

**VII ВСЕСОЮЗНАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО
ПОЛЯРИЗАЦИОННО-
ОПТИЧЕСКОМУ
МЕТОДУ
ИССЛЕДОВАНИЯ
НАПРЯЖЕНИЙ**



**THE
SEVENTH
ALL-UNION
CONFERENCE
ON
PHOTO-
ELASTICITY**

**ТАЛЛИН
1971
TALLINN**

IV

**ТРУДЫ
PROCEEDINGS**

624.

АКАДЕМИЯ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР

ТРУДЫ VII ВСЕСОЮЗНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОМУ МЕТОДУ
ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Таллин, 23-26 ноября 1971 г.

PROCEEDINGS OF THE SEVENTH
ALL-UNION CONFERENCE ON PHOTOELASTICITY

IV

Таллин 1971



2101 5746

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Академии наук Эстонской ССР

РИСО № 860

Доклады, как правило, приведены в редакции авторов без внесения существенных изменений и поправок со стороны оргкомитета.

О Г Л А В Л Е Н И Е

УІІІ. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ И В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

	Стр.
Ф.Ф. Г у б и н, И.В. Щ е л к а н о в, В.Н. С а в о с т ь я н о в, Е.В. Ю р е н е в а, А.И. Д о л б и н, Ю.И. М а р ш а к. Исследование напряженного состояния инженерных сооружений от комплексного воздействия статических, динамических и температурных нагрузок	8
О.В. Н о в и к о в а, В.И. К а р п о в а. Исследование анизотропных оснований туннелей для частного вида ортотропии на изотропных моделях	15
Р.С. Д о р о ш к е в и ч, Й. Л и т з, Б. М и х а л ь с к и. Поляризационно-оптические исследования модели гравитационной плотины с учетом влияния основания	24
Ю.Н. С у х а р е в, Б.Я. М а р т ь я н о в, В.В. Б а б к о в. Исследование напряжений в балке с рядом отверстий	36
А.С. Г р и ш и н, Е.И. Э д е л ь ш т е й н, Р.М. Э й г е л е с. Исследование напряжений методом фотоупругости при моделировании отдельных фаз разрушения хрупких горных пород под действием штампа	42
М.В. Г з о в с к и й, Д.Н. О с о к и н а, А.А. Л о м а к и н, В.В. К у д р я ш о в а. Моделирование влияния древних разрывов в земной коре на ее напряженное состояние	48
Б.П. В о л ь ф с о н, В.Ф. Р ж е в с к а я. Исследование на моделях напряженно-деформированного состояния коробчатых плит	57
В.И. С к р и б о, М.Н. Б о р з е н к о, М.М. Б о р з е н к о. Исследование напряженного состояния строительных конструкций сложной конфигурации	60

	Стр.
Д.П. А й д а р о в, А.И. П о п о в. Применение поляри- зационно-оптического метода к исследованию напряженного состояния железобетонных элементов с трещинами на арми- рованных моделях	62
А.Н. Т е т и о р, А.Г. Л и т в и н е н к о. Исследование поляризационно-оптическим методом объемных моделей оболоч- чек на упругом основании	65
А.Н. Т е т и о р, В.В. П а в л о в, Л.Н. А в е р ь я н о в а, С.И. О р е ш н и к о в. Исследование методом фотоупругости влияния параметров упругого основания на распределение на- пряжений	67
И.Ш. Ф а з у л л и н. Применение низкомодульных оптиче- ски чувствительных материалов для решения прикладных задач ме- ханики грунтов	69
М.В. Г у м и н с к и й, В.Я. Л и т в и н о в, Н.М. З а й- ц е в. Моделирование напряжений в системе порода-крепь с учетом их сцепления	73 ✓
Г.Д. К у к у л а д з е, К.А. М е л и к и д з е. Исследова- ние проявления горного давления в зоне пликативных нару- шений	77
Г.В. В а р д е р е с я н, Р.А. Ш и р и н я н, В.А. К о н д- р а т о в. Исследование характера напряженного состояния пород вокруг камер в неоднородной среде	79
А.М. В л а д и м и р с к и й, А.С. Г р и ш и н, Е.И. Э д е л ь ш т е й н, Р.М. Э й г е л е с. Исследование напряженного состояния полупространства с выемкой при действии на него жесткого шара, нагруженного нормальной и тангенциальной силами	84
С.Я. С о л о г у б, В.В. Н о р. Влияние формы забоя скважины на характер напряженного состояния пород	88
Л.И. Б а р о н, С.Я. С о л о г у б, Л.Г. К е р е к и л и ц а. Характер напряженного состояния образцов горных пород при определении сопротивляемости их отрыву	89 ✓

IX. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛАХ

	Стр.
J. J A V O R N I C K Y. Photoelastic investigation of state of stress of matrix with agglomerates of two and three circular inclusions	92
П.Х. П р о м е т, Х.Х. Э э с о р г. Исследование концентрации напряжений вокруг прямоугольного включения	108
В.И. Н и к и т е н к о, Л.М. Д е д у х. О возможностях применения метода фотоупругости для исследования напряжений вокруг индивидуальных дислокаций и их влияние на физические свойства кристаллов	116
И.И. Б у г а к о в, И.И. Г р а х, Н.С. К о н а к о в а. О применении метода фотоупругости к исследованию механических напряжений в кристаллах	124
М.П. Ш а с к о л ь с к а я, В.Ю. М а р к о в с к и й, С.С. Г о р б а ч. Поляризационно-оптическое исследование упруго-пластического чистого изгиба моно- и бикристалла хлористого серебра	128
И.И. Г р а х. Об исследовании напряжений в круглом диске из прозрачного анизотропного стеклопластика	129
А.И. П о п о в, А.А. Н а у м о в, М.Н. П а ш а. Исследование начальных напряжений в связующем стеклопластике	132
И.И. А ф а н а с ь е в, И.И. Г р а х. О методе фотоупругости для кубических кристаллов	134
С.С. Г о р б а ч, В.Ю. М а р к о в с к и й, А.В. П а х н ё в, М.П. Ш а с к о л ь с к а я. Влияние различных факторов на фотоупругие коэффициенты при измерении напряжений в кубических монокристаллах поляризационно-оптическим методом	141
В.З. Б е н г у с, С.Н. К о м н и к, В.И. С т а р ц е в. Поле внутренних напряжений деформируемых кристаллов и стабильность деформационного упрочнения	145

М.С. Каплан, И.М. Красовицкая, И.В. Смушков, В.И. Сумин. Исследование темпе- ратурной зависимости пьезооптических и упругооптических констант некоторых щёлочногалогидных кристаллов (ЩГК) . . .	152
В.В. Бабков, Г.И. Спеляниди. Исследование взаимодействия крупного заполнителя и раствора в легких бетонах	156

УІІІ. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ
В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ
И В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ
ОТ КОМПЛЕКСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ СТАТИЧЕСКИХ, ДИНАМИЧЕСКИХ И
ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАГРУЗОК

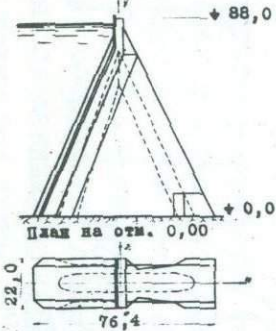
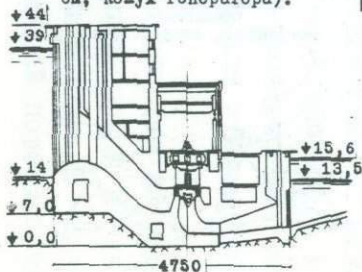
Ф.Ф. Губин, И.В. Щелканов, В.Н. Савостьянов, Е.В. Юренева,
А.И. Долбин, Ю.И. Маршак (Москва)

В реальных условиях на сложное инженерное сооружение действует сочетание статических, динамических, температурных и др. нагрузок. Современное состояние метода фотоупругости позволяет комплексно решать задачи определения напряженного состояния сооружений и их элементов от большинства внешних и внутренних воздействий. В статье кратко изложены примеры решения инженерных задач (таблица I) и в качестве характерного примера, результаты исследований массивно-контрфорсных плотин (применительно к плотинам Кировского и Андиганского гидроузлов), напряженное состояние которых рассматривалось от действия статических нагрузок (гидростатическое давление и собственный вес), сейсмических воздействий (в квазистатической и динамической постановках), а также от сезонных колебаний температур при переменном уровне сработки водохранилища.

При исследовании статических нагрузок рассмотрено влияние неоднородности основания на напряженное состояние гравитационной плотины, а также поэтапности возведения сооружения и заполнения водохранилища /1,2/.

