. Результаты вычислений представлены в виде графиков на рис. I и 2.

При выводе зависимостей (1), (2), и (3) было использовано соотношение $\frac{C_h^2}{C_R^2} = \frac{1-\mu^2}{1-\mu_m^2}$, что накладывает некоторое ограничение на выбор одной из констант подобия C_h или C_R . Было также принято, что влияние коэффициента Пуассона на концентрацию напряжений можно не учитывать, как в случае мелкой выточки /5/.

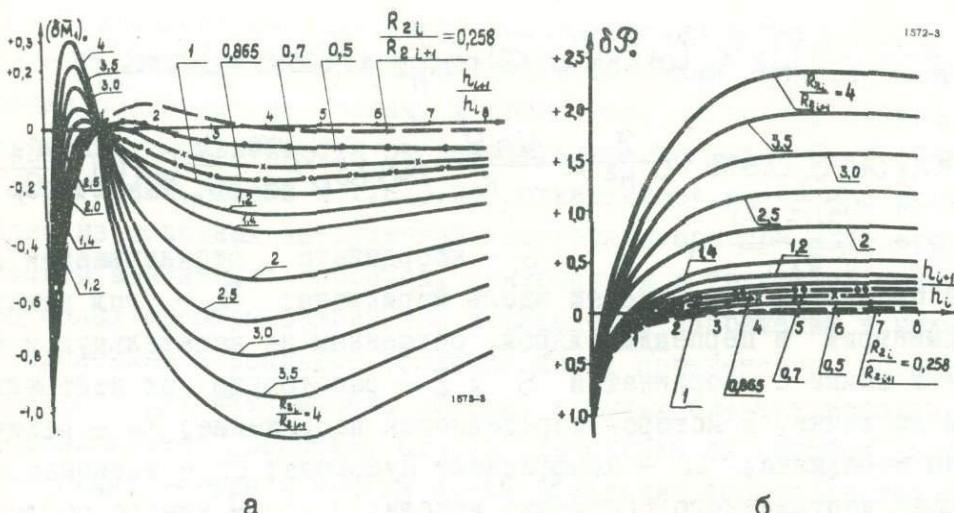


Рис. I. Зависимости для вычисления "дополнительных" моментов (а) и поперечных усилий (б) в стыке оболочек

Полученные результаты были применены при исследованиях методом фотоупругости напряженного состояния конструкций тонкостенных судов, нагруженных внутренним давлением и состоящих из комбинаций

сферических, торовых и цилиндрических оболочек с различными толщиными стенок. При этом было получено, что величины "дополнительных" напряжений для высоконагруженных участков не превышают 8% для меридиональных напряжений и достигают 20% для тангенциальных напряжений (при $\mu = 0,3$ и $\mu_m = 0,5$).

Л и т е р а т у р а

1. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К., Малинин Н.Н., Макушин Н.Н., Феодосьев В.И. Расчеты на прочность в машиностроении. М., Машгиз, 2, 1956.
2. Финк К., Рорбах Х. Измерение напряжений и деформаций. М., Машгиз, 1961.
3. Буданов А.Г., Дверес М.Н., Пригородский Н.И. Влияние различия коэффициентов Пуассона натуры и модели при исследовании осесимметричных конструкций из тонкостенных оболочек. См. настоящий сборник.
4. Пригородский Н.И. Экспериментальные методы исследования объемного напряженного состояния. Сб. "Исследование и расчет напряжений в деталях машин и конструкций", "Наука", 1966.
5. Нейбер Г. Концентрация напряжений. ОГИЗ, 1947.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ "ЗАМОРАЖИВАНИЯ" НАПРЯЖЕННОГО
СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК
В РАЙОНЕ ИХ СОПРЯЖЕНИЯ

В.Ф.Щербинин (Ленинград)

Исследовалось напряженное состояние цилиндрической оболочки, стенку которой пересекала другая цилиндрическая оболочка меньшего диаметра (патрубок). Общий вид модели показан на рис. I. Модели изготавливались из материала ЭД6-МТГФ. Отдельные элементы моделей (основная оболочка, патрубок и крышки) отливались в металлических формах. Технология отливки оболочек дана в работе /I/.

Температурный цикл "замораживания" проводился в глицериновой среде. Нагружение осуществлялось давлением, создаваемым насосом в воздушном резервуаре. Внутренняя полость воздушного резервуара соединялась шлангами через подвижную уравнительную колбу с внутренней полостью модели. Часть уравнительной колбы и внутренняя полость модели были заполнены глицерином. Для исключения дополнительной нагрузки, создаваемой столбом глицерина, уровень жидкости в подвижной колбе совмещался с уровнем глицерина в ванне, в которой помещалась модель. Объем воздушного резервуара был соизмерим с внутренним объемом модели. Контроль за давлением осуществлялся с помощью образцового манометра.

При достижении глицериновой средой, окружающей модель, температуры "замораживания" оболочка нагружалась небольшим давлением (не более трети рабочего давления). Сама модель и, главное, глицерин, заполнявший внутреннюю полость модели, к моменту начала выдержки при температуре "замораживания" имели более низкую температуру. Примерно через 1,5-2 часа манометр фиксировал уменьшение давления в системе "внутренняя полость модели-воздушный резервуар", вызванное увеличением объема пространства внутри модели. В условиях, когда внешняя нагрузка не возрастала, такое изменение объема было обусловлено уменьшением модуля нормальной упругости материала модели. Давление в воздушном резервуаре поднималось до прежнего уровня путем подкачки воздуха ручным насосом

через каждые 10 минут. Если за контрольный промежуток времени давление не падало, то считалось, что оболочка вместе с глицерином, находящимся во внутренней полости модели, полностью прогрелась при температуре "замораживания".

Перед снижением температуры модель загружалась рабочим давлением. Величина этого давления определялась из условия получения достаточной величины разности хода и ограничивалась необходимостью получения достаточно малых перемещений для того, чтобы не нарушалась линейная связь между внешними силами и деформациями. Эти условия ограничивают интервал допустимых для данной модели величин нагрузок. С уменьшением толщины стенок оболочки произвол в выборе величины давления уменьшается. Поэтому при исследовании тонкостенных конструкций необходимо использовать методы контроля правильности выбора рабочей нагрузки, как это рекомендуется в работах /2/ и /4/.

Для выявления предела нагружения для одинаковых моделей были сравнены величины коэффициентов концентрации напряжений, полученные при различных нагрузках. Однако, такой метод весьма трудоемок и для остальных моделей оказалось возможным использовать способ по контролю линейной зависимости между перемещениями и нагрузкой. При этом считалось, что в упругой области отношение величины осевого перемещения патрубка Δ , обладающего большой жесткостью в этом направлении, к величине прогиба основной оболочки вдали от отверстия W (в районе безмоментного напряженного состояния) не зависит от величины нагрузки. Поэтому, если определить параметры $\phi = \Delta / W$ для модели при комнатной температуре и после "замораживания", то при сравнении этих величин можно составить представление о погрешности эксперимента.

После окончания процесса "замораживания" проводилось общее обследование картины полос методом сквозного просвечивания. Далее модель разрезали на тонкие срезы. Величины напряжений определялись методом косого просвечивания /3/.

Для модели, размеры которой даны на рис. I, кривые распределения нормальных напряжений по сечениям основной оболочки, патрубка и плоской крышки патрубка, совпадающим с продольной плоскостью симметрии модели, показаны на рисунках 2-4. По оси абсцисс отло-

жено расстояние между исследуемыми точками, а по оси ординат – напряжения в относительных величинах. Точками обозначены напряжения на внутренней поверхности, крестиками – на внешней. Величины напряжений отнесены к значению кольцевого напряжения (σ_0) основной оболочки вдали от отверстия, определенного из эксперимента.

Графики распределения поверхностных кольцевых (σ_u^4 / σ_0) и

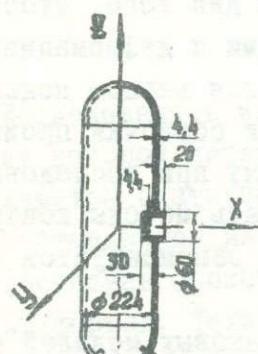


Рис. 1

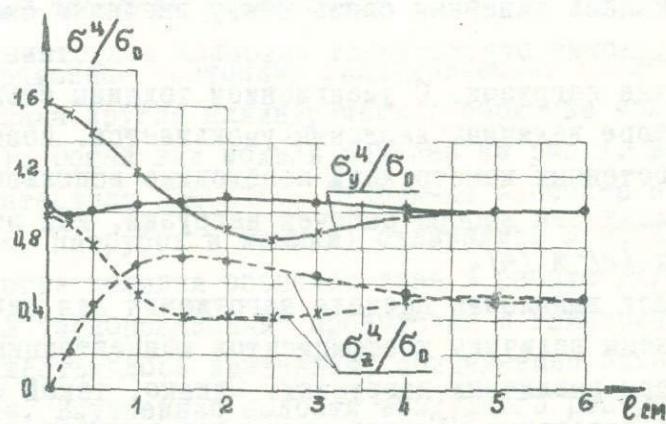


Рис. 2

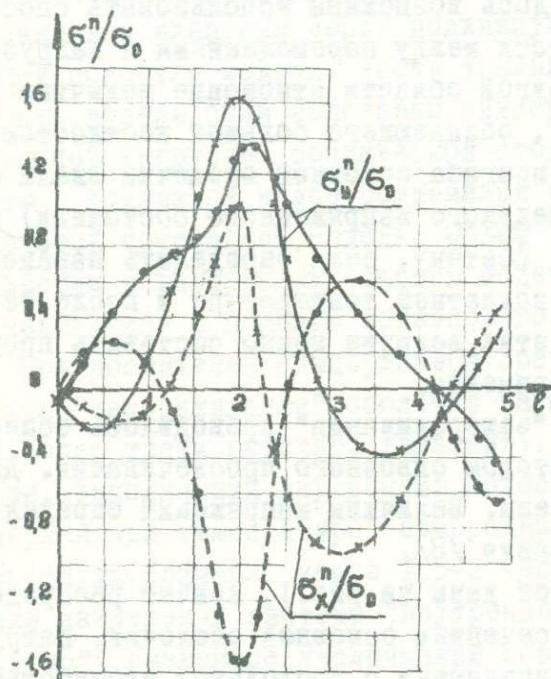


Рис. 3

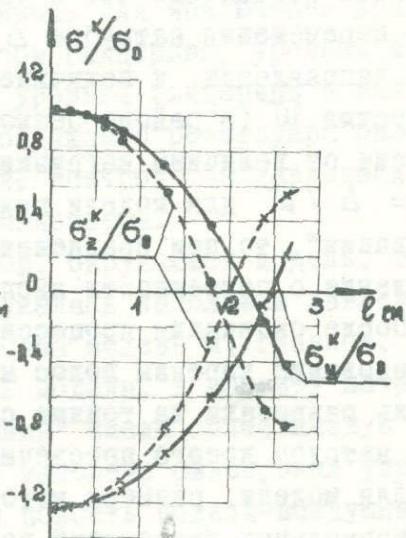


Рис. 4

продольных (σ_z^n / σ_0) напряжений по сечению основной оболочки, совпадающему с проходящей через центр отверстия образующей, приведены на рис.2. В районе сопряжения основной оболочки с патрубком kleевым швом было создано местное подкрепление в виде круговой галтели (с радиусом сопряжения равным 0,4 мм). Из рассмотрения срезов было установлено, что максимум напряжений был смещен от центра галтельного сопряжения в сторону основной оболочки. Положение этой точки на графике определялось координатной $\ell = 0$. По мере удаления от патрубка кольцевые напряжения на внешней поверхности оболочки быстро уменьшаются.

На рис.3 показаны кривые распределения кольцевых (σ_y^n / σ_0) и продольных (σ_x^n / σ_0) напряжений по образующей патрубка, совпадающей с продольной плоскостью симметрии модели. Нулевая точка оси абсцисс совмещена со свободной кромкой патрубка. Экстремальные величины напряжений локализуются в районе сопряжения основной оболочки и патрубка. На рис.4 даны графики распределения окружных (σ_y^k / σ_0) и радиальных (σ_z^k / σ_0) напряжений по сечению круглой крышки патрубка. За начало оси абсцисс принят центр крышки. Максимум изгибающих моментов находится в центре донышка.

Л и т е р а т у р а

1. Можанская А.Ф., Щербинин В.Ф. Изготовление тонкостенных крупногабаритных моделей оболочек из эпоксидного компаунда. "Производство и переработка пластмасс, синтетич. смол и стекл. волокон". Информ. бюл. М., 1969, № 10, 39-43.
2. Пригородский Н.И., Бугаенко С.Е. Метод исследования концентрации напряжений в патрубках сосудов, находящихся под внутренним давлением. В сб."Поляризац. оптич. метод исслед. напряжений". М., "Наука", 1965, 82-93.
3. Краснов В.М. Исследование напряжений в оболочках методом фотоупругости. В сб."Поляризац. оптич. метод исслед. напряжений". Изд-во ЛГУ, 1960, 221-232.
4. Gaymann T. Spannungsuntersuchungen an Schalen nach dem spannungsoptischen Einfrierverfahren. "VDI-Forschungsh.", 1959, N 471.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРЕ С БУРТОМ

О.Д. Камина, Г.В. Кондрашкин, Н.С. Сукачев (Куйбышев)

Нагруженный внутренним давлением цилиндр с буртом является одним из основных элементов в различных гидросистемах. Распределение напряжений в зоне бурта существенным образом зависит от его геометрии, поэтому исследовалась три серии цилиндров $r=2\pm 5$, $R=5\pm 20$, $h=3\pm 6$, размеры которых выбраны из статистики как наиболее распространенные /рис. I/.

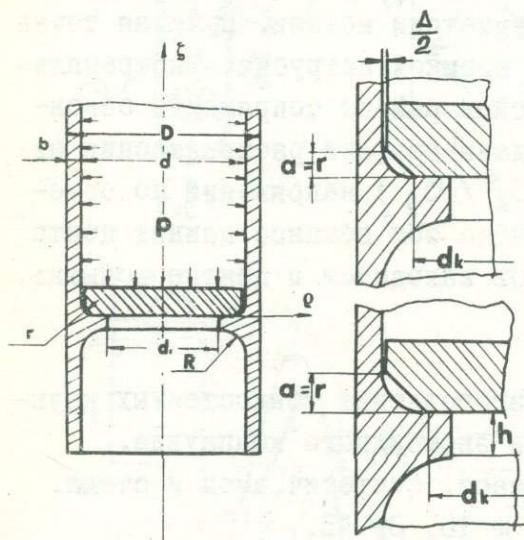


Рис. I. Конструкция и схема нагружения модели цилиндра.
 $D=100$ мм, $d=90$ мм, $t=76$ мм
 Компоненты напряженного состояния в каждой точке модели.

Для исследованных моделей были построены эпюры напряжений, действующих по касательной к контуру — σ_{θ} и эпюры кольцевых напряжений вдоль контура — K_{θ} . Были просчитаны коэффициенты концентрации напряжений на радиусе r — K_r и $K_{\theta r}$ и на радиусе R — K_R и $K_{\theta R}$, как отношение максимального напряжения, полученного экспериментально, к соответствующему напряжению, вычисленному для гладкого цилиндра. Построены графики этих коэффициентов в зависимости от изменяемого параметра r , R , h , /рис. 2а, б/.