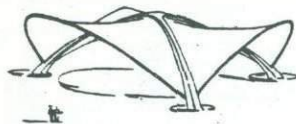
Моделированию термонапряженного состояния /3,4,5/ предшествует определение параметров тепловых полей в массиве плотины, возникающих от сезонных колебаний температуры наружной среды при постоянном и переменном уровне сработки водохранилища. Распределение температур, вызванное колебаниями температуры наружного воздуха, определено с помощью гидравлического интегратора "ИГ-4", позволяющего получить численное решение уравнения Фурье при двумерном распределении температур. Полная картина распределения температур в плотине определена наложением результатов для постоянного и переменного уровня водохранилища. Расчет, проведенный на основании полученных тепловых полей,

Таблица I

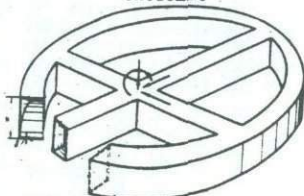
Класс сооружений	Рассмотренные виды нагрузок	Методические особенности исследований	Объект внедрения результатов исследований
1	2	3	4
<p>I Гравитационные плотины</p> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Собственный вес. 2. Гидростатическое давление. 3. Сейсмические воздействия. 4. Температурные воздействия. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Моделирование гидростатического давления и собственного веса в поле центробежных сил, с применением эвентических сплавов /1,2/. 2. Оценка влияния разномодульности основания и поэтапности возведения /1,2/. 3. Исследование волновых полей методом динамической фотоупругости /6/. 4. Моделирование сейсмического воздействия в центробежном поле с определением ординаты эпилры центробежного ускорения по зависимости $J_u = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \cdot J_{ic}}{\sum_{i=1}^n Q_i} ; \quad /7,9/$ 5. Моделирование термонапряженного состояния сооружений способом "размораживания" свободных температурных деформаций /3,4,5/. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Массивно-контрфорсная плотина Андриановского гидроузла Н=95,0 м 2. Массивно-контрфорсная плотина Кировского гидроузла Н=86,0 м 3. Массивная плотина Токтогульской ГЭС Н=185,0 м 4. Массивная водосливная плотина гидроузла на р. Аракс Н=34,0 м. 5. Контрфорсная плотина Лас-Мерседес (Куба) Н=42,0 м
<p>II Конструкции зданий ГЭС и их элементы (спиральная камера, фундаментная плита диффузора отсасывающей трубы, кожух генератора).</p> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Собственный вес и гидростатическое давление. 2. Местные нагрузки и гидростатическое давление. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Моделирование нагрузок в поле центробежных сил с учетом естественной осадки дневной поверхности основания. 2. На основании данных экспериментальных исследований предложены расчетные схемы с проведением расчета на БЭСМ-4. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Здание ГЭС Токтогульского гидроузла Н=185,0 м 2. Здание ГЭС на р. Аракс Н=26,5 м 1. Серия унифицированных зданий русловых ГЭС среднего напора. 2. Спиральная камера здания ГЭС гидроузла "Табка" (Сирия) Н=80,0 м.

III. Тонкостенные конструкции и сооружения.

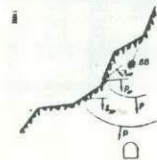
А. Тонкие пологие оболочки положительной и отрицательной кривизны.



Б. Тонкостенные стержневые системы.



IV. Подземные сооружения.



1. Равномерно распределенная нагрузка.
2. Сейсмические вертикальные и горизонтальные воздействия.
3. Сосредоточенные силы.

Комбинации местных нагрузок при сложных условиях опирания.

1. Изготовление оболочек методом последовательной дополимеризации /12/
2. Моделирование сейсмических воздействий в поле центральных сил /7,9/
3. На основании теоретических зависимостей /8/

$$W = \frac{192q(1-\nu^2)}{E \cdot \delta} \cdot f_w; \quad \sigma_N = - \frac{192q(1-\nu^2)}{E \cdot \delta} \cdot f_N; \quad \sigma_M = 96q \cdot f_M;$$

Переход от двухмасштабной модели к натуре произведен по формулам:

$$W_N = \frac{q_N \cdot \delta_N \cdot l_N \cdot E_N}{q_N \cdot \delta_N \cdot l_N \cdot E_N} \cdot C_N \cdot W_M; \quad \sigma_N = \frac{q_N \cdot \delta_N}{q_M \cdot \delta_M} \cdot C_N \cdot \sigma_M; \quad \sigma_M = \frac{q_M \cdot \delta_M}{q_N \cdot \delta_N} \cdot C_M \cdot \sigma_N;$$

На основании теории В.З.Власова переход от двухмасштабных моделей к натурным конструкциям по формулам:

$$\sigma_N = \frac{C_N}{C_E \cdot C_\delta} \cdot \sigma_M; \quad W_N = \frac{C_N}{C_E \cdot C_\delta \cdot C_E} \cdot W_M;$$

1. Собственный вес горных пород.
2. Внутреннее гидростатическое давление на обделку гидротехнических туннелей.
3. Влияние очередности возведения (проходки)
4. Воздействие волн давления от взрывных нагрузок.

1. Показано два вида влияния коэффициента Пуассона и разработана методика его учета /10/
2. Исследовано напряженное состояние обделок подземных сооружений с учетом реальной последовательности проходки с применением метода "н"-кратного "замораживания" деформаций /10/
3. При моделировании напряженного состояния обделок с учетом ползучести горных пород в уравнениях линейной теории наследственности использовались ядра вида:

$$L(t, \tau) = \delta(t - \tau)^{-\alpha}; \quad L(t, \tau) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \exp[-\beta_i(t - \tau)]$$

4. При исследовании концентрации напряжений методом динамической фотоупругости используется регистрация с криволинейной щелью, искровая установка для получения отдельных снимков по полю 24x36 мм. Осуществляется разделение напряжений в динамике по оси симметрии при одновременной записи картин полос и смещений.

1. Покрытие павильона культуры для ВДНХ в г.Ашхабаде. Наибольший размер лепестка 50 м; толщина покрытия 10 см.

2. Покрытия типовых промышленных зданий из ребристых оболочек

$$\frac{f}{\sigma_{min}} = \frac{1}{140} + \frac{1}{600}$$

(Внедрение совместно с ЦНИИСК им.В.Д.Кучеренко, ЦНИИ производний, Промстрой проектом).

Тонкостенные конструкции с параметрами

$$\frac{\delta}{h} < 0,03; \quad \frac{h}{l} < 0,1.$$

1. Энергетические туннели Асуанской ГЭС.
2. Водоотводящий туннель Алма-Атинской селезащитной плотины.
3. Подземные хранилища нефти и газа.

4. Строительные туннели Токтогульской ГЭС.
5. Транспортные туннели и другие подземные сооружения.

показывает, что потоки тепла в направлении, нормальном рассмотренным сечениям, не превышают 5% от потоков в направлении сечений, что позволяет ограничить рассмотрение двумерными полями в сечениях, параллельных основанию.

Исследование термонапряженного состояния плотины, при полученной картине распределения температур в ней, производилось методом "размораживания" свободных температурных деформаций /3,4/.

На основании результатов экспериментального исследования двух серий моделей получены величины напряжений, действующих по контурам плотины и на поверхности контрфорсов. Наибольшие величины растягивающих нормальных напряжений σ_x , σ_x и σ_y соответствуют январскому распределению температуры. На рис. I приведены эпюры напряжений σ_x по граням и σ_x , σ_y - в сечениях по поверхности контрфорса в январе (в кг/см²). Напряжения, вызываемые сезонными колебаниями температуры наружной среды, в плотине со спаренными контрфорсами достигают 40% от максимальной величины, получаемой по зависи-

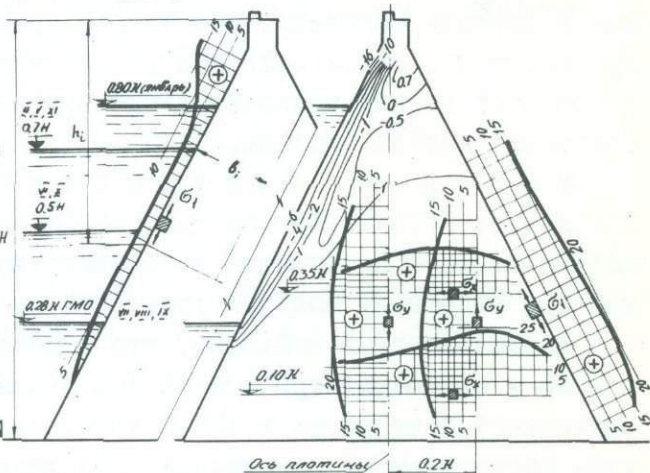


Рис. I

$$\sigma_{\max} = \frac{E \cdot \alpha \cdot T}{1 - \nu}$$

Методом динамической фотоупругости исследовалось сейсмическое воздействие на модель сооружения, при этом сейсмическая нагрузка моделировалась в виде единичного волнового возмущения. Волновое воздействие создавалось при взрыве проводника плоской формы. Для этих целей была разработана высоковольтная установка /6/.

Были рассмотрены следующие случаи воздействия импульса нагрузки на модель сооружения: движение фронта волны вдоль свободной поверхности, перпендикулярно ей, а также случай наклонного падения фронта волны под углом 45° к свободной поверхности (рис. 2).

Исследованиями было установлено, что максимальные сжимающие и растягивающие напряжения создаются при движении фронта волны вдоль свободной поверхности основания, т.е. в случае, когда модель сооружения практически все время находилась в зоне действия продольной P и поперечной PS волн.

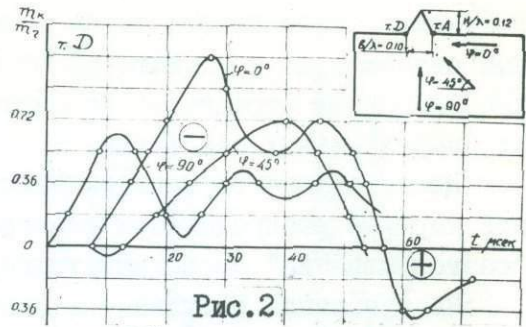


Рис. 2

Исследование влияния слоистости основания на волновые напряжения в плотине показало, что тонкие прослойки, имеющиеся в основании плотины с малым отличием в акустических жесткостях основания и прослоек вносят незначительные изменения в картину напряженного состояния модели плотины.

Методом центробежного моделирования [7,9] была замоделирована сейсмическая сила, действующая на жесткое сооружение и соответствующая первой форме колебаний при отношении модулей упругости плотины и основания $E_{пл} : E_{осн} = 1$.

Исследованиями выявлено, что наибольшие растягивающие напряжения σ_y у основания при поперечном сейсме достигают $+65 \text{ кг/см}^2$ для одиночного контрфорса и $+28,0 \text{ кг/см}^2$ для спаренного. Большая величина растягивающих напряжений, возникающих в одиночном контрфорсе, привела к изменению первоначальной конструкции, — попарному соединению контрфорсов по плоскости деформационного шва.

Сопоставление (таблица 2) результатов исследования влияния сейсмических воздействий (при землетрясении 8 баллов), полученных методами динамической и статической фотоупругости, с результатами исследований на сейсмоплатформе (исследования выполнены кафедрой гидросооружений МИСИ им. В.В.Куйбышева; платформа с параметрами: частота до 40 гц; максимальное ускорение до $6g$, при горизонтальных затухающих синусоидальных колебаниях) и результатами расчета [13] позволяет отметить удовлетворительную сходимость величин; в то же время следует отметить, что рассмотренный метод расчета дает существенно заниженные результаты.

Комплексные исследования позволяют оценить роль того или иного вида нагрузки в формировании общего напряженного состояния кон-

Таблица № 2

Напряжения в кГ/см^2	Метод исследования	Методом динамической фотоупругости	Методом центробежного моделирования	Исследования на сейсмоплатформе	По теоретическому расчету
σ_{max}		19,0	12,0	12,0	6,88
$\sigma_{\text{раст}}$		10,5	19,0	12,0	7,64

струкции. Так, результаты исследований контрфорсных плотин показали, что если сумма основных нагрузок (собственный вес и гидростатическое давление) дает на напорной грани у подошвы плотины сжатие $2+2,5 \text{ кГ/см}^2$, то растягивающие напряжения при продольном сейсме достигают величины $10+20 \text{ кГ/см}^2$, при поперечном сейсме $20+25 \text{ кГ/см}^2$. Температурные растягивающие напряжения на напорной грани (рис. I) имеют максимальное значение ($15+17 \text{ кГ/см}^2$) в зоне оголовка, что не существенно для несущей способности плотины. Сказанное позволяет сделать вывод о том, что при строительстве подобных сооружений в сейсмических районах определяющими являются сейсмические нагрузки. Исследования гидротехнических сооружений методом фотоупругости проводятся также во ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева.

Л и т е р а т у р а .

1. Губин Ф.Ф., Попов А.И., Савостьянов В.Н., Щелканов И.В., Долбин А.И., Завалишин С.И., Омельченко Д.И. Исследования напряженного состояния конструкций гидротехнических сооружений поляризационно-оптическим методом. Сб. трудов МИСИ № 73, 1970.
2. Хесин Г.Л., Савостьянов В.Н. Моделирование напряженного состояния гравитационных плотин в условиях поэтапного возведения. Сб. трудов МИСИ № 40, 1961.
3. Варданян Г.С., Пригоровский Н.И., Моделирование термоупругих напряжений в поляризационно-оптическом методе. Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 4, 1962.
4. Савостьянов В.Н., Швей Е.М., Долгополов В.В.. Исследование температурных напряжений и перемещений в массивных сооружениях способом "размораживания" свободных температурных деформаций. Сборник трудов МИСИ № 73, 1970.

5. Хесин Г.Л., Савостьянов В.Н. Моделирование термоупругой задачи для гравитационной плотины с расширенными швами. Гидротехническое стр-во, № 6, 1967.
6. Маршак Ю.И., Астахов Б.С. Электроразрядная установка для моделирования плоских волн большой длительности методом динамической фотоупругости. Сб. трудов МИСИ № 73, 1970.
7. Хесин Г.Л., Попов А.И., Долбин А.И. Исследование сеймонапряженного состояния гидротехнических сооружений методом фотоупругости в поле центробежных сил. Сб. "Совершенствование методов расчета и конструирования зданий и сооружений, возводимых в сейсмических районах". Материалы совещания по сейсмостойкому строительству. Алма-Ата, 1967.
8. Назаров А.А. Основы теории и методы расчета пологих оболочек, М., 1966.
9. Хесин Г.Л., Попов А.И., Долбин А.И., Щелканов И.В. Исследование напряжений в контрфорсных плотинах от действия сейсмической нагрузки методом фотоупругости. Гидротехническое стр-во № 3, 1971.
10. Хесин Г.Л., Дмоховский А.В. Исследование методом фотоупругости напряженного состояния подземных сооружений и обделок в условиях первой и смешанных задач теории упругости. Сб. тр. Гидропроекта № 18, 1970.
11. Дмоховский А.В., Варданян Г.С., Гулканян А.Р. Моделирование напряженного состояния обделок подземных сооружений с учетом ползучести горных пород. Сб. трудов МИСИ № 73. 1970.
12. Бурцев С.А. Некоторые вопросы двухмасштабного моделирования тонких пологих оболочек. Материалы 5-й научно-техн. конференции молодых специалистов ЦНИИСК им. Кучеренко. М., 1970.
13. Моцонелидзе Н.С. Матричный расчет сейсмостойкости массивно-контрфорсной плотины Андиганского водохранилища. Труды ГПИ им. В.И. Ленина № 7(119). Тбилиси, 1967.

ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ ОСНОВАНИЙ ТУННЕЛЕЙ ДЛЯ ЧАСТНОГО
ВИДА ОРТОТРОПИИ НА ИЗОТРОПНЫХ МОДЕЛЯХ
О.В.Новикова, В.И.Карпова (Ленинград)

Работа выполнена во ВНИИГ и посвящена двум вопросам: 1) исследованию напряжений в ортотропном весомом массиве вокруг кругового туннеля без обделки и 2) исследованию обделки туннеля квадратного сечения в ортотропном массиве под равномерным внутренним давлением.

Рассматривается частный вид ортотропии плоскодеформированного упругого основания, когда главные оси ортотропии совпадают с осями координат x, y, z , а упругие характеристики связаны между собой соотношением

$$2G_{12}\sqrt{1+\nu_x\nu_y} = \sqrt{E_x E_y}, \quad (1)$$

где, согласно обозначениям, принятым в [1]:

$$E_x = \frac{E_1}{1-\nu_{31}\nu_{13}}; \quad E_y = \frac{E_2}{1-\nu_{23}\nu_{32}}; \quad \nu_x = \frac{\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32}}{1-\nu_{13}\nu_{31}}; \quad \nu_y = \frac{\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31}}{1-\nu_{23}\nu_{32}}. \quad (2)$$

Методика решения плоской задачи теории упругости для частного вида ортотропной области на изотропных моделях разработана С.Г.Гутманом [2,3] и базируется на аффинном преобразовании координат: введение искаженного масштаба осей x, y

$$\xi = m_x x, \quad \eta = m_y y, \quad \frac{m_y}{m_x} = \sqrt{m} = \sqrt[4]{\frac{E_x}{E_y}} \quad (3)$$

сводит характеристики ортотропии $E_0 = \sqrt{E_x E_y}, \quad \nu_0 = \sqrt{\nu_x \nu_y}$

к более простому виду

$$E_\xi = E_\eta = E_0 = \frac{E_x}{m} = m E_y; \quad \nu_\xi = \nu_\eta = \nu_0 = \frac{\nu_x}{m} = m \nu_y; \quad 2G = \frac{E_0}{1+\nu_0}. \quad (4)$$

Таким образом, решение плоской задачи в системе x, y для указанного частного вида (1) ортотропии приводится к решению той же задачи для преобразованной области в системе ξ, η непосредст-

венно на изотропной модели. При этом, согласно /2,3/, компоненты напряжений, усилий, объемной силы γ по главным осям в исходной системе прототипа x, y и в преобразованной ξ, η связаны соответственно линейной зависимостью; напряжения

$$\sigma_x = m_y^2 \sigma_\xi; \quad \sigma_y = m_x^2 \sigma_\eta; \quad \tau_{xy} = m_x m_y \tau_{\xi\eta}, \quad (5)$$

усилия (проекции силы P и момент M_0)

$$\left. \begin{aligned} P_x &= m_y P_\xi; & P_y &= m_x P_\eta; & M_0 &= P_x y - P_y x = P_\xi \eta - P_\eta \xi \\ \gamma_x &= m_x m_y^2 \gamma_\xi. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

объемная сила

Принятая методика моделирования для оговоренного частного вида ортотропии разработана строго теоретически и не нуждается в анализе точности. Это подтверждается сравнением следующих 2-х схем осевого растяжения безграничной плоскости:

- 1) ортотропной ($E_x : E_y = 2$) с круговым отверстием, /1/;
- 2) изотропной с эллиптическим отверстием ($b : a = 1 : \sqrt{2}$), /4/.

Выражения главных напряжений на концах диаметров - осей симметрии, как и следовало ожидать, совпадают.^{x/} Точность результатов эксперимента для изотропной модели та же, что и при обычных исследованиях поляризационно-оптическим методом.

Γ^0 . Действие собственного веса исследовано для ортотропной полуплоскости (плоская деформация), ослабленной круговым отверстием d_0 с глубиной заложения оси $x = 2d_0$. Рассматривается случай, когда упругие характеристики ортотропии (2) связаны соотношением $E_x : E_y = \nu_x : \nu_y = 2$. При выбранном варианте масштабных коэффициентов $m_x = 1, m_y = \sqrt{m} = \sqrt{2}$ круглому отверстию с диаметром d_0 в прототипе соответствует в модели эллиптическое отверстие с осями $2b = d_0$ и $2a = \sqrt{2} d_0$ (рис.1).