Исследование проводилось методом "замораживания" на моделях из смолы ЭД-6М /1/, /2/. Модель нагружалась в специальном приспособлении внутренним давлением, для соблюдения реальных условий усилие на бурт передавалось через пластину, которая имитировала плавающий поршень. Величина давления выбиралась из условия обеспечения прочности модели и достаточно го оптического эффекта и составляла $p=0,4$ кг/см².

По полученным оптическим данным с использованием уравнений равновесия определялись

Проведенные эксперименты дали следующие результаты:

1. Изменение геометрии бурта неизначительно влияет на коэффициент концентрации кольцевых напряжений $K_{\theta_r} \leq 2$ и $K_{\theta_R} \leq 1,5$.

2. На коэффициент концентрации контурных напряжений в области радиуса r оказывает влияние уменьшение кривизны с ростом r и одновременное увеличение изгибающего момента, действующего на бурт, из-за уменьшения диаметра контакта $d_k = d - 2r - \Delta$ /рис.1/.

3. Увеличение радиуса R вызывает уменьшение напряжений σ_k на внутреннем контуре со стороны радиусов r и R и на внешнем контуре в этой области. Коэффициент концентрации достигает больших значений при уменьшении отношения R/D /рис.2б/.

4. Включение бурта в цилиндр вызывает по внешнему контуру характерную зону отрицательных напряжений, незначительных по величине.

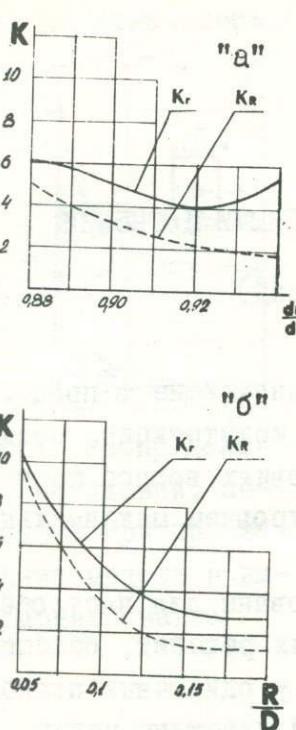
Рис.2. Зависимость коэффициентов концентрации от геометрии бурта

5. Толщина бурта в исследованном диапазоне практически не влияет на изменение коэффициентов концентрации K_r и K_R .

6. Следует считать оптимальными следующие соотношения между исследуемыми параметрами $d_k/d \approx 0,92$; $R/D \geq 0,1$; $h/D = 0,04$.

Л и т е р а т у р а

- Дюрэлли А. и Райли У. Введение в фотомеханику, Изд-во "Мир" 1970.
- Пригородский Н.И. и др. Материалы для моделей поляризационно-оптического метода. Сб. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений. "Наука" 1965.



ОЦЕНКА НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛАСТИНАХ С МЕСТНЫМИ ПОГИБЯМИ

О.И. Пальчиков (Калининград)

Различного вида вмятины, выпучины, возникающие в процессе изготовления и эксплуатации тонколистовых конструкций, создают очаги концентрации напряжений. В этих условиях вопрос прочностных резервов пластин может определяться уровнем максимально возможной концентрации напряжений.

Фотоупругие исследования были использованы для построения и доказательства приемлемости аналитических решений, обобщенно оценивающих верхнее значение концентрации у одиночных погибей или при групповом их расположении и ровной пластины между погибями, а также для оценки влияния подобных несовершенств конструкции на распределение напряжений при локальной потере устойчивости подкрепленных пластин.

Неподкрепленные растянутые пластины

I. Осесимметричная погибь, отображающая вмятину в виде сферического сегмента, моделировалась в пластинах из целлULOида и ЭД-5. Образование глубоких вмятин сопровождается исчерпанием пластических свойств материала в центре при весьма умеренных остаточных деформациях (2% для тонкостенных, $R/t \geq 20^*$, вмятин) по контуру, где и наблюдается концентрация напряжений (рис. I.).

ЦеллULOидные модели изготавливались в парафиновой ванне при $107-115^{\circ}\text{C}$. Температурная обработка устраниет остаточные напряжения, эффективно влияет на процесс искусственного старения целлULOида - повышается предел текучести, оптический коэффици-

*) R - радиус контура, очерчивающего погибь, t - толщина пластины.

ент напряжений, в 2-4 раза уменьшается вариация физико-механических свойств одного листа. Изменение модуля Юнга после термообработки не отмечалось. Модели подвергались непосредственному од-

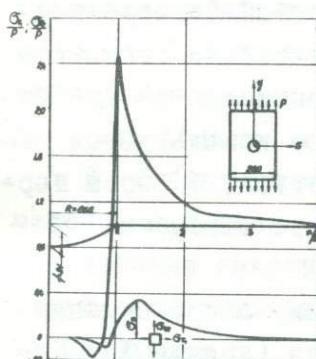


Рис. I. Распределение напряжений, полученное при просвечивании модели в иммерсионной ванне

ноосновному нагружению в рабочем поле прибора КСП-5, оборудованного СКК-2. В отожженных моделях по горизонтальной оси вмятины наблюдаются две изотропные точки. Напряжения разделялись численным интегрированием уравнений равновесия. По мере увеличения стрелки погиби $\delta = \frac{t}{R}$ вершина вмятины испытывает последовательно растяжение, сменяющееся сжатием, затем при $\delta > 4,5 \pm 5$ у непологих вмятин ($t_g \theta_{max} > \theta_{max}$, где θ_{max} -макс: угол наклона касательной к меридиану вмятины) напряженное состояние совсем исчезает. Экспериментально подтверждается, что решение /2/ для отверстия, подкрепленного односторонним ребром, может определять асимптоту для концентрации у вмятины, ес-

ли принять высоту ребра $h = \sqrt{Rt}$

Это решение было использовано для оценки влияния различий коэффициента Пуассона материалов модели и натуры. Численная реализация показала возможность завышения экспериментальных данных не более 1%-2%, если $\nu_{mod} = 0,4$, а $\nu_{nat} = 0,3$. Остаточные напряжения снижают градиент напряжений и изменяют характер полос в зоне вмятины при различных уровнях нагрузки.

2. Решение, обобщенно оценивающее концентрацию у эллиптических, овальных вмятин, базируется на предложенных автором методах – аппроксимация контуров участками приведенных отверстий и суммирование приведенных потенциалов. Методы основываются на предположении, что в окрестности любой точки отверстия влияние подкрепления в виде оболочки, отображающей поверхность вмятины, можно оценить с приемлемой точностью, если известно, какое возмущение вносит в напряженное состояние близкая по кривизне и толщине у точки с аналогичным уровнем напряжений оболочка, под-

крепляющая другой контур.

Распределение напряжений на участке заданного контура аппроксимируется участком приведенного отверстия, которое выбирается таким, чтобы: а) длина участка между осью (изотропной) точкой и т.максимального напряжения приблизительно соответствовала заданному участку. Параметры точек вычисляются приближенно по аппроксимирующему решению, в котором используются параметры (величина осей и т.п.) исходного контура; б) орты нормалей аппроксимируемого участка и приведенного отверстия приблизительно коллинеарны.

Концентрация у овалов (рис.2) вычислена при аппроксимации участками приведенного эллиптического контура (кривая I). Потенциал, описывающий напряженное состояние у вмятины с подобными контурными очертаниями и с напряжениями P на бесконечности пластины, определяется из соотношения:

$$\Phi = \Phi_n + \Phi^*, \quad (1)$$

где: Φ_n - потенциал приведенного отверстия, а

$$\Phi^* = \begin{cases} W - \Phi_o, \\ P_{W-\Phi_o}, \end{cases} \quad (2)$$

здесь W - потенциал пластины с напряжениями $P_{W-\Phi_o} = \frac{\sigma_v}{\sigma_\theta} P$ на бесконечности и осесимметричной погибью с контуром, удовлетворяющим условиям приведенного кругового отверстия; Φ_o - потенциал приведенного кругового отверстия с напряжениями $P_{W-\Phi}$ на бесконечности; σ_θ - напряжение в точке приведенного отверстия и соответствующей точке определения напряжений у вмятины; σ_θ - напряжение в соответственной точке кругового отверстия. Соответственные точки при конформном отображении на внешность или внутренность единичного круга имеют одинаковые параметры. На рис.2 аналитически рассчитана концентрация, исходя из решения (1) для Φ_n . Плотность распределения экспериментальных значений (+), представленных как среднее из двух-четырех замеров, свидетельствует об удовлетворительной точности предложенного метода. Фотоупругие измерения проводи-

лись полярископом одностороннего монтажа /3/ в целлюлOIDных моделях с $t = 0,5 \pm 1$ мм и размером в плане до 480x660 мм.

3. Оценка напряжений при взаимном влиянии вмятин может осуществляться по схеме:

$$\Phi = \varphi_i + \sum_j^l \left| W_j - \Phi_{nj} \right|, (3)$$

$$P_{w-\Phi}^j$$

где: φ_i - потенциал для i - связной области; W_j - потенциал локальной погиби с граничными условиями $P_{w-\Phi}^j$, определяемыми вышеописанным образом; Φ_{nj} - потенциал пластины с отверстием по контуру, очерчивающему погибь, и $P_{w-\Phi}^j$ на бесконечности. Приемлемость такого подхода подтверждена на моделях с двумя вмятинами $R = 30t$, $\delta = 12 \pm 13$, расстояние между центрами $68t$.

Во всех опытах выпуклость вмятина была обращена к оператору. Измерения в отраженном свете проводились при четкой картине изоклий и изохром с высоким порядком, $\delta = 387 \text{ нм}$ в области однородного напряженного состояния и $\delta = 1500 \text{ нм}$ в области концентрации. Начальные оптические эффекты у вмятин были 4% и 20%, они вычитались из суммарного оптического эффекта в модели под нагрузкой. Вариации единичных оценок от среднего значения концентрации составили 5%-8%, в этих же пределах отклоняется

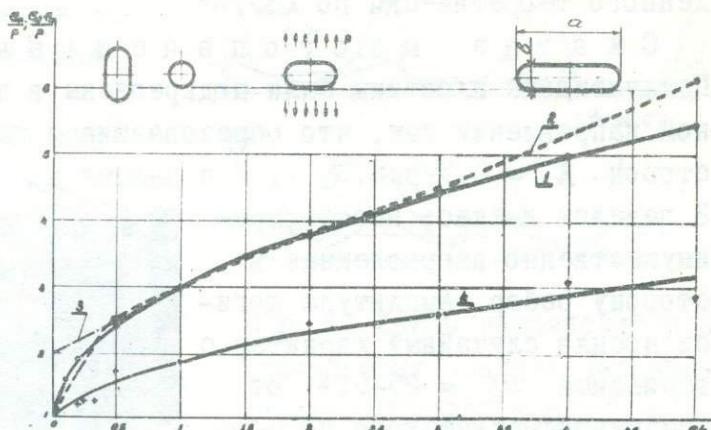


Рис. 2. Концентрация напряжений у изображенных отверстий (I+3) и у крутых вмятин /4/ с аналогичными контурами при $\delta > \sqrt{Rt}$;
1 - по методу приведенных отверстий; 2 - по Н.Ф.Бурмистрову;
3 - по Ю.А.Шиманскому; 4 - по методу суммирования приведенных потенциалов

среднее значение концентрации по результатам опытов от вычисленного теоретически по (3).

Сжатые многопанельные пластины. ЦеллULOидные пластины были подкреплены в продольном и поперечном направлении так, что образовавшиеся панели имели отношение сторон $\lambda = 0,5$ (рис.3); I; 2 и защемлены ($x = 1$) на ребрах. В панелях имелась погибь, преимущественно направленная в сторону ребер. Амплитуда погиби носила случайный характер с вариацией $w_i = 25-51\%$ от среднеарифметического по пластине, которое было в пределах $\bar{x}_4 = 0,8 \pm 3,8$ у разных моделей.

Пластины в экспериментальном стенде /2/ могли вращаться под нагрузкой вокруг вертикальной оси. Нормальность просвечивания контролировалась путем совмещения в видоискателе фотокамеры изображений точки, нанесенной на поверхность пластины со стороны оператора, и её отражения в зеркале, шарнирно укрепленном за моделью возможно ближе к пластине и обеспечивающем работу установкой одностороннего монтажа.

Выбор экспериментальной схемы и анализ оптических измерений исходил из работ Х.К. Абена /1/.

Полярископ был оборудован для измерений по точкам компенсаторами СКК-2 и Сенармона. Определение напряжений без разделения их проводилось по горизонтальным осям симметрии панелей.

В местах склейки пластины с ребрами наносился отражающий слой - $t_{op} = 0,017$ мм. Термообработка при $T = 100^{\circ}-105^{\circ}\text{C}$

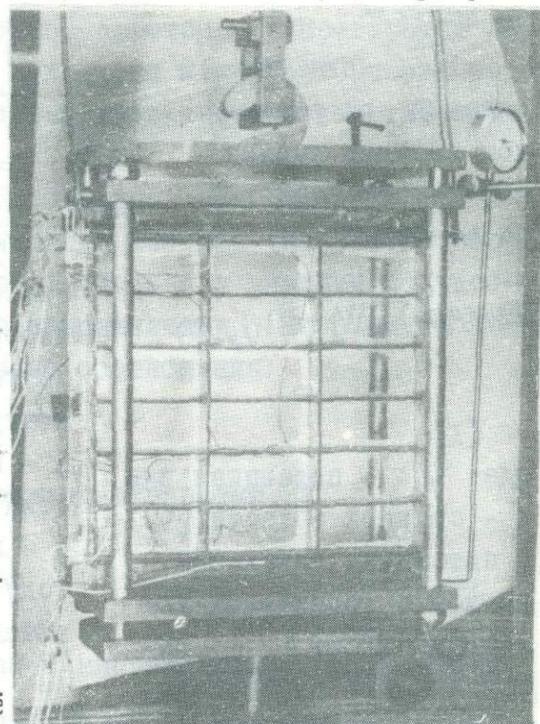


Рис.3. Пластина в сжимающем устройстве

снижала остаточные оптические эффекты из-за склеивания модели до 0÷7% от возникавших под нагрузкой.