При решении поставленной задачи согласно /2/ используются два частных решения для сплошной полуплоскости:

- а). Начальное напряженное состояние весомой ортотропной полуплоскости
- $$(\sigma_x)_0 = -\gamma x, \quad (\sigma_y)_0 = -\gamma \mu x, \quad (\tau_{xy})_0 = 0, \quad (7)$$

^{x/} Следует здесь отметить опечатку на стр.101 монографии С.Г.Лехницкого /1/, где

вместо $n = \sqrt{2 \left(\frac{E_1}{E_2} - \nu \right) + \frac{E_1}{G}}$ следует читать $n = \sqrt{2 \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - \nu \right) + \frac{E_1}{G}}$.

которому соответствуют в преобразованной системе ξ, η напряжения $(\sigma_{\xi})_0 = -\gamma_{\xi} \xi; (\sigma_{\eta})_0 = -\gamma_{\xi} \bar{\mu} \xi; (\tau_{\xi\eta})_0 = 0,$ (8)

дающие на контуре эллиптического проема равнодействующий вектор $R_{\xi} = \gamma_{\xi} \pi \sqrt{2} d_0^2.$ (9)

Здесь $\bar{\mu}$ - коэффициент бокового давления в прототипе, определяемый из условия $\epsilon_y = 0$; в модели $\bar{\mu} = \mu \sqrt{2}.$ (10)

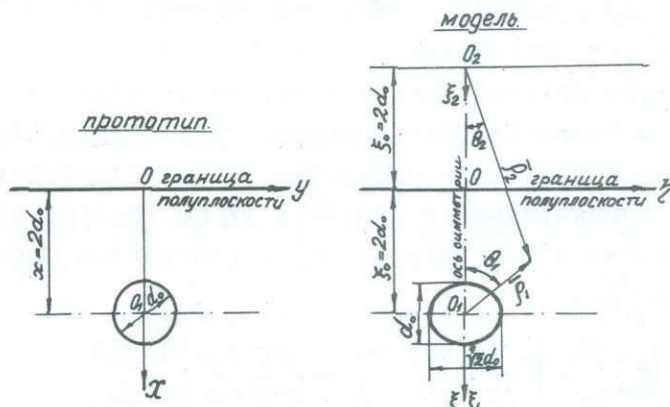


Рис. 1. Геометрическая схема исследуемой весомой ортотропной полуплоскости с круговым отверстием в прототипе и в модели б). Известно решение Мелана /5/ для плосконапряженной изотропной полуплоскости под действием сосредоточенной в центре тяжести проема силы $R_{\xi} = -\gamma_{\xi} \pi \sqrt{2} d_0^2$, равной R_{ξ} (9). Отвечающая ему функция напряжений F и компоненты напряжений в системе ξ, η представляются для случая плоской деформации в общем виде:

$$\left. \begin{aligned} F &= F^I + \bar{\mu} F^{II}; & \sigma_{\xi} &= \sigma_{\xi}^I + \bar{\mu} \sigma_{\xi}^{II} = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} (F^I + \bar{\mu} F^{II}); \\ F^I &= \frac{\gamma d_0^2}{8\sqrt{2}} \left[\gamma(\theta_1 + \theta_2) - \frac{1}{2} \xi_1 \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} - \frac{\xi_0 \xi_1 \xi_2}{\rho_2^2} \right]; & \sigma_{\eta} &= \sigma_{\eta}^I + \bar{\mu} \sigma_{\eta}^{II} = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (F^I + \bar{\mu} F^{II}); \\ F^{II} &= \frac{\gamma d_0^2}{8\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \xi_1 \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} - \frac{\xi_0 \xi_1 \xi_2}{\rho_2^2} \right); & \tau_{\xi\eta} &= \tau_{\xi\eta}^I + \bar{\mu} \tau_{\xi\eta}^{II} = -\frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} (F^I + \bar{\mu} F^{II}); \end{aligned} \right\} \text{(II)}$$

Суммарные поверхностные напряжения σ_n^0, τ_n^0 на контуре эллиптического проема однородной модели, соответствующие частным ре-

нениям (8), (II), выражаются согласно /2,3/ через граничные напряжения $\sigma_{x'}$, $\tau_{xy'}$ в прототипе с помощью составляющих $q_{\xi'}$, t по осям косоугольной системы ξ' , η' :

$$\sigma_{\eta'}^0 = q_{\xi'} \sin \omega = \frac{\sigma_{x'}}{m_y^2}; \quad \tau_{\eta\xi'}^0 = t + q_{\xi'} \cos \omega = \frac{\tau_{xy'}}{m_x m_y \sin \omega} + \frac{\sigma_{x'}}{m_y^2} \operatorname{tg} \omega, \quad (I2)$$

(η' - внешняя нормаль к контуру эллипса). Масштабные коэффициенты m_x , m_y прямоугольной повернутой системы x' , y' и угол ω между осями ξ' , η' определяются согласно /3/.

Общее решение краевой задачи исследовалось на фотоупругих моделях методом "замораживания" деформаций. Модель загружалась по контуру отверстия через загрузочные шины равнодействующими усилиями P_i , заменявшими на участках $A_i B_i$ контура напряжения (I2). Величина и направление P_i определяются проекциями P_{ξ_i} , P_{η_i} и моментом M_{0i} :

$$\left. \begin{aligned} P_{\xi_i} &= -\gamma \frac{\sqrt{\mu}}{2\sqrt{2}} \left| \xi_{\eta}^2 \right|_{A_i}^{B_i} + \left| \frac{\partial F}{\partial \eta} \right|_{A_i}^{B_i}; & P_{\eta_i} &= \frac{\gamma \sqrt{\mu}}{2\sqrt{2}} \left| \xi^2 \right|_{A_i}^{B_i} - \left| \frac{\partial F}{\partial \xi} \right|_{A_i}^{B_i}; \\ M_{0i} &= -\gamma \left| d_0 \xi_1^2 + \frac{\xi_1^3}{3} \right|_{A_i}^{B_i} + \left| \xi \frac{\partial F}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial F}{\partial \eta} \right|_{A_i}^{B_i}; \end{aligned} \right\} \quad (I3)$$

Статическая эквивалентность нулю равнодействующего вектора напряжений (I2) обеспечивает независимость результатов эксперимента от величины коэффициента Пуассона материала модели.

Компоненты σ_{ξ}^0 , σ_{η}^0 , $\tau_{\xi\eta}^0$ общего решения, численная величина которых зависит от заданных значений $\bar{\mu}$ (10) и γ , находятся методом интегрирования уравнений равновесия по данным оптических замеров и представляются в общем виде аналогично (II):

$$\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}^{(1)} + \bar{\mu} \sigma_{ij}^{(2)}; \quad \sigma_{ij}^{(1)} = \frac{\left| \frac{\sigma_{ij}^0}{\bar{\mu}} \right|_{\bar{\mu}_2}}{\left| \frac{1}{\bar{\mu}} \right|_{\bar{\mu}_1}}; \quad \sigma_{ij}^{(2)} = \frac{\left| \sigma_{ij}^0 \right|_{\bar{\mu}_1}}{\left| \bar{\mu} \right|_{\bar{\mu}_2}}; \quad (I4)$$

где $\sigma_{ij}^{(1)}$, $\sigma_{ij}^{(2)}$ - составляющие, линейно связанные соответственно с γ и $\gamma \bar{\mu}$ и получаемые по данным двух опытов, проведенных в идентичных условиях, но при двух различных значениях $\bar{\mu}$ ($\bar{\mu} = \bar{\mu}_1$ и $\bar{\mu} = \bar{\mu}_2$).

Сложив напряжения (8) и (II) с напряжениями $-\sigma_{\xi}^0$, $-\sigma_{\eta}^0$, $-\tau_{\xi\eta}^0$ и перейдя к главным осям x , y с помощью соотношений (5),

получим искомое решение для весомой ортотропной полуплоскости, ослабленной круговым отверстием без обделки, которое представляется аналогично (II) и (I4) в общем виде:

$$\sigma_x = \sigma_x' + \sigma_x''; \quad \sigma_y = \sigma_y' + \sigma_y''; \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}' + \tau_{xy}'' \quad (I5)$$

Здесь σ_x' , σ_y' , τ_{xy}' - слагаемые, пропорциональные γ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x' = -\gamma x + \sigma_x^I - \sigma_x^{(1)} = -\gamma x + \sqrt{2} [\sigma_{\xi}^I - \sigma_{\xi}^{(1)}]; \quad \sigma_y' = \sigma_y^I - \sigma_y^{(1)} = \sigma_2^I - \sigma_2^{(1)}; \\ \tau_{xy}' = \tau_{xy}^I - \tau_{xy}^{(1)} = \sqrt{2} [\tau_{\xi 2}^I - \tau_{\xi 2}^{(1)}]; \end{aligned} \right\} (I6)$$

σ_x'' , σ_y'' , τ_{xy}'' - слагаемые, пропорциональные $\gamma \mu$:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x'' = \sigma_x^{II} - \sigma_x^{(2)} = 2\mu [\sigma_{\xi}^{II} - \sigma_{\xi}^{(2)}]; \quad \sigma_y'' = (\sigma_{y_0} + \sigma_y^{II} - \sigma_y^{(2)}) = -\gamma \mu x + \sqrt{2} \mu [\sigma_2^{II} - \sigma_2^{(2)}]; \\ \tau_{xy}'' = \tau_{xy}^{II} - \tau_{xy}^{(2)} = \sqrt{8} \mu [\tau_{\xi 2}^{II} - \tau_{\xi 2}^{(2)}]; \end{aligned} \right\} (I7)$$

Составляющие (I6) и (I7), для общности решения, отнесенные к постоянным множителям соответственно γd_0^2 и $\gamma \mu d_0^2$, представлены на рис. 2 и 3 в форме эпюр относительных величин.