В пластинах с панелями $\lambda = 2$ распределение напряжений до потери устойчивости практически равномерное,

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_{cp}} \approx 1.$$

На рис.4 представлены распределения, отмечавшиеся при абсолютных закритических сжатиях системы пластина ребра

$$k_c^o = 24 \text{ для квадратных панелей и } k_c^{*} = 15 \text{ для панелей рис.3.}$$

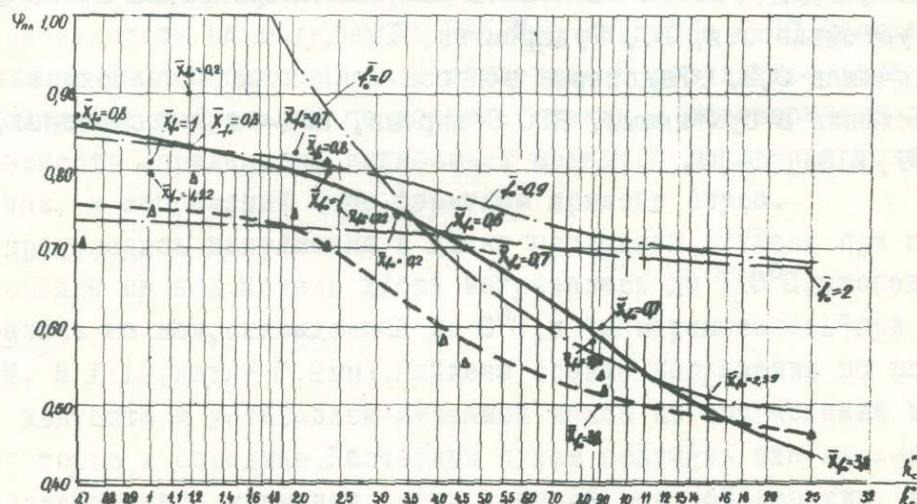


Рис.5. Значения редукционных коэффициентов по различным данным; — — по теории /2/ при $\bar{k} = 0,9; 2$ для $\lambda = 1, \chi = 1$ и $\bar{k} = 0$ для $\lambda \gg 1, \chi = 1$; Δ — по экспериментальному упругому прогибу в теоретических зависимостях /2/

На рис.5 сплошная кривая определяет экспериментальное изменение редукционного коэффициента пластин с панелями $\lambda = 1, \lambda = 0,5$

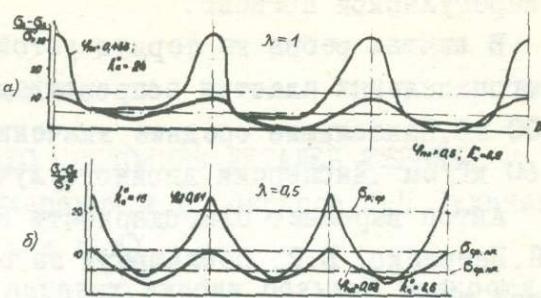


Рис.4. Эпюры напряжений при одинаковых средних напряжениях в моделях - а) $\lambda = 1$; б) $\lambda = 0,5$

и нерегулярной погибью.

В опытах ребра не теряли устойчивости. Общая потеря устойчивости многопанельных пластин сопровождалась "хлопком" при нагрузках выше 1000 кГ. Наибольшие средние значения цепных напряжений приближались к 60 кГ/см². Дисперсии двойного лучепреломления не наблюдалось.

Автор выражает благодарность В.М. Панферову, а также Х.К. Абену, В.П. Нетребко, Е.Р. Оболашвили за большое внимание, уделенное ими нашей работе.

Л и т е р а т у р а

1. Абен Х.К. О применении метода фотоупругости для исследования выпущенных пластинок. Изв. АН ЭССР, серия техн. и физ.-мат. наук, 1957, 6, №1, 28-39.
2. Белкин В.П. Работа элементов палубных перекрытий после потери устойчивости, Л., Судпромгиз, 1956.
3. Пальчиков О.И. Некоторые вопросы концентрации напряжений в пластинах с бухтиками. НГО Судпрома, изд-во Судостроение, Л., 1969, №131, 9-13.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛЕЙ ТУРБИН
И.Б.Волькович, Р.М.Герман, Г.М.Меллерович, М.И.Покрасса, В.П.Сухинин
(Х а р ь к о в)

Многие элементы современных паровых турбин большой мощности являются телами сложной формы и находятся под воздействием высоких давлений, температур и других факторов. Вследствие этого прибегают к упрощенным расчётным схемам, что сказывается на точности результатов. В этих случаях наряду с тензометрированием /1/ важную роль в определении напряжений играет метод фотоупругости.

Исследование корпуса турбины высокого давления, напоминающего составную оболочку вращения с продольным разъемом, фланцами, патрубками, проводилось на моделях из ЭД6-М в масштабе 1:40, нагруженных внутренним давлением с помощью глицерина. В результате установлено распределение напряжений по толщине стенок и подтверждена целесообразность определения изгибающих моментов по теории тонких оболочек, а напряжений - по формулам кривого бруса.

Определялись напряжения в диске последней ступени при горячей посадке на вал. Модель диска нагревалась до 110⁰С, свободно насаживалась на вал, охлажденный до 0⁰С, и "замораживалась" при 130⁰С. (ЭД6-М, М 1:12, натяг 0,2мм). Найдены осевые напряжения по поверхности контакта и установлен линейный закон их возрастания вдоль оси от торца к середине. Расчётным путем получить это нельзя.

Исследовалась корневая часть длинной рабочей лопатки, представляющей сочленение естественно закрученного стержня с елочной хвостовой частью, очерченной цилиндрическими поверхностями. Объемная модель лопатки (ЭД6-М, М 1:1) растягивалась и "замораживалась".

Установлено, что напряженное состояние в хвостовом соединении в отличие от других типов, характеризуется заметной неравномерностью и его нельзя считать плоским, как утверждается в /2/.

Л и т е р а т у р а

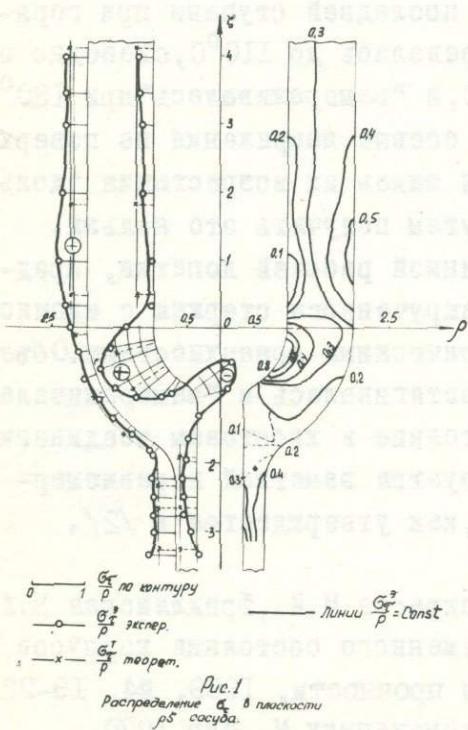
1. Меллерович Г.М., Пелипенко Е.Н., Покрасса М.И., Фридлянская Н.А., Ингульцов В.Л.. Исследование напряженного состояния корпусов и диафрагм паровых турбин. Проблемы прочности, 1969, №4, 19-22.
2. Дюрелли А., Райли У. Введение в фотомеханику, М, Мир, 1970.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СОСУДА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ В МЕСТАХ СОПРАЖЕНИЯ ПОЛУСФЕРИЧЕСКОГО ДНИЩА С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКОЙ И ДНИЩА С ПАТРУБКОМ

В.П.Дорохов, А.И.Дементьев (Иркутск)

Исследование напряженного состояния толстостенного сосуда с полусферическим днищем, имеющим в центре патрубок, проведено методом "замораживания" /1,2/ на модели из материала ЭДБ-МТГФА. Внутреннее давление величиной $P=1,2 \text{ кг}/\text{см}^2$ создавали азотом. Оптические измерения проведены на поляриметре КСП-7. По данным нормального просвечивания двух семейств ортогональных срезов с применением графического интегрирования уравнений равновесия в цилиндрической и прямоугольной системах координат были определены компоненты напряженного состояния σ_θ , σ_z и σ_y . В пределах днища (рис.1) напряжение σ_y совпадает с σ_θ (полярная система координат); в пределах стенки сосуда и патрубка σ_y совпадает с σ_z (цилиндрическая система координат). Результаты сопоставления напряжений, полученных нами, в стенке сосуда с точным решением Ламе согласуются с выводом /2/ о неравномерном затухании краевого эффекта для различных компонентов напряженного состояния. Напряженное состояние в полусферическом днище с патрубком характерно тем, что напряжение σ_θ на внутренней поверхности днища имеет два пика с противоположными знаками, тогда как в днище без патрубка /2/ напряжение

для σ_θ (полярная система координат); в пределах стенки сосуда и патрубка σ_y совпадает с σ_z (цилиндрическая система координат). Результаты сопоставления напряжений, полученных нами, в стенке сосуда с точным решением Ламе согласуются с выводом /2/ о неравномерном затухании краевого эффекта для различных компонентов напряженного состояния. Напряженное состояние в полусферическом днище с патрубком характерно тем, что напряжение σ_θ на внутренней поверхности днища имеет два пика с противоположными знаками, тогда как в днище без патрубка /2/ напряжение



σ_y - растягивающее и не меняет знака по толщине. Напряжение σ_y значительно превышает напряжение σ_z в стенке сосуда и расчетное напряжение σ_y^* для сферы, нагруженной внутренним

давлением. Тангенциальное напряжение σ_θ на внутренней поверхности патрубка (рис.2) превышает соответствующее напряжение в стенке и днище сосуда. Однако расчет эквивалентных напряжений по 4-ой теории прочности показал, что $\sigma_{экв}$ на внутренней поверхности цилиндрической части сосуда и патрубка несколько выше, чем соответствующие напряжения в днище, но не превышают теоретического значения эквивалентных напряжений для цилиндра ($\sigma_{экв}=2,3P$).

При исследовании модели была выполнена проверка удовлетворения условий статики, охватывающая все компоненты

напряженного состояния. Наибольшая точность получена при определении напряжения σ_θ в стенке сосуда и составила 1,8% при максимальном отклонении от +2,1% до -3,2%.

Л и т е р а т у р а

1. Пригородский Н.И., Бугаенко С.Е. Метод исследования концентрации напряжений в патрубках сосудов, находящихся под внутренним давлением. Сб."Поляризационно-оптический метод исследования напряжений". М., "Наука", 1965, 82-93.
2. Максутова Т.Д. Фотоупругое исследование влияния формы днища на напряженное состояние толстостенных сосудов. Сб. "Исследования по упругости и пластичности", 1965, №4, 193-206.

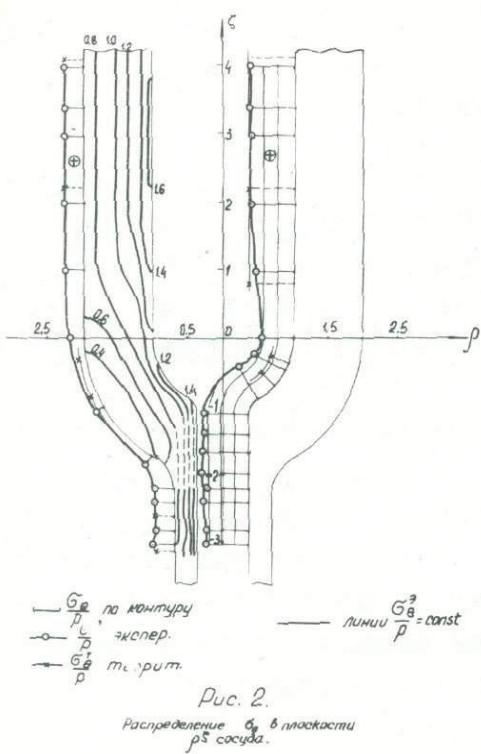


Рис. 2.
Распределение σ_θ в плоскости $r\theta$ сосуда.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ
В РОТОРАХ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МАШИН
Б.Ф.Гусаков (Москва)

Предлагаемая методика предусматривает исследование напряженного состояния роторов центробежных машин, в частности роторов сепараторов, представляющих собой объемные конструкции сложных геометрических форм, испытывающих воздействие центробежных нагрузок собственных масс и давления сепарируемой жидкости.

В едином скоростном режиме испытываются две модели, изготовленные из оптически чувствительного материала, которые проходят цикл "замораживания" при воздействии указанных нагрузок.

В качестве среды, имитирующей сепарируемую жидкость и обеспечивающей надежную герметизацию соединений элементов моделей при выполнении требуемых условий затяжки, приняты кремнеорганические жидкости и каучук марки СКТ объемного веса

$$\gamma_m^* = (0,75 \pm 0,85) \cdot 10^{-3} \text{ кг/см}^3.$$

После исследования срезов "замороженных" моделей и построения эпюр напряжений /1/ от воздействия центробежных нагрузок собственных масс и совместного действия этих нагрузок и давления среды, имитирующей жидкость, осуществляется переход с модели на натуру. Для этого дополнительно, как результат разности ординат этих эпюр, строится эпюра напряжений только от давления жидкости, которая с эпюрой напряжений от собственных масс определяет напряжения в натуре.

Напряжения для натуры определяются:

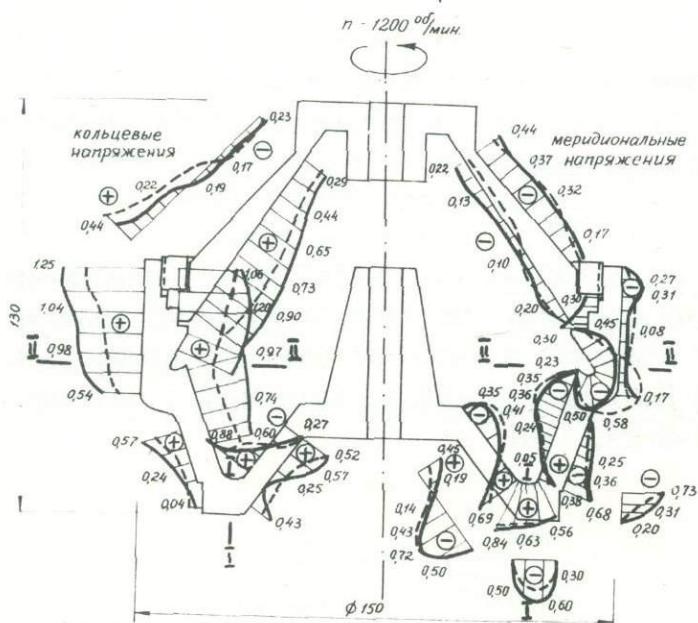
$$\text{кольцевые} - \tilde{\sigma}_{ht} = \frac{\beta}{\alpha^2} \left[\tilde{\sigma}_{omt}^c \pm \varphi \tilde{\sigma}_{umt}^c + \frac{\lambda_h \psi_h}{\lambda_m \psi_m} (\tilde{\sigma}_{omt}^* \pm \varphi \tilde{\sigma}_{umt}^*) \right] \quad (1),$$

$$\text{меридиональные} - \tilde{\sigma}_{nht} = \frac{\beta}{\alpha^2} \left[\tilde{\sigma}_{omt}^c \pm \varphi \tilde{\sigma}_{umt}^c + \frac{\lambda_h \psi_h^2}{\lambda_m \psi_m^2} (\tilde{\sigma}_{omt}^* \pm \varphi \tilde{\sigma}_{umt}^*) \right] \quad (2),$$

где $\tilde{\sigma}_{omt}^c$, $\tilde{\sigma}_{omt}^*$, $\tilde{\sigma}_{umt}^c$, $\tilde{\sigma}_{umt}^*$ — средние кольцевые и меридиональные напряжения (растяжения или сжатия) в срединной поверхности элементов ротора от центробежных нагрузок собственных

масс и давления жидкости; $\sigma_{имт}^c$, $\sigma_{имт}^ж$, $\sigma_{имт}^с$, $\sigma_{имт}^ж$ - напряжения от изгиба элементов модели ротора при действии тех же нагрузок; α и β - коэффициенты геометрического и силового подобия; $\lambda_h = \gamma_h^ж / \gamma_h$, $\lambda_m = \gamma_m^ж / \gamma_m$ - коэффициенты соотношения объемных весов жидкостей и материалов натуры и модели; $\psi_h = R_h^2 - R_{он}^2 / R_h^2$, $\psi_m = R_m^2 - R_{ом}^2 / R_m^2$ - коэффициенты наполнения натуры и модели, R_h , $R_{он}$, R_m , $R_{ом}$ - внутренние радиусы элементов ротора и его модели и радиусы внутренней поверхности жидкости в натуре и модели; $\varphi = \frac{1-M_h}{1-M_m} / 1/2$ - коэффициент учета влияния неравенства M_h , M_m .