Сравнение результатов исследования с решением аналогичной задачи для весомой изотропной полуплоскости с круговым отверстием показало, что анизотропия с вертикальным направлением модуля уп-

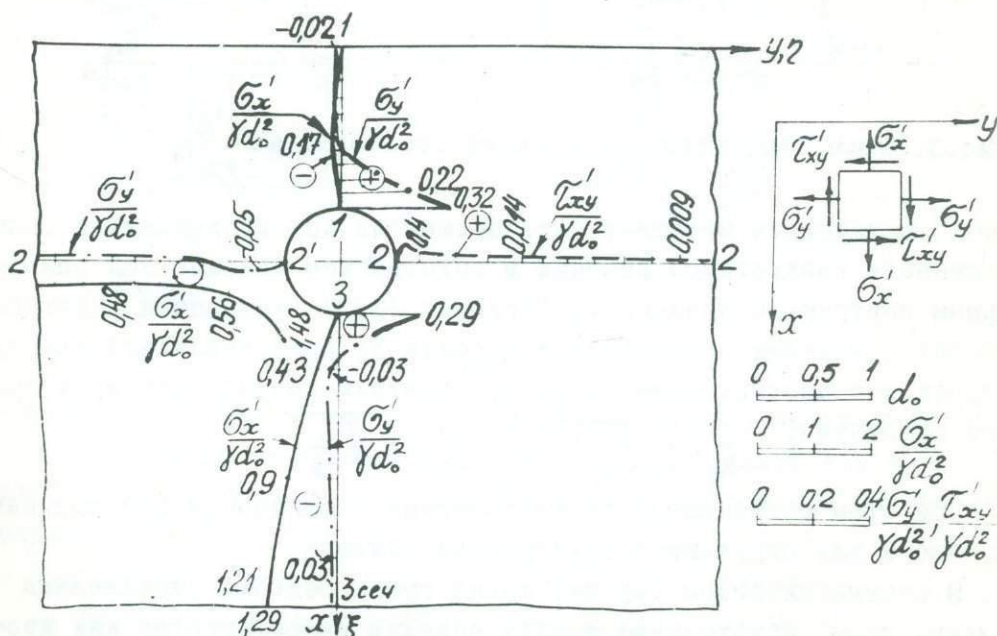


Рис.2. Эпюры относительных величин составляющих $\frac{\sigma_x'}{\gamma d_0^2}$, $\frac{\sigma_y'}{\gamma d_0^2}$, $\frac{\tau_{xy}}{\gamma d_0^2}$

толщину $h_1 = m_x h_x$, а горизонтальный модуль E_1' и толщину $h_2 = m_y h_y$. На модели ортотропного массива с квадратным туннелем, подкрепленным обделкой, вводится искаженный масштаб осей x, y , отвечающий аффинному преобразованию координат, согласно соотношениям (3) и (4). Составляющие напряжений в исходной (x, y) и преобразованной (ξ, η) системах координат связаны линейной зависимостью (5).

Интенсивность равномерного давления в туннеле $q_x = q_y = q$ представляется давлением в модели, различным на вертикальных и горизонтальных участках:

$$q_1 = \frac{q}{m_y^2}, \quad q_2 = \frac{q}{m_x^2}.$$

В работе исследовалось напряженное состояние обделки квадратного туннеля в ортотропном массиве при соотношении:

$$E_y : E_x = 1,8, \quad E_c = \sqrt{E_x E_y} = 0,754 E_y.$$

Туннель имеет высоту l в свету и обделку толщиной $h = 0,1 l$. Центр его расположен на расстоянии $1,5 l$ от горизонтальной дневной поверхности. Грани туннеля направлены параллельно осям ортотропии массива x и y (рис. 4).

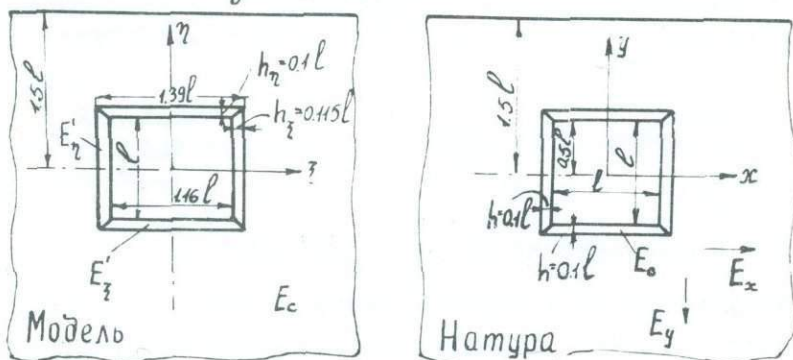


Рис. 4

В туннеле действует равномерное давление интенсивностью q .

Исследования напряженного состояния проводились для трех модулей нормальной упругости обделки E_0 при постоянном соотношении модулей деформации массива.

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. $E_0 : E_y : E_x = 2,0 : 1,0 : 0,566$; | $E_0 : E_c = 2,65$ схема I |
| 2. $E_0 : E_y : E_x = 1,33 : 1,0 : 0,566$; | $E_0 : E_c = 1,77$ схема II |
| 3. $E_0 : E_y : E_x = 1,0 : 1,0 : 0,566$; | $E_0 : E_c = 1,33$ схема III. |

Соотношение модулей обделки и массива подобрано близким к встречающимся в природе (например, в основании Чиркейской ГЭС).

Исследования проводились методом фотоупругости при замораживании деформаций на приведенных моделях из эпоксидной смолы. Различие упругих характеристик ригелей и стоек обделки моделировалось изменением толщины моделей по методике приведенной плоской задачи /6/.

В результате исследований получены: напряжения $\frac{\sigma_x}{q}$, $\frac{\sigma_y}{q}$, $\frac{\tau_{xy}}{q}$ (напр.рис.5) в ряде горизонтальных и вертикальных расчетных сечениях,

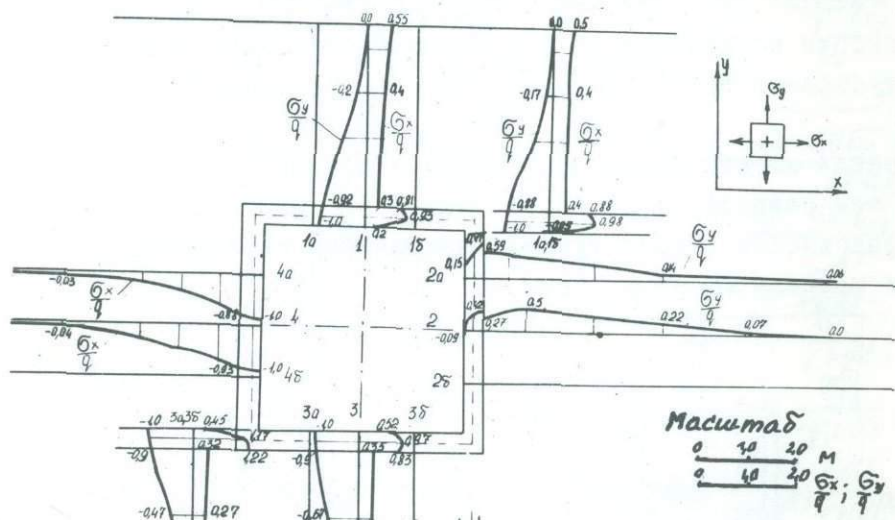


Рис.5. Нормальные напряжения для схемы II.

нормальные напряжения по контуру обделки туннеля, усилия $\frac{N}{qh}$, $\frac{Q}{qh}$ и $\frac{M}{qh^2}$ в обделке туннелей. Характерные величины напряжений приводятся в таблице I.

Таблица I

$\frac{E_0}{E_c}$	Напряжения $\frac{\sigma_x}{q}$							
	сечения		I				3	
	a	b	c ⁺	c ⁻	a	b	c ⁺	c ⁻
2,65	0,75	1,88	1,23	0,23	1,05	2,46	1,08	0,28
1,77	0,20	0,93	0,81	0,30	0,52	0,97	0,82	0,35
1,33	0,13	0,86	0,62	0,36	0,45	0,90	0,82	0,44

сечение Е ₀ Е _с	напряжения $\sigma_{x/y}$				N/qh			Б _{max} в риг.
	2				1	2	3	Б _{max} в ст.
	а	в	с ⁺	с ⁻				
2,65	0,61	1,71	1,66	0,2	1,43	1,76	1,48	1,7
1,77	-0,09	0,36	0,42	0,27	0,72	0,82	0,27	3,5
1,33	-0,12	0,22	0,34	0,30	0,62	0,77	0,17	3,8

Точки обделки обозначены: а - внутренний контур, в - средняя ось, с⁺ - линия контакта со скалой со стороны обделки, с⁻ - то же со стороны скалы.

Анализ напряжений и усилий в обделке показывает, что с изменением $E_0:E_c$ с 1,33 до 1,77 увеличение растягивающих напряжений в обделке примерно равно уменьшению этих напряжений в скале. При дальнейшем увеличении $E_0:E_c$ до величины 2,65 растягивающие напряжения в обделке значительно возрастают, а в скале незначительно уменьшаются.

Вследствие этого можно рекомендовать соотношение $E_0:E_c \approx 1,77$ как более благоприятное. При расчете напряжений обделки необходимо учесть увеличение напряжений в ригелях по сравнению со стойками в 2-3 раза.