Данная методика моделирования нашла применение при исследовании ряда конструктивных форм роторов промышленных сепараторов, в частности при исследовании напряженного состояния сепаратора сгустителя большой производительности на стадии его проектирования. Результаты исследования моделей, выполненных геометрически подобными ($\alpha = 5$) будущей конструкции и испытанных в едином скоростном режиме ($n = 1200$ об/мин), представлены на эпюрах (рис. I).



В таблице дано сопоставление значений напряжений на контурах элементов натурного ротора ($n = 4500$ об/мин), полученных в результате аналитического решения и эксперимента.

Масштабы	Напряжения на наружном контуре		Напряжения на внутреннем контуре	
	меридиональные	кольцевые	меридиональные	кольцевые
I - I	по расчету			
	- I987	I250	I810	I733
II - II	по эксперименту			
	- I626	900	I814	I720
II - II	по расчету			
	I960	2920	-I500	I960
II - II	по эксперименту			
	295	2010	-I635	I630

Некоторые расхождения результатов расчета и эксперимента в основном объясняются отличием расчетной схемы от действительной формы конструкции.

Л и т е р а т у р а

- Гусаков Б.Ф., Гаврикова В.А. Исследование напряженного состояния роторов центрифуг методом оптического моделирования. Химическое и нефтяное машиностроение, №7, 1968.
- Пригородовский Н.И. Напряжения и деформации в деталях и узлах машин. М., Машгиз, 1961.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В БЛИЗИ КРОМКИ СТЯЖНОЙ ВТУЛКИ

В.С.Сумцов, М.Л.Туровский, В.Н.Шаповалов,
А.М.Шифрин (Харьков)

Испытания соединения "вал-втулка" при циклическом знакопостоянном изгибе показали, что первая трещина усталости появляется в зоне сжатия у кромки стяжной втулки. Наличие трещины в зоне сжимающих напряжений изгиба отмечено в /I/, но подробно это явление не исследовалось.

Цель этой работы состояла в изучении напряжений в сечениях вала, расположенных у кромки втулки, в зависимости от формы соединяемых деталей в этой зоне. Задача решалась на плоских моделях соединения. Было испытано 10 вариантов модели втулки (I + X) с различным конструктивным выполнением концевых частей и 4 варианта модели вала (A, B, V, Г), рис. I. Модели втулки (оргстекло) и модели вала (ЭДБ холодного и горячего отверждения) были тщательно изготовлены, причем их контактные поверхности в последней стадии обрабатывались на притирочной плите. Предварительная затяжка соединения осуществлялась в специальном приспособлении; усилие затяжки измерялось по полосам интерференции в центре дисков-оптических динамометров. Нагрузка, вызывающая изгиб соединения, прикладывалась посередине модели втулки (вал опирался на две опоры).

Испытания соединения "вал-втулка" были проведены при условии, что

$$K = \frac{Q_{\text{мод}}}{\bar{\sigma}_{\text{мод}}} = \frac{Q_{\text{дем}}}{\bar{\sigma}_{\text{дем}}},$$

где $Q_{\text{мод}}, Q_{\text{дем}}$ - среднее давление затяжки на контактной поверхности модели и натуры; $\bar{\sigma}_{\text{мод}}, \bar{\sigma}_{\text{дем}}$ - номинальные напряжения изгиба модели и натуры.

Нагружение соединения производилось статически, равными ступенями (3-4 ступени), при одной затяжке так, что $K \approx 0,02 \div 0,09$. Коэффициенты геометрического и силового подобия приняты равными I и 20 соответственно.

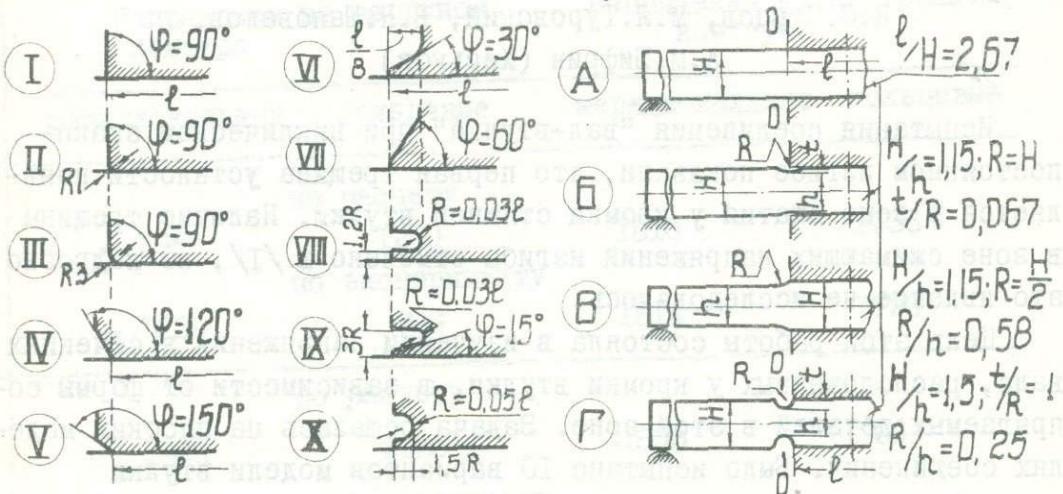


Рис. I. Варианты моделей втулки и вала

Для оценки концентрации сжимающих напряжений в опасных сечениях вала (сечения 0-0, рис. I) введен коэффициент концентрации

$$\alpha_b = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}$$

Здесь σ_{\max} – наибольшее напряжение в опасном сечении вала определяется по картинам полос;

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{M_{0-0}}{W} - \text{номинальное напряжение изгиба в том же сечении, } M_{0-0} - \text{изгибающий момент, } W - \text{момент сопротивления.}$$

В таблице I даны величины α_b для соединения "вал А – втулка I + X". Для соединения Б-І $\alpha_b = 1,19; 1,16; 1,19$, что соответствует $K = 0,0296; 0,0443; 0,0888$. Для соединения В-І $\alpha_b = 1,19$ и для соединений Г-І и Г-ІХ $\alpha_b = 1,5$ – при всех значениях

$$K = 0,0222; 0,0333; 0,067.$$

Таблица I

K	: ВАЛ:	: : I : П-Ш : IУ-У : УI : УП : УШ : IX : X	α_6							
			В Т У Л К А							
			I	II	III	IV	V	VI	VII	X
0,0222		I,56 I,42 I,49 I,01 I,21 I,05 I,12 I,II								
0,0278	A	I,42 I,42 I,42 I,03 I,24 I,05 I,12 I,08								
0,0371		I,42 I,42 I,42 I,02 I,19 I,04 I,15 I,II								
0,0574		- I,35 - I,03 - I,01 - -								

Для соединений А-I, А-U1, А-IX произведено подробное изучение напряженного состояния в характерных сечениях вала и по линии контакта (определялись напряжения σ_x , σ_y , τ_{xy}). Оказалось, что наиболее благоприятно напряжения распределяются в соединении А-U1 и наименее благоприятно - в А-I: для K, указанных в табл. I, между валом и втулкой нет сплошного контакта так, что действие кромок втулки на вал аналогично действию сил, сосредоточенных на весьма узкой полоске.

Анализ результатов исследования позволяет сделать следующие выводы: 1) в сжатых зонах вала А, расположенных у кромок втулки, возникает значительное возмущение напряжений, уровень которого зависит от формы и жесткости концевых частей втулки; концентрация напряжений заметно уменьшается с уменьшением жесткости этих частей (варианты U1, UШ, IX, X); 2) плавное изменение формы вала у кромки втулки уменьшает концентрацию напряжений (валы Б, В), но в меньшей степени, чем уменьшение жесткости концов втулки; в случае глубокой выточки на валу (вал Г) α_6 остается весьма большим; 3) изменение величины K в указанных здесь диапазонах мало изменяет α_6 .

Л и т е р а т у р а

1. Школьник Л.М. Повышение прочности осей железнодорожного подвижного состава. Изд-во "Транспорт", М., 1964.
2. Заварцева В.М. Применение поляризационно-оптического метода к изучению напряжений в зоне контакта изогнутой балки с накладками. Повышение прочности элементов конструкций и деталей машин, кн. 91, Сб. ЦНИИТМАШ, 1959.

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
РЕЖУЩЕЙ ЧАСТИ ИНСТРУМЕНТА С ПРИМЕНЕНИЕМ ОПТИ-
ЧЕСКОГО КВАНТОВОГО ГЕНЕРАТОРА

М.Х.Утешев, В.А.Сенюков, В.В.Герасимов
(Тюмень)

Несмотря на важность исследований, связанных с прочностью и износом режущих кромок, а также качеством обработанной поверхности, в настоящее время нет экспериментальных методик исследования непосредственно режущей кромки различной формы. К трудностям экспериментального исследования напряженного состояния режущих кромок можно отнести малые размеры контактной площадки (0,5-2,0 мм), высокий градиент напряжений. Кроме этого, место контакта труднодоступно : исследование связано с динамикой процесса.

При решении этой задачи методы двухразмерной фотоупругости, позволяющие экспериментально определить направления и разности главных напряжений, не обладают точностью с применением обычного источника света. Трудоемкость разделения нормальных напряжений не позволяет провести исследование в широком диапазоне изменения геометрии режущей части и параметров обработки.

Ценным дополнением этих измерений является экспериментальное определение суммы главных напряжений ($\sigma_1 + \sigma_2$) в каждой точке исследуемого поля.

Применение различных экспериментальных и расчетных методов, кроме приводимого ниже, для решения поставленной задачи не дало положительных результатов. Для получения картины изопахик и определения суммы главных напряжений ($\sigma_1 + \sigma_2$) в любой точке режущей части инструмента был применен ОКГ (газовый лазер $\lambda = 6328 \text{ \AA}$). Используя картины изопахик, полос и систему изоклин, возможно определить все компоненты напряжений в любой точке режущей части инструмента. Каждое из главных напряжений σ_1 и σ_2 в отдельности определим из уравнений:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_{0y} \cdot n_u ,$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_{0p} \cdot n_p ,$$

где B_{0x} , B_{0y} – соответственно постоянные изопахики и полосы; σ_{ij} , ν_{ij} – соответственно порядок изопахики и полосы в любой точке на модели.

Порядок изопахики определялся по известным из картины полос величинам напряжений на задней поверхности режущей части инструмента.

Для исследования напряженного состояния режущей части инструмента была спроектирована и изготовлена установка, которая монтировалась на токарный станок. В качестве источника когерентного излучения был применен ОКГ (лазер).

Установка с применением ОКГ (лазера) для исследования напряженного состояния режущей части инструмента в процессе резания металлов /2/ позволяет наблюдать и фиксировать на пленку все необходимые интерференционные картины. Установка может работать в проходящем и отраженном свете, а также настраиваться по голографической схеме.

В опытах использовались модели из органического стекла и эпоксидной смолы ЭПД-6, обработанные в комплекте с высокой степенью точности и идентичности.

Интерференционная картина фиксировалась на негатив с 4-6 кратным увеличением. Использование эффекта муара или метод непосредственного вычитания позволяют получить картину изопахик /1,3/. Дальнейшая обработка негативов проводилась при их увеличении до 200^х. Такая последовательность работы обеспечивала получение четких картин изопахик полей напряжений весьма малых размеров (1 мм²). Обработка картин изопахик, полос и системы изоклий проводилась в одном масштабе. В необходимых случаях общее увеличение достигало 1200^х.

Проверка точности методики проводилась на радиально сжатом диске и призме.

Сравнение эпир распределения суммы главных напряжений, построенных по теоретическим формулам и полученных экспериментально, показало полное совпадение в сечениях, расположенных на некотором расстоянии от точек приложения нагрузки. Некоторое несовпадение кривых в зоне приложения нагрузки объясняется тем, что в эксперименте нагрузки прикладывались на некоторой площадке. Сравнение эпир распределения компонентов напряжений, полученных по теорети-

ческим формулам и экспериментально, показало высокую точность данной методики. Также было проведено сравнение экспериментальной картины изопахик с теоретической, построенной на основании численного решения дифференциального уравнения Лапласа. Проверка точности методики показала, что погрешности измерения компонентов напряжений не превышают 5%.

Применение данной установки и методики экспериментального исследования позволило определить все компоненты напряжений на контактной площадке и внутри режущей части инструмента. Геометрия режущей части инструмента: $\angle = \gamma' = 10^\circ$, $\lambda = 0^\circ$, $\rho = 0,35 \times 10^{-3}$ м, $a = 0,5 \times 10^{-3}$ м, $\gamma_f = 0^\circ$, -10° , -20° , $f = (0,4 \pm 0,09) \times 10^{-3}$ м. Обрабатываемый материал — свинец. Одновременно с фиксированием интерференционных картин производилась регистрация сил резания высокочувствительным динамометром.

Для проведения экспериментов у резцов искусственно доводились фаски и переход между передней и задней гранями по цилиндрической поверхности. Величина фаски и радиуса округления и отклонение от формы цилиндрической поверхности контролировались при увеличениях до 200 раз.

Эпюры распределения нормальных напряжений характеризуются наличием максимума на дуге перехода, касательные напряжения в этой точке отсутствуют. Касательные напряжения на передней и задней поверхностях инструмента характеризуются наличием участков с максимальными значениями.

Линию на цилиндрической окруженной режущей кромке, на которой касательные напряжения изменяют направление, можно назвать нейтральной, разделительной линией. Эта линия является границей между передней и задней поверхностями инструмента. На рис. I точка С — нейтральная, разделительная точка, вершина режущей кромки. В точке С касательные напряжения отсутствуют, положение точки определяется величиной радиуса округления и нейтральным углом ψ .

В зоне контакта режущего инструмента с окруженной режущей кромкой на контуре в процессе резания имеются три характерные точки С, А, В.

В точке отрыва стружки от передней поверхности (точка А) все компоненты напряжений равны нулю, т.е. имеется особая точка на

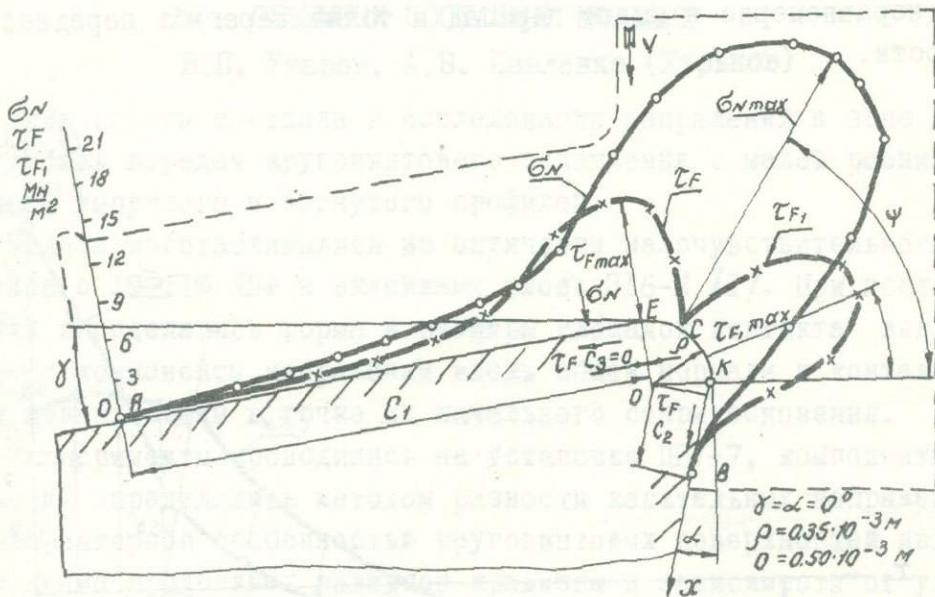


Рис. I. Контактные напряжения на резце с
округленной режущей кромкой

контуре, где $\sigma_x = 0$, $\sigma_N = 0$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$). В точке прекращения контакта задней поверхности с обрабатываемым изделием (точка В): $\sigma_2 = \sigma_k$, $\sigma_1 = \sigma_N = \sigma_y = 0$.

Главные нормальные напряжения σ_1 и σ_2 на контуре режущей части инструмента распределены неравномерно. На контуре режущей части инструмента в пределах зоны контакта главные нормальные напряжения σ_2 — сжимающие. В точке отрыва стружки от передней поверхности они равны нулю, по направлению к округленной режущей кромке увеличиваются. Максимального значения главное нормальное напряжение достигает на округленной режущей части ниже нейтральной разделятельной точки С. За пределами контакта на задней поверхности главное нормальное сжимающее напряжение уменьшается при удалении от вершины резца. За пределами контакта на передней и задней поверхностях главные нормальные напряжения равны нулю. Наиболее опасным с точки зрения контактной прочности является участок зад-

ней поверхности, расположенный на округленной режущей кромке вблизи нейтральной точки С.

На рис.2 приведены эпюры распределения касательных и нормальных напряжений в зависимости от величины упрочняющей фаски. Анализ эпюр показывает, что нормальные напряжения распределяются очень неравномерно и имеют перепад в точке перегиба передней поверхности.

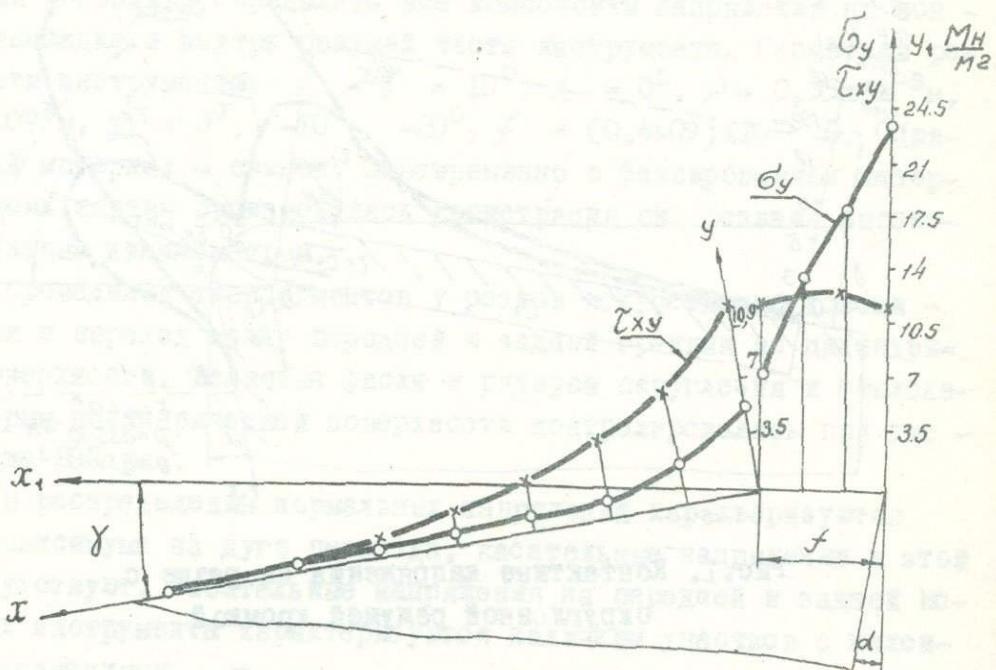


Рис.2. Контактные напряжения на резце с упрочняющей фаской

Л и т е р а т у р а

1. Александров А.Я., Ахметзянов М.Х. О применении лазеров для раздельного определения напряжений при поляризационно-оптических исследованиях. ПМТФ, 1967, №5.
2. Утешев М.Х., Сенюков В.А. Установка для исследования напряженного состояния режущей части резца в процессе резания. Сб. "Прикладная механика и машиностроение", вып. 8, Тюмень, 1969.
3. Утешев М.Х., Сенюков В.А. Некоторые результаты исследования напряженного состояния режущей части инструмента при помощи лазера. Сб. "Прочность режущего инструмента", М., 1969.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗОНЕ КОНТАКТА
ЗУБЬЕВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ НА
ОБЪЕМНЫХ СОСТАВНЫХ МОДЕЛЯХ

В.П. Указов, А.В. Павленко (Харьков)

Цель работы состояла в исследовании напряжений в зоне контакта зубьев передач круговинтового зацепления с малой разницей радиусов выпуклого и вогнутого профилей.

Модели изготавливались из оптически малочувствительного оргстекла с 10-11% ДБФ и вклейками слоев ЭД6-М /1/. При исследованиях определялись форма и размеры площадок контакта величины τ_{max} и компоненты напряжений вдоль общей нормали к контактирующим поверхностям в точке их начального соприкосновения.

Эксперименты проводились на установке ШУ-7, компоненты напряжений определялись методом разности касательных напряжений.

Характерной особенностью круговинтовых поверхностей является изменение продольных радиусов кривизны в зависимости от угла α_2 , вследствие чего форма площадки контакта, особенно при малых относительных разницах радиусов профилей λ , отличается от эллипса (рис.1).

На рис.2 представлены компоненты напряжений для нагрузки Р=250 кг, при которой размеры площадок контакта были большими по сравнению с толщиной вклейки.

На рис.3 приведен усредненный коэффициент ξ , показывающий расхождения в напряжениях, измеренных на моделях и найденных по формуле Герца для точечного контакта тел /2/. Этот коэффициент позволяет в первом приближении проводить оценку величины максимального давления P_{max} в месте контакта круговинтовых поверхностей.

$$P_{max} = \xi n_p \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{\sum k}{2} \right)^2 P},$$

где ξ - поправочный коэффициент (рис.3).

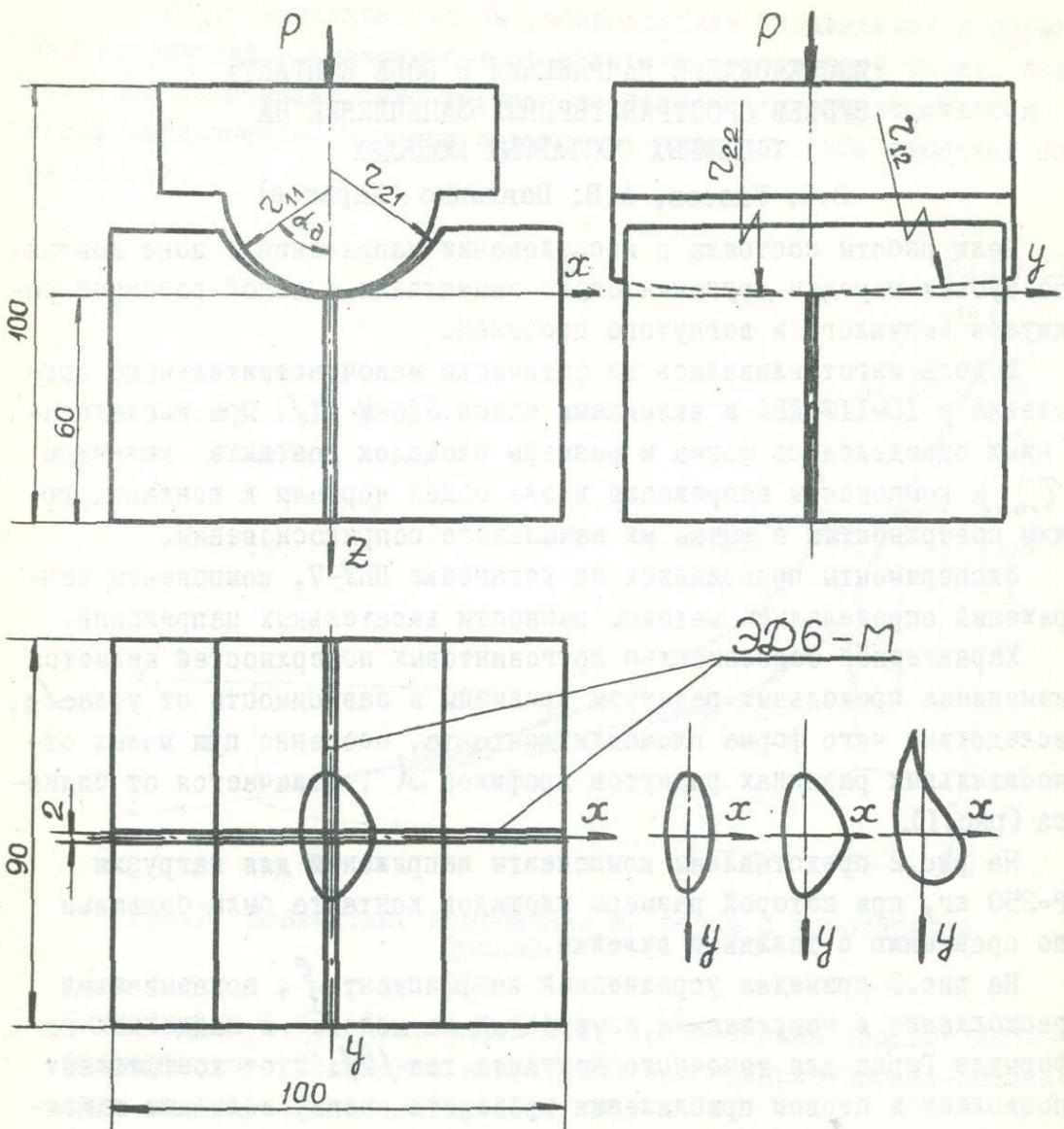


Рис. I. Модели круговинтовых поверхностей ($R_{22} = \infty$).

Оценка точности измерения напряжений проводилась на задаче Герца. Расхождения в измеренных и расчетных напряжениях находились в пределах 8-14%, наибольшие отклонения относились к точкам, удаленных от площадки контакта.

Отклонения размеров площадки контакта от расчетных составляют 5-8%, наличие тонкого слоя графита или слоя тонкой копировальной бумаги не вызывает изменений в картине полос и изоклинов.

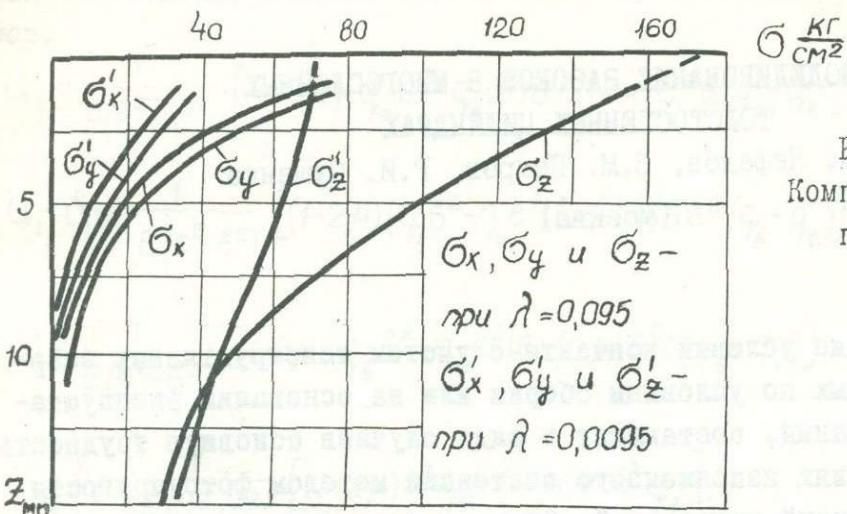


Рис.2.
Компоненты на-
пряженний

Оценка степени влияния слоя оптически малочувствительного материала, расположенного до и после слоя ЭДБ-М, тоже не показала заметных расхождений в величинах разности хода (не более 2-3%).

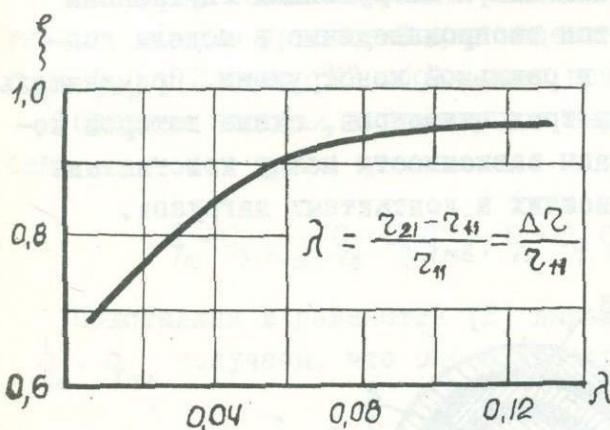


Рис.3.
Поправочный коэффи-
циент к формуле
Герца

Л и т е р а т у р а

1. Пригородский Н.И. Напряжения и деформации в деталях и узлах машин. Машгиз, М., 1961.
2. Попомарев С.Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Машгиз, М., 1959.
3. Указов В.П. Влияние геометрии на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев Новикова. Тр. ХИИТ, вып.80, изд. Транс-порт, 1966, 92-103.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАЗОРОВ В МНОГОСЛОЙНЫХ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРАХ

В.М. Нефедов, В.М. Петров, Р.И. Сущенко
(Москва)

Моделирование условий контакта с учетом конструктивных зазоров, назначаемых по условиям сборки или на основании эксплуатационных требований, составляет в ряде случаев основную трудность при исследованиях напряженного состояния методом фотоупругости с "замораживанием" напряжений. Общая методика такого моделирования приведена в работе /1/.