Л и т е р а т у р а

1. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. МЛ., ГИТТЛ, 1947.
2. Gutman S.G. Solution of a plane problem of the theory of elasticity for a particular case of orthotropy on an isotropic model. Proc. of the First Congr. of the Intern. Soc. of Rock Mechanics. Laboratorio national de engenharia civil, Lisboa-Portugal, 1966, 1, 713-716.
3. Гутман С.Г. Решение плоской задачи теории упругости для частного вида ортотропии на изотропной модели. Изв. ВНИИГ, 1967, 84, 72-83.
4. Кокер Э., Файлон Л. Оптический метод исследования напряжений. МЛ., ОНТИ, 1936.
5. Melan E. Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im Innern beanspruchten Halbscheibe. Zeitsch. für ang. Math. u. Mech., 1932, 12, №6, 343-346.
6. Розанов Н.С. Определение средних напряжений в массивных сооружениях на моделях переменной толщины. Тр. конф. по поляр.-опт. методу иссл. напр., Изд. ЛГУ, 1960.

ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ ГРАВИТАЦИОННОЙ ПЛОТИНЫ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОСНОВАНИЯ

Р.С. Дорошкевич, Й. Литз, Б. Михальски (Варшава)

В в е д е н и е

Деформационные свойства основания являются существенным фактором, влияющим на напряженное состояние тяжелых сооружений. Определение же напряженного состояния — весьма существенный вопрос с точки зрения инженерной практики.

В последнее время, благодаря применению электронной вычислительной техники, стало возможным численное получение решений для некоторых тел несложной конфигурации, покоящихся на упругом основании, деформационные свойства которого отличаются от деформационных свойств сооружения. Однако при проектировании действительных конструкций более сложной формы, модельные исследования, и в том числе поляризационно-оптические, продолжают оставаться ценным орудием для определения напряженного состояния.

В известных в настоящее время поляризационно-оптических исследованиях по данному вопросу, скачкообразная неоднородность упругих свойств сооружения и основания моделировалась почти исключительно путем изменения толщины соответствующих областей плоской модели. Этот способ моделирования неоднородности исследуемого объекта ведет к получению относительно правильной картины распределения напряжений лишь в точках достаточно удаленных от мест скачкообразного изменения толщины; кроме того, его возможности ограничены моделированием соотношений модулей упругости мало отличающихся от единицы. Этот метод непригоден также для моделирования нагрузки от массовых сил центробежным методом.

Все известные авторам поляризационно-оптические исследования гравитационных плотин ограничивались учетом

лишь двух основных видов нагрузки, т.е. собственного веса и гидростатического напора, пренебрегая другими факторами как, напр. воздействие подъемной силы, усадка бетона и тому подобные. Однако даже моделирование схемы нагрузки, учитывающее лишь эти ее основные компоненты, является довольно сложной задачей. Моделирование воздействия собственного веса, ввиду ограниченной чувствительности даже особо чувствительных фотоупругих материалов, требует помещения модели в центрифугу, обеспечивающую перегрузку не менее 100 г.

Учет влияния неоднородности, выражающейся отличием модулей упругости E_1 сооружения и E_2 основания, на распределение напряжений требует применения двух различных фотоупругих материалов с соотношением модулей упругости соответствующим соотношению E_1/E_2 . Эти материалы должны быть склеены таким образом, чтобы при этом не возникли остаточные напряжения.

М о д е л ь н ы е м а т е р и а л ы

Модели изготовлялись из модифицированных эпоксидных смол с различными (невысокими) модулями упругости. Полимеризация производилась при комнатной температуре. Основными компонентами смол являлись: эпидиан 5, триэтилен-тетрамин, дибутилфталат, бутилглицидный эфир, фенилглицидный эфир и циклогексанол. Указанные материалы отличаются большой оптической чувствительностью порядка $0,15 \text{ кг/см}^2$ порядок изохр. Получаемые модули Юнга колебались в пределах $2-100 \text{ кг/см}^2$. Для этих материалов характерно большое упругое запаздывание, и для достижения установившихся деформаций необходимо практически время от 0,1 до 10 мин. Величина встречающегося в этих материалах краевого эффекта времени была умеренной.

Неоднородные модели изготовлялись путем склеивания двух пластин из разных материалов с заданным соотношением модулей упругости. Практика показала, что в качестве клея

лучше всего использовать эпоксидную смолу того-же состава, что более жесткая из двух склеиваемых пластин.

А п п а р а т у р а и т е х н и к а э к с п е р и м е н т а

Основной установкой для рассматриваемых исследований является специальная центрифуга диаметром около 2 м, предназначенная для поляризационно-оптических исследований плоских моделей, подвергаемых воздействию массовых сил, моделирующих нагрузки от собственного веса.

Проще всего сконструировать ротор такой центрифуги таким образом, чтобы плоскость модели была перпендикулярной к оси вращения (рис. 1а).

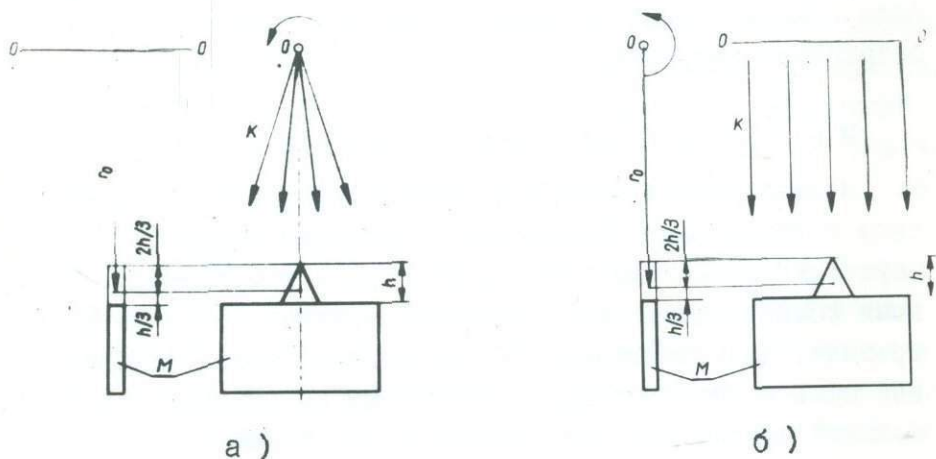


Рис. 1. Два метода установки модели в центрифуге:

- а) ось вращения перпендикулярна к плоскости модели,
- б) ось вращения в плоскости модели

Однако такой метод обладает следующим недостатком: массовые силы, действующие на модель, непараллельны - линии их действия пересекаются на оси вращения. Эта расходимость сил очень нежелательна в тех случаях, когда ширина моде-

лей значительна и, как это подтверждается практикой, может привести к ошибочным результатам. В методе, предложенном Р.С. Дорошкевичем, используется ротор, сконструированный таким образом, что его ось вращения находится на продолжении серединной плоскости модели (рис. 1б). Направления сил инерции модели здесь параллельны и лучше моделируют собственный вес объекта. В этом случае единственной неоднородностью поля сил является следствие неодинакового расстояния от оси вращения. Размеры модели, однако, настолько малы, по сравнению с размерами радиуса ротора, что плотность поля массовых сил в крайних точках модели отличается от среднего значения не более чем на 5%.

При такой конструкции ротора возникают некоторые затруднения, вызванные сопротивлением воздуха и необходимостью установки оптики на большем чем обычно расстоянии от модели. Первую из этих трудностей удалось преодолеть благодаря высокой чувствительности применяемого фотоупругого материала, т.к. для привода оказался вполне достаточным двигатель мощностью 2,8 квт, обеспечивающий вращательную скорость до 500 об/мин, соответствующую нагрузке до 200 г на расстоянии 0,8 м от оси. Так как расстояние от поляризатора до анализатора превосходит 2 м (рис. 2), были применены две коллимационные линзы, обеспечивающие получение почти параллельного пучка света. Картины изохром снимались через интерференционный фильтр, с помощью фотокамеры, помещенной в фокусе коллимационной линзы.

В качестве источника света использовалась стандартная лампа-вспышка, в которой искровой разряд конденсатора вызывал сильную единичную вспышку света продолжительностью 2 мксек. Принцип работы синхронизирующего приспособления следующий (рис.3): установленная ниже модели пластинка-прерыватель (6) пересекает путь луча от осветителя (5) к фотоэлементу (7). Возникающий таким образом электрический импульс усиливается усилителем (8) и вызывает вспышку лампы (10). Однако путь этого импульса к лампе открыт лишь тогда, когда нажат затвор фотокамеры (4).

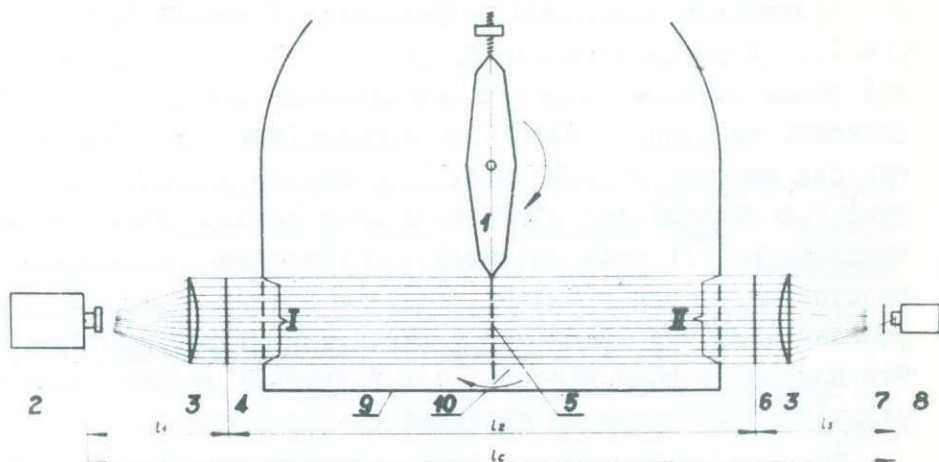


Рис. 2. Оптическая система поляризационно-оптической центрифуги:

I - плечо центрифуги, 2 - лампа-вспышка, 3 - коллимационная линза, 4 - система поляризатора (поляризационный фильтр и пластинка четверть волны), 6 - система анализатора (поляризационный фильтр и пластинка четверть волны), 7 - интерференционный фильтр, 8 - фотокамера, 9 - кожух центрифуги, 10 - фотоэлемент

Таким образом обеспечивается возможность фотографирования картин изохром и изоклин во время движения ротора центрифуги с моделью. Для зрительного наблюдения предназначена стробоскопическая лампа (I2), вспышки которой синхронизируются с вращением центрифуги с помощью того же фотоэлемента. Таким образом можно зрительно наблюдать неподвижную для глаза поляризационно-оптическую картину (изохром или озоклин).