При исследовании напряженного состояния многослойных цилиндров, собранных с зазорами и натягами и нагруженных внутренним давлением, существенным является воспроизведение в модели контактных давлений, возникающих в реальной конструкции. Применительно к конструкции, собранной из трех цилиндров, схема которой показана на фиг. I, были исследованы зависимости между константами подобия геометрии, зазоров, внешних и контактных нагрузок.

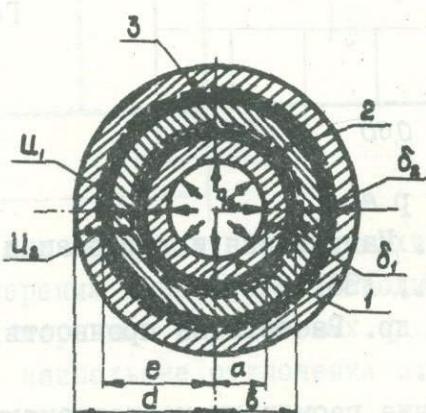


Рис. I. Схема нагружения зазоров и перемещений в конструкции из трех цилиндров

В качестве основы использовались зависимости Ламе для радиальных перемещений сопрягаемых точек поверхностей нагруженных цилиндров.

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{E(\beta^2 - \alpha^2)} [(1-2\mu)(q_a \alpha^2 - q_b \beta^2) \beta + (1+\mu) \alpha^2 \beta (q_a - q_b)], \\ U_1 - \delta_1 &= \frac{1}{E(e^2 - \beta^2)} [(1-2\mu)(q_b \beta^2 - q_e e^2) \beta + (1+\mu) \beta e^2 (q_b - q_e)], \\ U_2 &= \frac{1}{E(e^2 - \beta^2)} [(1-2\mu)(q_b \beta^2 - q_e e^2) e + (1+\mu) \beta^2 e (q_b - q_e)], \\ U_2 - \delta_2 &= \frac{1}{E(d^2 - e^2)} [(1-2\mu)e^3 q_e + (1+\mu)e d^2 q_e]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь кроме обозначений, указанных на рис. I. Е-модуль упругости, μ - коэффициент Пуассона материала реальной конструкции.

В результате совместного решения системы уравнений (1) и аналогичной системы уравнений для модели были найдены значения q_b , q_e , q_{mb} , q_{me} . Индекс "M" обозначает принадлежность величины модели.

Условием подобия контактных и внутренних давлений будут равенства

$$q_a = C_q q_{ma}, \quad q_b = C_q q_{mb}, \quad q_e = C_q q_{me} \quad (2)$$

Подставляя в равенства (2) выражения для q_a , q_{ma} , q_b , q_{mb} , q_e , q_{me} получаем, что оно будет справедливо, если

$$\frac{\delta_1}{\delta_{M1}} = \frac{\delta_2}{\delta_{M2}} = C_{\delta} = C_{\delta_1} = C_{\delta_2} = \frac{2-\mu}{2-\mu_M} \frac{C_q C_r}{C_E} \quad (3)$$

Здесь С - константа подобия величин, обозначенных индексом внизу справа.

Соотношение (3) получено для случая $\mu_M = 0,5$. Зависимость (3) позволяет устанавливать масштаб зазора в модели, обеспечивающий подобие контактных и внутренних давлений.

Полученные результаты проверялись для случая моделирования конструкции из трех цилиндров со следующими исходными данными:
 $E=2,1 \cdot 10^6$ кг/см², $E_m=2,4 \cdot 10^2$ кг/см², $C_q=2400$, $\mu=0,3$;
 $\mu_m=0,5$, $C_a=C_g=C_e=C_d=5$, $C\delta_1=C\delta_2=1,5$.

В результате для $\delta_1=0,05$ мм и $\delta_2=0,05$ мм были получены следующие величины контактных давлений: $q_g=683$ кг/см², $q_e=112$ кг/см², $C_q q_{me}=686$ кг/см², $C_q q_{me}=111$ кг/см².

Л и т е р а т у р а

1. Напряжения и деформации в деталях и узлах машин, под ред. Н.И.Пригородского. М., Машгиз, 1961.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

Б.М.Баришпольский, М.Ш.Варвак (Киев)

Рассматривается осесимметрическая контактная задача для анкерного устройства, которое представляет собой толстостенную цилиндрическую оболочку с переменной по высоте толщиной стенки (рис. I).

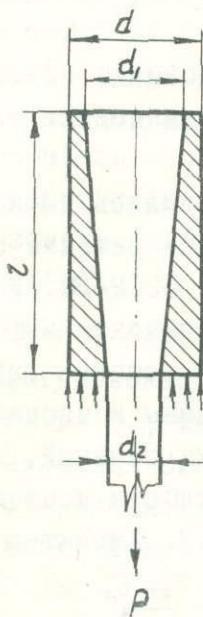


Рис. I. Чертеж модели

Центральное коническое отверстие оболочки заполняется прядями каната-вант, которые заливаются сплавом ЦАМ-9-1,5, образуя вкладыш. Анкер опирается на металлическую конструкцию, предполагаемую жесткой и несмещающейся.

Исследовалось методом замораживания объемное напряженное состояние анкерного стакана при действии осевой растягивающей нагрузки, приложенной к ванту. Рассмотрены три типа стаканов с геометрическими размерами, приведенными в таблице I.

Таблица I

Размеры(мм)	Тип		
	I	II	III
z	200	300	300
d	170	210	170
d ₁	124	148,6	148,6
d ₂	75	75	75

Модели анкерного устройства изготавливались из оптически чувствительного материала ЭД-БМ /I/ путем механической обработки отдельных деталей. Модель конического вкладыша была закончена цилиндрическим стержнем, имитирующим трос ванта. Длина этого стержня выбиралась из условия, что вдали от анкерного стакана в трофеях имеют место равномерные растягивающие напряжения, и составляла 75-100 мм. По оси вкладыша был заполимеризован стальной стержень \varnothing 5 мм, через который прикладывалась нагрузка к испытываемой модели.

Обычно, применяемые методы для изготовления моделей /2/ не позволяют создать плотный контакт соприкасающихся поверхностей. Контакт был достигнут за счет заполнения зазоров между деталями модели при их фиксированном положении слоем эпоксидного клея. На внутреннюю поверхность стакана наносился тонкий слой клея. Поверхность конического вкладыша покрывалась антиадгезионным покрытием из алкилхлорсиленов путем ополаскивания /3/. Вкладыш вставлялся в анкерный стакан и в собранном виде модель выдерживалась при температуре $35\text{--}40^{\circ}\text{C}$ в течение 12 часов до окончательной полимеризации клея. Изложенная методика позволила получить идеальный контакт соприкасающихся поверхностей исследуемых моделей без какого бы то ни было слипания отдельных деталей.

Модели замораживались в воздушной среде в условиях, обеспечивающих их равномерный прогрев под нагрузкой: для модели типа I-60 кг, типа II-45 кг, типа III-30 кг.

Оптические измерения в срезах моделей производились на координатно-синхронном поляриметре КСП-7 /4/. Численное решение задач по результатам этих измерений получено на ЭВМ-БЭСМ-3М. Использовались программы блока математического обеспечения информационно-логической системы для автоматизированного решения задач фотоупругости, разработанные в НИИСК. Были вычислены компоненты напряжений σ_z , σ_θ , σ_n , τ_{zz} в точках намеченных сечений, нормальные σ_n и касательные τ_n напряжения на поверхности контакта. Распределение их в модели типа I показано на рис.2. Характер со-

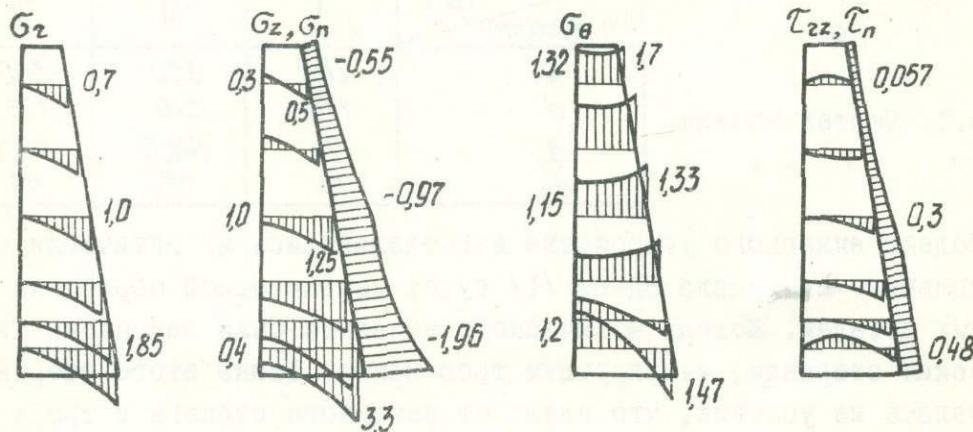


Рис.2. Эпюры напряжений $\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_n, \tau_{zz}, \tau_n$ в модели типа I

ответствующих эпюрах в моделях типа II и III аналогичен предсказанному.

Приведенные результаты показывают, что наиболее напряженным местом конструкции является зона опоры анкерного стакана. В верхней части модели имеют место растягивающие напряжения σ_z , вызванные изгибом анкерного стакана за счет касательных напряжений в зоне контакта. Наличие сил трения между анкерным стаканом и опорным устройством вызывает в модели сжимающие кольцевые напряжения σ_θ , быстро затухающие с увеличением координат z и z' . Величины напряжений σ_θ плавно возрастают от свободного торца к опорной части модели. Максимальные касательные напряжения τ_{zz} и $\tau_{\theta\theta}$ развиваются в средней части по высоте анкерного стакана.

Характер их распределения вполне согласуется с формой эпюра касательных напряжений, имеющих место в задаче на выдергивание стержня из массива.

Результаты исследований моделей анкерных устройств были использованы при проектировании вантового покрытия гаража в г. Киеве.

Л и т е р а т у р а

1. Пригородский Н.И. Напряжения и деформации в деталях и узлах машин, М., Машгиз, 1961.
2. Шихобалов С.П. Некоторые вопросы исследования объемной задачи поляризационно-оптическим методом. Сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", Л., изд-во ЛГУ, 1960, 57-65.
3. Барышпольский Б.М., Говорова З.П. Антиадгезионное покрытие стеклянных форм для полимеризации оптически чувствительного материала. Заводская лаборатория, 1970, №9, 1130-1132.
4. Эдельштейн Е.И. Координатно-синхронный поляриметр КСП-7. Сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", Л., изд-во ЛГУ, 1966, 498-513.

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОПТИМИЗАЦИИ ПРОУШИН, ВЫПОЛНЕННЫЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

И.П.Сухарев (Москва)

Напряжения в проушинах, передающих осесимметричную нагрузку, подробно исследованы поляризационно-оптическим методом /1-10/. Обобщение экспериментальных данных и новые результаты, полученные автором, позволяют выбрать оптимальные параметры ушковых наконечников.

Модели из оптически-активного оргстекла "ОАСО" имели различные параметры головок и переходной части. "Абсолютно" жесткий палец диаметром 40 мм вставлялся в отверстие с весьма малым зазором $\Delta \approx 0$, так что зависимость "нагрузка-напряжение" считалась линейной. Это условие принималось и при отборе экспериментальных данных из литературы.

За критерий оптимизации принимался минимальный относительный вес (объем) проушины при наименьших максимальных напряжениях σ_{max} в опасных сечениях.

Проушины со скругленной головкой

Влияние относительной ширины проушины и скругления головки на величину σ_{max} оценим коэффициентами K_b и C_b :

$$K_b = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} = C_b \left(1 - \frac{d}{2R}\right),$$

где $\sigma_n = P/(2R-d)t$, t - толщина проушины (рис.1).

Минимальные значения C_b определяют оптимальный параметр $d/2R$, который для скругленной головки проушины равен $0,35 \div 0,38$, а для прямоугольной - $0,45$ при $H/2R = 0,5$.

Увеличение относительной перемычки a/b (рис.2) снижает σ_{max} в проушинах. Результаты /3, 8, 12/ и автора показывают, что предельному снижению величины K_b соответствует $a/b = 2,0$, которое увеличивает вес проушины на $\eta_v = 18\%$ от исходного веса при $a/b = 1,0$. Но оптимальным параметром

следует считать $a/B = 1,4$, когда увеличение веса на 7% снижает K_B до значения 2,5, то есть до величины только на 7%, отличающейся от наименьшего значения $K_B = 2,33$.

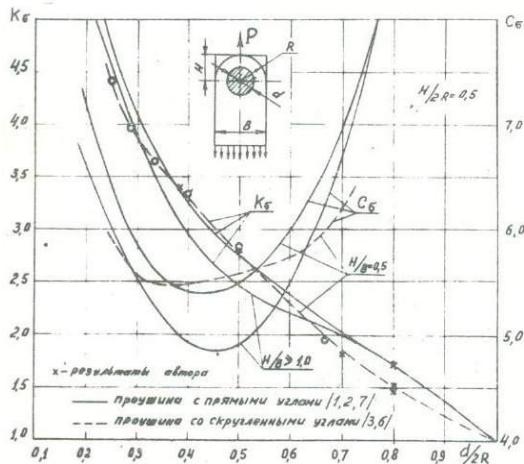


Рис.1

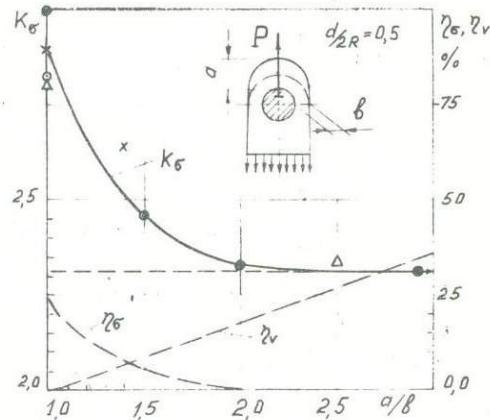


Рис.2

Проушины типа головок шатуна

Сравнение B_{\max} в проушинах, имеющих форму кольцевого бруса, с напряжениями в прямых проушинах (рис.3) показывает, что уменьшение ширины B переходной части, увеличивая угол заделки кривого бруса β , повышает B_{\max} в головке, поэтому

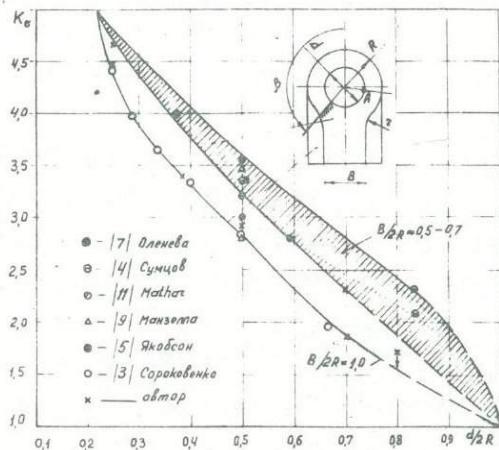


Рис.3

лучшим соотношением является $B=2R$. Если конструктивно $B=2R$ задать нельзя (требуются, например, большие углы качания штока), то следует принять для проушин тяг, шатунов, штоков формы "2" или "e" (рис.4) с $B=R$.

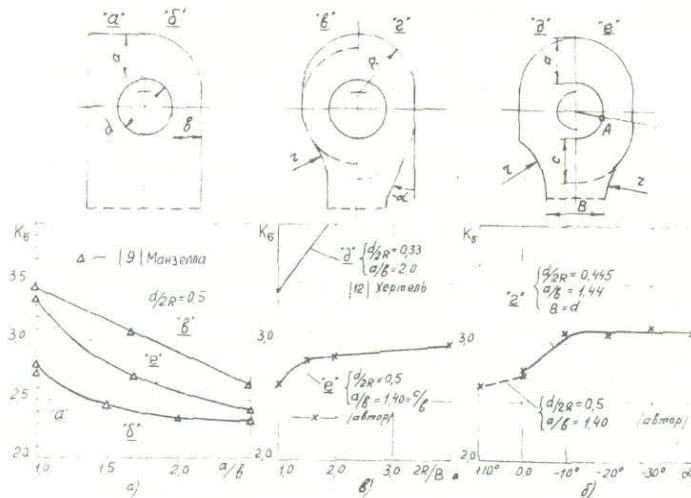


Рис.4

Влияние угла α для формы "2" существенно в пределах $\pm 10^\circ$ (рис.4б), поэтому для уменьшения веса следует задать $\alpha \approx -40^\circ$ при $a/B=c/B=1,4$. Оптимальный параметр $d/2R=0,45$, но для проушин, работающих при циклических нагрузках, его уменьшают до 0,36 /12/. Иногда при известной эксплуатационной прочности и габаритах подшипника, добиваясь равнопрочности, увеличивают параметр $d/2R$, снижая K_B .

Оптимальная форма

Малый положительный угол α , увеличивая вес проушины, несколько снижает \bar{B}_{max} (рис.4б). Если вес проушины при α равным 0° принять за $V_0=1$, считая длину переходной части равной $1,5d$ (рис.5), то вес проушины при $\alpha = 10^\circ$ равен 1,13. Но увеличение α на 10° уменьшает K_B всего на 4%.

Выборка "сердцевины" (рис.5) снижает вес и уменьшает \bar{B}_{max} на контуре. Это явление объясняется перемещением равнодействующей по отношению к нейтральной оси в опасном сечении, создающей разгружающий момент. Эксперимент показывает

(таблица 1), что утонение "сердцевины" до $t_0 = 0,2t$ при $B_0 = 0,75B$ и $\alpha = 0^\circ$, снижая вес на $\sim 17\%$, уменьшает \bar{B}_{max} на $7,5\%$, а полная выборка уменьшает вес на $21,6\%$, снижая \bar{B}_{max} на $19,7\%$. Для проушины $\alpha = 10^\circ$ эффект снижения веса менее интенсивен, а уменьшение \bar{B}_{max} практически одинаковое с проушиной $\alpha = 0^\circ$.

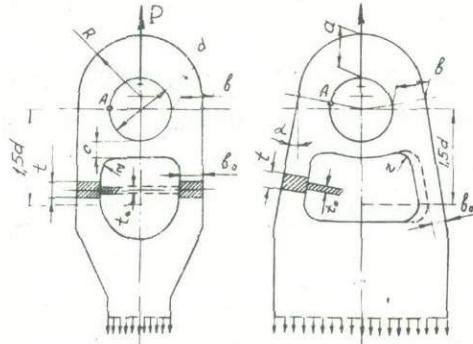


Рис.5

Ушковый наконечник, как правило, работает на растяжение и сжатие, поэтому полная выборка "сердцевины" и значительное уменьшение перемычки C (рис.5) не рекомендуется.

Таблица 1.

Параметры	$d/2R = 0,5; a/B = 1,4$						
	$\alpha = 0^\circ$			$\alpha = 10^\circ$			
t_0/t	1,0	0,2	0,0	1,0	0,2	0,0	0,0
B_0/B	-	0,75	0,75	-	0,681	0,681	0,5
K_B	2,73	2,50	2,19	2,62	2,46	2,17	2,17
K_B/K_{B0}	1,0	0,917	0,803	0,96	0,90	0,795	0,795
V/V_0	1,0	0,826	0,784	1,13	0,882	0,818	-

Расклинивающий эффект при сжатии может привести к появлению усталостных трещин (наблюдались в шатунах).

Резюмируя изложенное, можно рекомендовать оптимальную форму проушины (рис.5, $\alpha = 0$), имеющую параметры $d/2R = 0,45$; $a/B = 1,4$, $C = 2 = 0,5B$; $t_0 = 0,2t$; $B_0 = (0,5 \div 0,75)B$.

Л и т е р а т у р а

- 1.Фрохт М.М. Фотоупругость.М.-Л.ГИТТЛ, 1950, т.2.
- 2.Ковальский Б.С., Сороковенко Ф.Ф. Расчет проушины.Вестн. машиностроения, 1969, №10, 7-10.
- 3.Сумцов В.С. Исследование влияния величины зазора на концентрацию напряжений в деталях, типа замкнутых головок шатунов.Изв. высш.учебн.заведений, Машиностроение, 1960, №11.
- 4.Сумцов В.С.Некоторые данные о коэффициентах концентрации напряжений в замкнутых головках.Сб.трудов лаборатории гидравлических машин.АН УССР, 1957, вып.7.
- 5.Якобсон И.В.Экспериментальное исследование напряженного состояния деталей шарнирных соединений.Тр.ГОСНИИ ГВФ, 1958, вып.22.
- 6.Нетребко В.П., Скорый И.А. Исследование методом фотоупругости напряжений по контакту плоских круговых пар.Тр. конф."Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", изд. ЛГУ, 1960, 357-364.
- 7.Оленева В.А.Исследование напряженного состояния проушин при статическом нагружении.Сб."Конструир.крупн.машин" НИИТЯЖМАШ , УРАЛМАШ, М., 1963, вып.2.
- 8.Озеров Г.А., Селиванова М.М. Исследование напряжений в авиационных ушках световым методом.Техн.заметки ЦАГИ-ОПАК, 1935, №70.
9. Manzella G. Effect of proportions of a loaded lug on the photoelastic stress. Tech. Ital. Trieste, 1958, ser 3, I, Pub. No 16.
10. Fessler H. , Haines D.I. Photoelastic stress distributions in lugs. Aeron. Quarterly, 1959, 10, 230-246.
- II. Mathar I. Über die Spannungsverteilung in Stangenköpfen. V. D. I. Verlag, G. m. b. H, Berlin, 1928, 306.
12. Hertel H. Ermüdungsfestigkeit der Konstruktionen. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1970.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОГО МЕТОДА К ИССЛЕДОВАНИЮ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕССОВЫХ ПОСАДОК

Ю.Ю.Рубиш (Ужгород), В.И.Савченко (Киев)

Изучению напряженного состояния соединений с гарантированным натягом посвящено ряд теоретических исследований, в основу которых положен ряд упрощающих предположений о величине и характере распределения нормальных и касательных напряжений по поверхности контакта сопрягаемых деталей. Эти гипотезы не всегда обоснованы экспериментально.

Авторами разработано применение поляризационно-оптического метода к исследованию посадок. Обосновано изготовление объемных моделей таким же образом, как и натурных деталей (нагрев охватывающей детали или охлаждение охватываемой) и последующее их "замораживание" /1/. Изучены процессы формирования поверхностей контакта металлических деталей и пластмассовых моделей /2/. Установлено, что коэффициенты трения в моделях соединений при температуре "замораживания" для предложенных натягов ($f_n = 0,29 \div 0,32$) близки к коэффициентам трения для металлических соединений ($f_g = 0,34 \div 0,37$). Это позволяет предположить, что если при формировании металлических соединений (при выравнивании температур внешней и внутренней деталей) проскальзывание соединенных деталей в осевом направлении отсутствует, то отсутствует также проскальзывание в моделях.

Переход от напряжений в модели к напряжениям в натуре осуществляется по формулам:

$$\sigma_n = \sigma_m E_n / E_m \quad (\text{строгое подобие})$$

$$\sigma_n = \sigma_m E_n \Delta_n l_m / E_m \Delta_m l_n \quad (\text{расширенное подобие})$$

(Δ - натяг, l - характерный размер детали).

Изучено распределение напряжений в ряде плоских несимметричных деталей и объемных осесимметричных соединений /3/. Изменение размеров в осевом направлении соединенных толстостенных деталей при выравнивании их температуры приводит к возникновению больших кас-

тельных напряжений на поверхности контакта и осевых нормальных напряжений в объеме соединения. Это вызывает дополнительную деформацию деталей и неравномерное распределение давления на поверхностях контакта. Эти явления существующие методы расчета и другие экспериментальные методы не учитывают.

Подробно исследовано напряженное состояние толстостенного диска и вала турбины К-300-240 ХТГЗ при трех различных длинах посадочной поверхности. Определены также относительные деформации δ_x и абсолютные удлинения W вала в осевом направлении. После посадки диска на вал длина его увеличивается.

Описанная методика применима к исследованию и других классов задач. Можно изучить напряженное состояние равномерно нагретых или охлажденных деталей, имеющих вставленные элементы с различными коэффициентами теплового расширения, или конструкций, в которых эти элементы имеют температуру, отличную от температуры всей конструкции. Напряжения в этих случаях также возникают из-за натяга, пропорционального разности температур.

При этом, методом "замораживания" будут определены и касательные напряжения, возникающие на поверхностях стержней из-за неодинакового расширения в осевом направлении.

Л и т е р а т у р а

1. Савченко В.И., Рубиш Ю.Ю. Исследование напряженного состояния прессовых соединений поляризационно-оптическим методом. Прикл. мех., 1968, т. IV, вып. 8, 127-131.
2. Бобровников Г.А., Зенкин А.С., Рубиш Ю.Ю., Савченко В.И. Исследование контактной поверхности деталей и моделей, соединенных тепловыми методами. Изв. ВУЗов, Машиностроение, 1971, № 5, 65-69.
3. Sawczenko W.I, Rubisz J.J. Elastoptyczne metody wyznaczania naprezen w polaczehiach wciskanych. Rozprawy Inzynierskie, 1968, 4, 16; 517-526.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСАДОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

И.Е. Семенов-Бжов, Н.А. Степанов, И.П. Сухарев (Москва)

Точное измерение посадочных напряжений поляризационно-оптическим методом может быть выполнено только с учетом релаксационного процесса, имеющего место в фотоупругих материалах.

Отмечая несовпадение результатов, полученных из решения задачи Лямэ и фотоупругого эксперимента, некоторые авторы /1,2,3/ объясняли это явление неточностью измерения посадочных размеров.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы не применяя трудоемкую методику фотополаучести дать приближенный метод расчета начальных посадочных напряжений после фотоупругого эксперимента, проведенного в любой промежуток времени.

Задача сводится к приведению картины полос (Π_T), снятой в момент времени T к картине полос (Π_0) для $T=0$ путем построения изохронных кривых при экспериментальном решении задачи Лямэ для "абсолютно" жесткого диска, посаженного в отверстие в бесконечной пластине.

В пластину размерами $200 \times 200 \times 10,2$ мм из материала ОАСО, имеющего оптическую постоянную $B_0^{1,0} = 14,65 \frac{\text{кг}\cdot\text{полосу}}{\text{см}^2\cdot\text{см}}$, модуль упругости $E = 2,7 \cdot 10^{3\text{кг}/\text{см}^2}$ и коэффициент Пуассона $\mu = 0,371$ был запрессован стальной диск радиусом $R = 10,05$ мм с относительным натягом $\Delta = 0,005$. Посадка производилась путем температурного изменения размеров деталей.

Выравнивание температуры после запрессовки и выдерживание ее постоянной ($+19,5^\circ\text{C}$) в течение эксперимента осуществлялось с помощью устройства, представляющего из себя ванну с дистиллированной водой, подогревателя и смесителя. Термопары, вклеенные в пластину и диск, выводились на прибор $\Theta\text{ПП}-09$. Кривые "температура-время" показали, что по

истечению 12-15 минут температура в пластине и диске выравнивается и можно производить регистрацию изохром.

Изменение порядков полос $\Pi_T = f(T, V/A)$ перестраивалось (рис.1) в изохронные кривые $\Pi_T = f(\Pi_0, T)$. Эта зависимость предполагалась справедливой при запрессовке "абсолютно" жесткого диска в плоские детали любых очертаний.

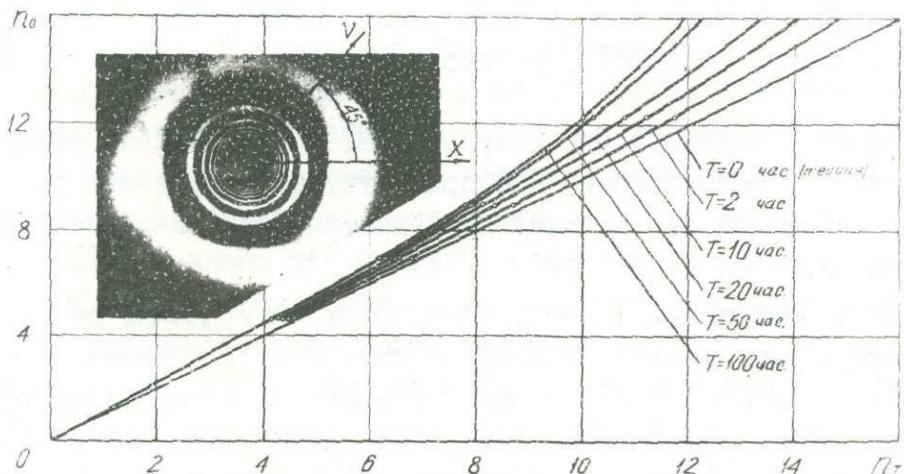


Рис. 1. Изохронные кривые

Проверка этого предположения проводилась при запрессовке стального диска в отверстие у края полубесконечной пластины из материала ОАСО с относительным натягом $\Delta = 0,005$.

Распределение нормальных напряжений σ_x вдоль свободного контура и порядков изохром по оси Y (рис.2) построено для моментов времени $T = 0,25$ часа и $T = 144$ часа. Крестиками помечены результаты пересчета порядков изохром и σ_x с момента времени $T = 144$ часа на момент времени $T = 0$. Наибольшие отклонения для нормальных напряжений составляет 4%, для изохром еще меньше, за исключением точки контакта (8%), причем расчетное число полос $\Pi_0 = 18,5$ выше числа полос, определенных из этого же эксперимента для $T = 0,25$ часа ($\Pi_T = 12,5$).