Исследуемая модель находится в контейнере центрифуги (размерами 200x250 мм). Модель устанавливается с соответствующим зазором между двумя обкладками из плексигласа (метил-метакрилатового органического стекла). Для устранения помех от трения об обкладки поверхность модели смазывается вазелином.

Общий вид экспериментального оборудования с центрифугой показан на рис. 4.

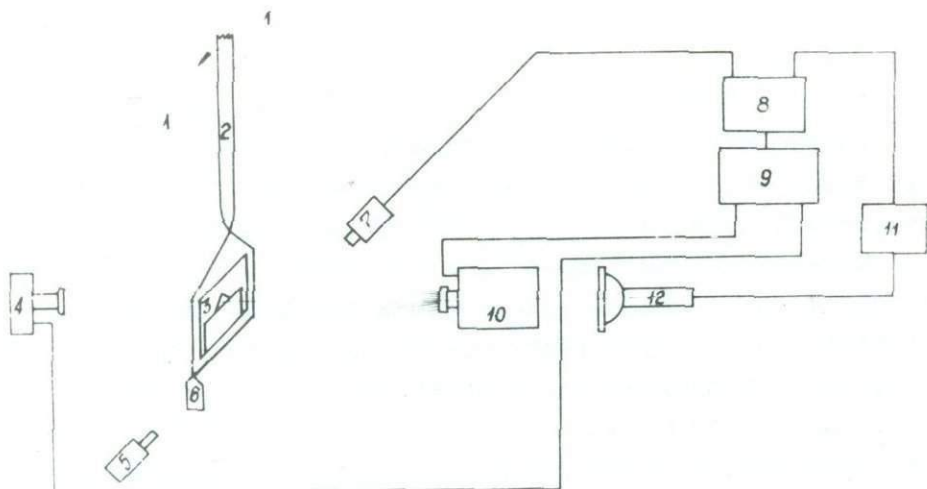


Рис. 3. Блок-схема системы вспышки поляризационно-оптической центрифуги:

1 - ось вращения, 2 - плечо центрифуги, 3 - контейнер центрифуги с моделью, 4 - фотоаппарат, 5 - осветитель, 6 - пластинка-прерыватель, 7 - фотоэлемент, 8 - усилитель, 9 - триггер, 10 - лампа-вспышка, 11 - стробоскоп, 12 - стробоскопическая лампа

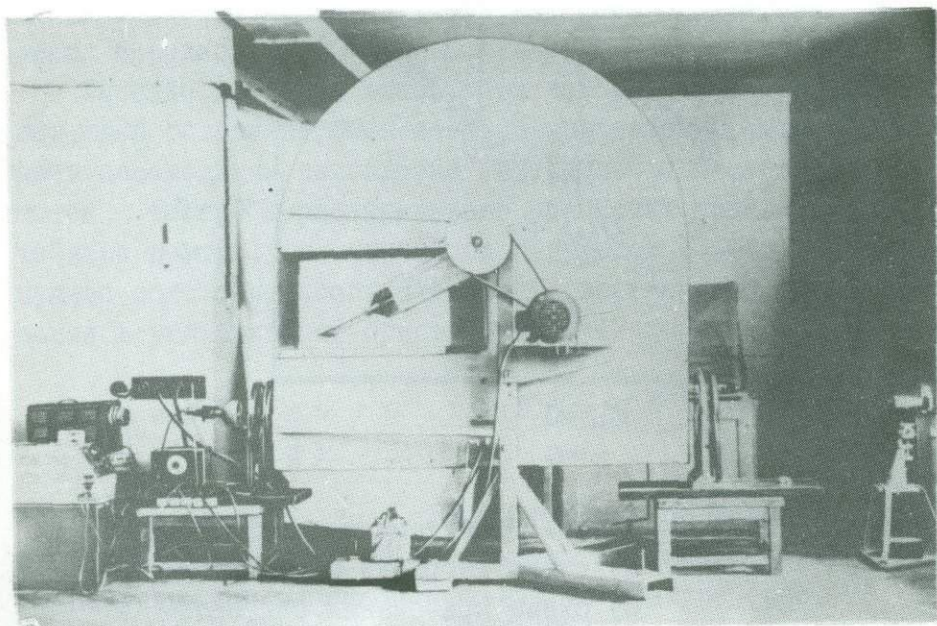


Рис. 4. Общий вид установки

И с с л е д о в а н и е м о д е л и п л о т и н ы

Разработанный метод был применен для определения напряженного состояния модели гравитационной плотины с соотношением $E_1/E_2 = 5$, ($E_1 = 107 \text{ кг/см}^2$, $E_2 = 22 \text{ кг/см}^2$).

Модель плотины совместно с основанием, а также метод ее крепления и приложения нагрузки показаны на рис. 5. Прямоугольник, моделирующий основание, вставлен в контейнер центрифуги с минимальным боковым зазором (перемещение в направлении оси x $u = 0$) с использованием смазки так, что практически трение по периметру прямоугольника отсутствует ($\tau_{xy} = 0$).

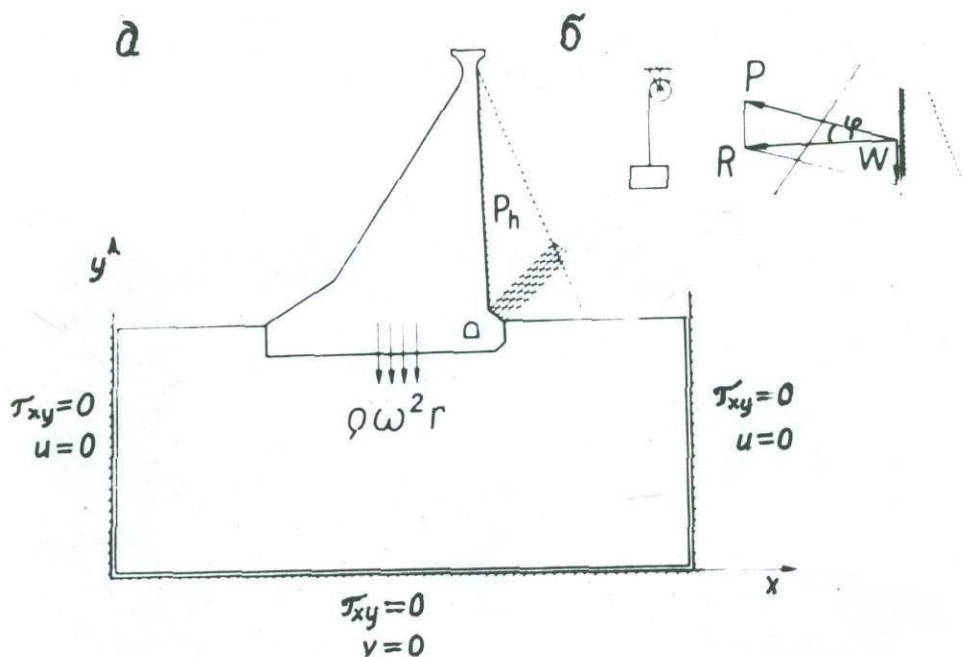


Рис. 5. Модель гравитационной плотины:

- а) схема нагрузки и крепления,
- б) схема приложения сил, заменяющих гидростатический напор

Опыты показали, что так подобранные краевые условия относительно наилучше моделируют опирание модели на бесконечную полуплоскость. Кроме собственного веса, моделируемого с помощью массовых сил, к модели в центрифуге были приложены силы, заменяющие воздействие гидростатического напора воды P_n . Треугольная эпюра напора воды заменялась тремя статически эквивалентными силами. Каждая из этих сил прилагалась к модели, посредством металлической пластинки и губчатой прокладки, с помощью перекинутого через блок троса с подвешенным грузом. Величина груза и угол φ (рис. 5) были подобраны таким образом, чтобы равнодействующая R натяжения троса P и веса пластины W имела требуемую величину и направление, перпендикулярное к ребру модели. Благодаря тому, что силы инерции в центрифуге действуют одновременно на материал модели и на подвешенные грузы, необходимое соотношение сил, моделирующих гидростатический напор и собственный вес, достигалось независимо от скорости вращения центрифуги. Эта скорость подбиралась таким образом, чтобы получать изохромы достаточно высоких порядков.

Уместно добавить здесь, что деформации части, моделирующей основание, были столь значительными, что оказалось необходимым нахождение путем последовательных попыток такого первоначального положения модели в контейнере центрифуги, чтобы под нагрузкой модель приняла нужное положение (соответствующее вертикальное перемещение и углы наклона боковых ребер).

Результаты исследований и выводы

Для рассматриваемой модели плотины были выполнены снимки изохром (рис. 6) и изоклин. На основе снимков были получены диаграммы напряжений на контуре (рис. 7) и траекторий главных напряжений.