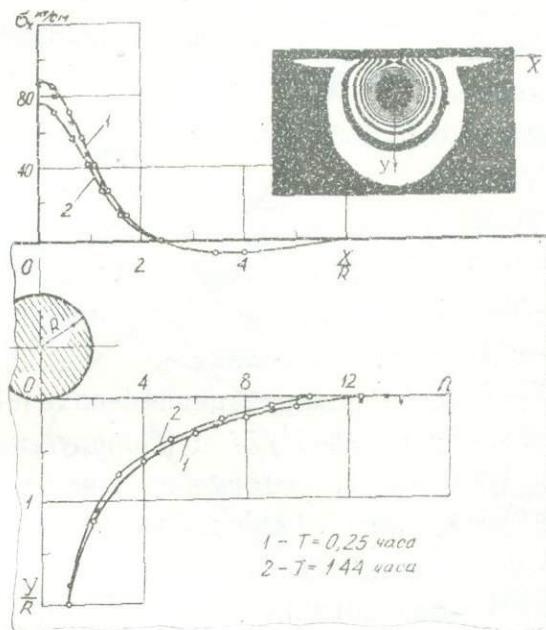


Рис. 2. Напряжения σ_x и порядки поясов N в полубесконечной пластине

Таким образом, предложенная методика позволяет с достаточной точностью определить начальные посадочные напряжения. Она может быть с успехом применена в случае длительных параметрических испытаний.

Л и т е р а т у р а

1. Jessop H.T., Snell C. and Holister G.S. Photoelastic investigation on plates with single interference - fit pins with load applied to plate only. Aeron. Quart., 1956, 2, N1, 237-314.
2. Lambert T.H. Elastic stresses due to an interference fit pin in a rectangular plate of finite width. J. of Mech. Eng. Sciences, 1961, 3, N3, 236-244.
3. Rao A.K. Accurate determination of interference in pin joints. Exp. Mech., 1969, 3, N1, 45-48.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ КРЫШЕК РАЗЪЕМНЫХ ПОДШИПНИКОВ
ПРИ ЗАТЯЖКЕ

С.П.Кравчук, Б.С.Шепеленко, М.М.Голубович (Минск)

Исследования, выполненные в НИИМАШ совместно с Минским моторным заводом, направлены на разработку мероприятий по уменьшению напряжений и деформаций, которые имеют место в крышках коренных подшипников двигателя при затяжке.

Напряжения определялись поляризационно-оптическим методом на моделях из эпоксидной смолы ЭД-5 /1/ с последующей проверкой результатов на натурных деталях. Деформации крышек оценивались по изменению диаметра подшипника. Нагружение моделей осуществлялось на специальном приспособлении (рис. I).

Затяжка моделей крышек серийного исполнения (контур I) приводит к появлению значительных напряжений как в приливах для крепления (4,4'), так и в средней части (I,2,3) крышки (рис. 2).

С помощью формул для расчета кривых брусьев /2/ суммарные напряжения в среднем сечении (3) могут быть приведены к напряже-

ниям от изгибающего момента и нормальной силы, которые составляют 1,9; 3,2 и 0,05 полосы соответственно. Изготовление моделей по контуру II без изменения длины ℓ опорных поверхностей приводит к уменьшению момента в I,I-I,I5 раз и росту силы в 3-3,5 раза. Относительное увеличение в данном случае длины опорных поверхностей $\frac{\Delta\ell}{\ell}$, где $\ell=\text{const}$, вызывает пропорциональное уменьшение момен-

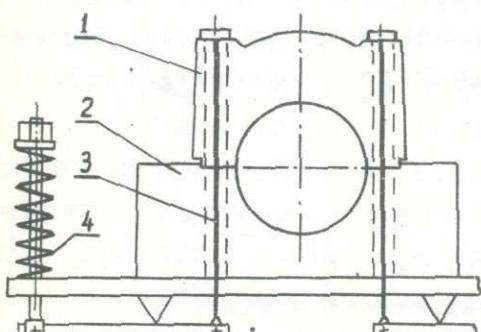


Рис. I. Схема приспособления для нагружения моделей.
1-модель крышки; 2-модель перегородки блока; 3-трос;
4-пружина

та и силы. Так как максимальные напряжения от нормальной силы в 10-15 раз меньше, чем от момента, то при расчете крышек этой силой можно пренебречь.

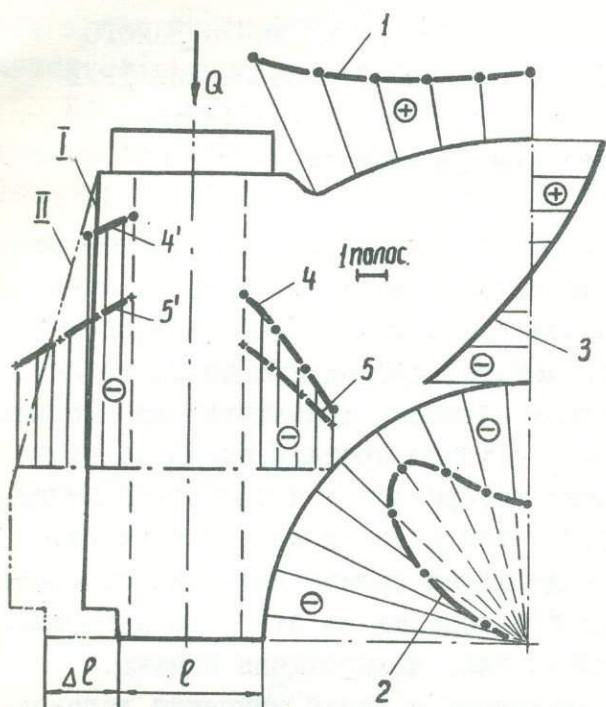


Рис. 2. Эпюры напряжений в полосах. $\sigma_0^{(I,0)} = 14,6 \text{ кг}/\text{см}^2$

мациями в приливах крышек.

Уменьшение максимальных напряжений (I), а также меньшее изменение диаметра подшипника в опытных крышках способствуют повышению работоспособности подшипникового узла. Результаты исследований нашли применение в двигателе Д-240.

Л и т е р а т у р а

- I. Напряжения и деформации в деталях и узлах машин. М., Машгиз, 1961.
2. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М., 1958.

Установлено, что при затяжке натурных крышек серийного исполнения напряжения растяжения на внешней поверхности (I) достигают величины 400-700 $\text{кг}/\text{см}^2$, а уменьшение диаметра подшипника в вертикальном направлении составляет 0,2-0,22 мм. В опытных крышках (контуры II) с увеличенной на 60% длиной опорных поверхностей имеется место снижение максимальных напряжений (I) в 8-9 раз и уменьшение изменения диаметра подшипника на 30%. Последнее можно объяснить более низкими напряжениями (5, 5') и, следовательно, дефор-

ИССЛЕДОВАНИЕ НА ОБЪЕМНЫХ СОСТАВНЫХ МОДЕЛЯХ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ИНСТРУМЕНТЕ ПРИ БЕЗОПРАВОЧНОМ ВОЛОЧЕНИИ ТРУБ

В.Г.Андреев, Ю.М.Матвеев (Челябинск)

Эффективность процесса волочения зависит в значительной мере от характера распределения удельного давления и удельных сил трения в очаге деформации. Исследования этого вопроса посредством поляризационно-оптического метода, проводимые до настоящего времени, предусматривали, главным образом, использование плоских моделей конической волоки, через которые протягивались полоски прямоугольной формы из различных материалов для воспроизведения процесса волочения прутков /1,2/. Исключением является работа /6/, проведенная на объемных моделях из оптически-активного материала с вставкой в диаметральной плоскости из этого же материала, на которую предварительно наклеивалась поляроидная пленка.

Настоящее исследование проводилось с целью изучения характера распределения удельного давления и удельных сил трения в очаге деформации при безоправочном волочении труб при различных углах волочения и постоянной степени обжатия в условиях, максимально приближенных к фактическим. Для этого использовались объемные составные модели волоки с коническим очком, изготовленные из оптически неактивного материала (ОНС), имеющие в меридианальной плоскости вставку из материала типа ЭД-5М. В качестве трубы служила модель, выполненная из алюминия марки АМЦ и представляющая собой стержень, имеющий полую рабочую часть, состоящую из цилиндрического и конического участков и сплошной цилиндрический хвостовик. Исследования проводились в условиях установившегося процесса волочения.

Модели помещались в установочную рамку в рабочем пространстве нагружочного пресса. Хвостовик модели трубы закреплялся в цанговом зажиме, связанном с нагружочным устройством. Перед установкой в волоку модель трубы покрывалась специальной смазкой. Весь агрегат в целом помещался в рабочее пространство поляризационной установки с рабочим полем диаметром 300 мм. Поэлементная схема

установки показана на рис. I.

Программой исследований было предусмотрено изучение распределения удельного давления и удельных сил трения в очаге деформации при углах волочения 9° , 12° , 15° и 18° при постоянной степени обжатия 23%.

Предварительное исследование, проведенное на испытательной машине с максимальным разрывным усилием 5т с применением портативного полярископа показало, что при скоростях деформации до

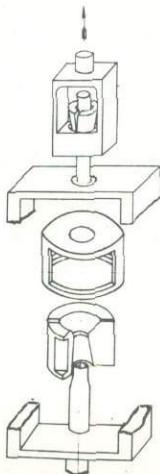


Рис. I. Схема установки

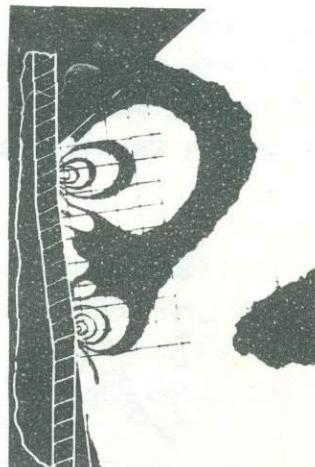


Рис. 2. Картина полос

60 мм/мин, при установившемся процессе волочения, а также при остановке этого процесса без снятия нагрузки, интерференционная картина и положение изоклин не изменились. Картина полос, полученная при угле волочения 12° , представлена на рис. 2.

Расшифровка полученных данных потребовала разработки нового метода разделения главных напряжений с учетом особенностей как геометрии объемной модели, так и схемы нагружения. Решение объемной задачи в общей постановке, как известно, сопряжено с большими трудностями и возможно только в весьма ограниченном числе случаев. Один из таких случаев рассматривается в работе /3/.

В настоящей работе для разделения главных напряжений в меридианальной плоскости по данным исследований был разработан графоаналитический метод, основанный на решении /4/ для осесиммет-

рично нагруженных полых тел вращения.

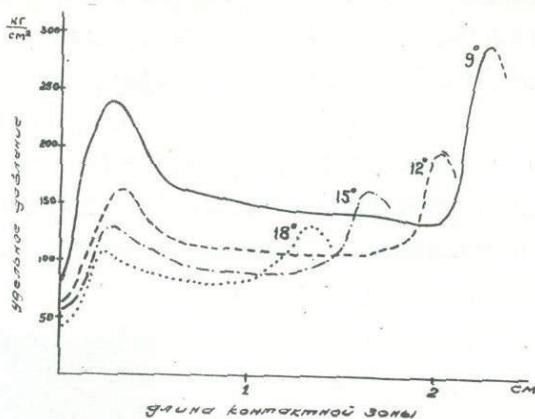


Рис.3. Эпюры удельного давления.

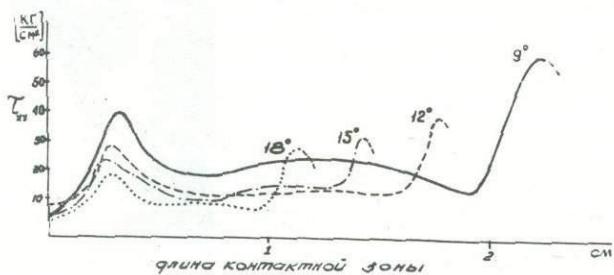


Рис.4. Эпюры удельных сил трения

Проверка выполнения условия равновесия показала вполне удовлетворительную сходимость: расхождение не превышало 7-8%.

Полученные эпюры удельного давления и удельных сил трения (рис.3 и 4) свидетельствуют о значительной неравномерности в распределении этих величин по длине зоны контакта. Зона действия этих параметров сосредоточена, главным образом, на участке начального контакта и на калибровочном участке.

В то же время исследование износа волочильного очка показало, согласно данным ряда авторов, например /5/, что максимальный износ сосредоточен в зоне начального контакта трубы с поверхностью волочильного очка и несколько повышается в зоне смежной с

цилиндрическим калибрующим пояском на выходе. На остальной части рабочей зоны износ, как правило, незначителен. Имеются аналогичные данные и для случая волочения труб. Эти данные хорошо согласуются с характером распределения удельного давления и удельных сил трения, выявленном в результате настоящей работы.

Предлагаемая методика может быть использована при разработке и экспериментальном обосновании выбора рациональной формы волночильного канала для производства труб, прутков и сложных профилей. Это может быть осуществлено путем применения моделей волокни с различной формой очка для определения условий равномерного распределения удельного давления и удельных сил трения в очаге деформации. Модели деформируемого элемента также должны быть выполнены из материала, соответствующего условиям исследования.

Л и т е р а т у р а

1. Y. Ohashi, K. Nishikori. Photoelastic investigation of plane wedge-shaped drawing die. *Exp. Mech.*, 1966, N3, 171-176.
2. Y. Ohashi, T. Nishitani. Photorheological stress analysis on strip drawing through roller dies. *Int. J. Mech. Sci.*, 1967, 9, N6.
3. Прейсс А.К., Дегтева Т.К. Разделение нормальных напряжений при осесимметричной деформации моделей, исследуемых поляризационно-оптическим методом. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений. Сб. ст. под ред. Н.И. Пригородовского, М., "Наука", 1965, 75-81.
4. M. Perla. Spannungsoptische bestimmung des Spannungszustandes in axialsymmetrischen Hohlkörpern. Beiträge zur Spannungs- und Dehnungs-analyse. Akademie Verlag. Berlin, 1966, 51-54.
5. W. Lueg. Verschliessfragen bei Hartmetallziehdusen. *Stahl u. Eisen*, 1951, 16, N8, 843-844.
6. M.A. Verdusco, J.W. Dally. A photoelastic analysis of stresses in drawing dies and their relation to failure. *J. Iron and Steel Inst.*, 1970, 208, N7, 675-679.



Использование этого метода для изучения морфофункциональных
изменений в организме животных и человека показало, что, кроме того
чтобы отразить эти изменения, надо учесть не только то, каким видом
изменений в организме отражаются эти изменения в организме, а также
какой видом изменений это отражение. Такое различие в понимании
изменений в организме, которое отражается на различных методах изучения
изменений в организме, может привести к тому, что в один и тот же
время получим различные результаты изучения изменений в организме.

Все это делает необходимым дальнейшее изучение изменений в организме
животных и человека, чтобы лучше понять, каким видом изменений
отражаются эти изменения в организме, и каким видом изменений
отражаются эти изменения в организме. Для этого необходимо провести
дальнейшие исследования, чтобы лучше понять, каким видом
изменений отражаются эти изменения в организме, и каким видом
изменений отражаются эти изменения в организме.

Экспериментальный комбинат "Бит"
Таллин, ул. Пикк, 68

Ответственные за выпуск:
Х.К. Абен и Н.И. Пряголовский

Подписано в печать 15/Х 1971. №-08035. Тираж 1000 экз.
Бумага 30x41. Усл. печ. л. 18,76. Уч.-изд. л. 14,30.
Заказ №2125-2127.

Печатный цех ЗК "Бит", Таллин, ул. Пикк, 68
Цена 76 коп.

Цена 76 коп.

5745