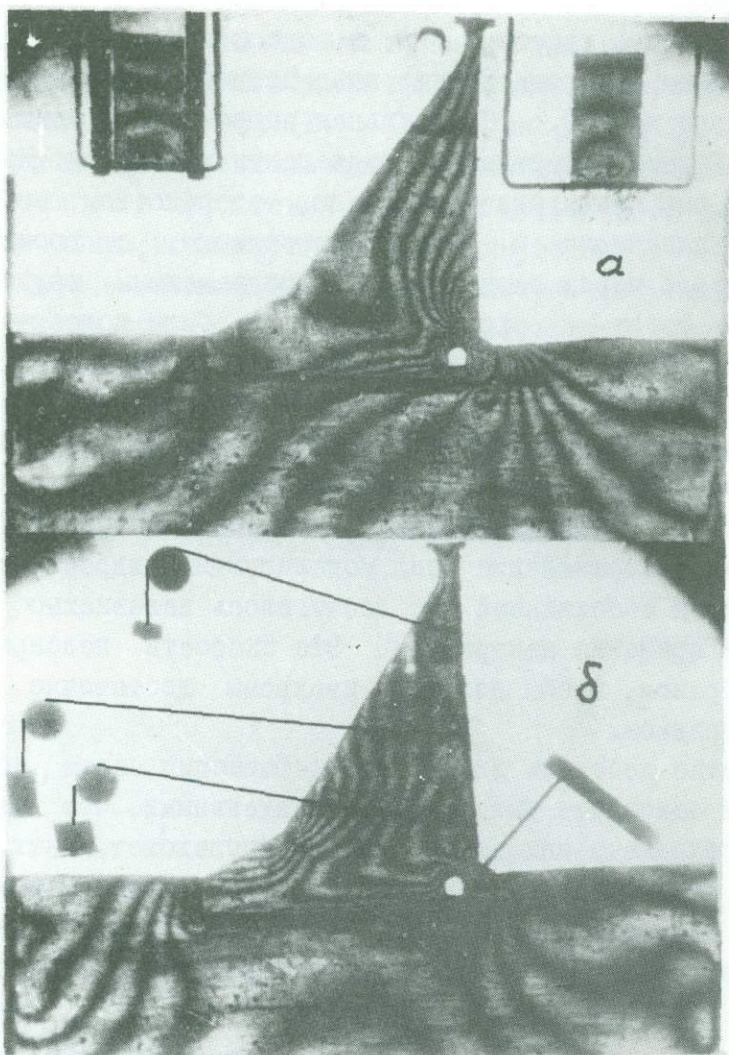


Рис. 6. Снимки изохром для модели плотины:
а) модель, нагруженная собственным весом,
б) модель, нагруженная собственным весом и гидростатическим напором

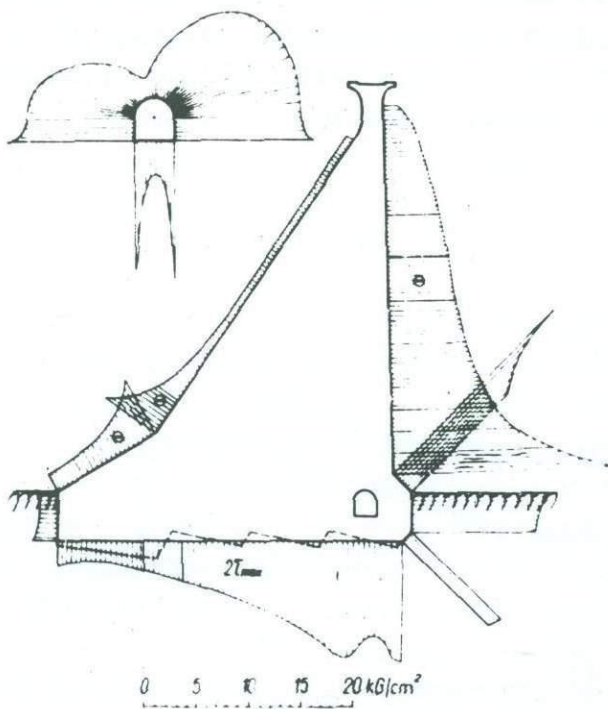


Рис. 7. Диаграммы напряжений на внешнем контуре сечения плотины.

Для более подробного анализа напряженного состояния во внутренних точках модели плотины, а в частности, в окрестности линии посадки, был проведен ряд сечений, вдоль которых производилось разделение напряжений методом разностей касательных напряжений. На рис. 8 представлены диаграммы разделенных напряжений в двух, взятых в качестве примера, сечениях плотины. Эти напряжения получены на основе поляризационно-оптических исследований на модели. Напряжения σ_y для верхней и средней частей плотины почти линейны и близки к расчетным. Вблизи угловых точек контура сечения, около отверстия смотровой галереи

и в окрестности сечения посадки экспериментально полученные значения величины σ_y отличаются значительно от расчетных. Это вполне понятно, т.к. примененный расчетный метод не учитывал концентрации напряжений в окрестности угловых точек и отверстий, а также различия упругих свойств основания и плотины.

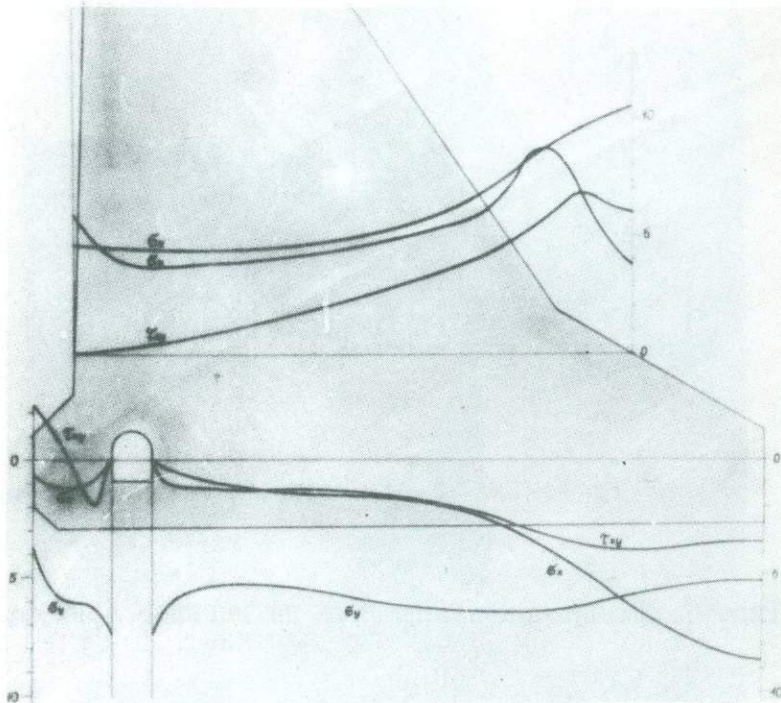


Рис. 8. Диаграммы напряжений в горизонтальных сечениях плотины.

Ни в одной части плотины не были обнаружены растягивающие напряжения, что свидетельствует о том, что профиль сечения плотины запроектирован правильно.

Заслуживают внимания диаграммы напряжений на контуре отверстия смотровой галереи. Хотя на контуре галереи не были обнаружены растягивающие напряжения, однако вид полученных диаграмм свидетельствует о том, что такие напряжения могли бы появиться в случае локализации отверстия

ближе к верховой грани плотины. Из полученных результатов следует, что необходимо соблюдение некоторых мер предосторожности при проектировании смотровой галереи вблизи верховой грани плотины. В таких случаях поляризационно-оптические исследования могут разрешить вопросы: не слишком ли близко к контуру предусматривается отверстие смотровой галереи и нет ли нужды применения специальных мер (отодвижения отверстия или же лучшего его армирования) с целью увеличения коэффициента безопасности плотины.

Для произведения оценки точности полученных результатов, полученные диаграммы напряжений сопоставлялись со статическими условиями. Найдено, что максимальное расхождение результирующей силы не превосходит 10%.

На основании результатов проведенных исследований можно прийти к заключению, что представленный метод позволяет определять напряженное состояние в гравитационных плотинах с достаточной с точки зрения инженерной практики точностью. Он может быть весьма полезен при исследованиях плотин сложного очертания, например с отверстиями, неплавными переходами граней, а также плотин, устанавливаемых на основаниях с отличающимися деформационными свойствами и на слоистых основаниях. Кроме того, представленный метод может найти применение при исследованиях других инженерных конструкций, для которых влияние собственного веса существенно, таких как береговые устой мостов, опорные стены, своды и др.

Л и т е р а т у р а

1. Doroszkiewich R.S. Badania naprężeń w konstrukcjach niejednorodnych obciążonych ciężarem własnym. Rozpr. inż., 1968, 16, N2, 177-207.
2. М.М. Фрохт. Фотоупругость. ОГИЗ, Москва-Ленинград, 1948, I, 265-297.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В БАЛКЕ С РЯДОМ ОТВЕРСТИЙ

Ю.Н. Сухарев, Б.Я. Мартъянов, В.В. Бабков (Уфа)

Институтом НИИПромстрой в течение ряда лет ведется разработка и исследование железобетонных преднапряженных "решетчатых" балок /1/. Решетчатая балка имеет прямоугольное сечение, по длине балки расположен ряд отверстий. Работа таких балок под нагрузкой включает в себя упругую и упруго-пластическую стадии. В данном случае приведены исследования по работе балок в упругой стадии.

По своим геометрическим параметрам решетчатая балка занимает промежуточное положение между стержневой рамой и балкой. Поэтому строгий подход к решению задачи по определению напряженного состояния такой конструкции методами строительной механики довольно сложен. Исследование закономерностей распределения напряжений в балке с рядом отверстий выполнено авторами экспериментально на плоских моделях поляризации — оптическим методом с разделением главных напряжений на интеграторе. Было исследовано более трехсот моделей на три вида нагружения — чистый изгиб, осевое растяжение, изгиб с поперечной силой. Исследования предусматривали широкое варьиро-

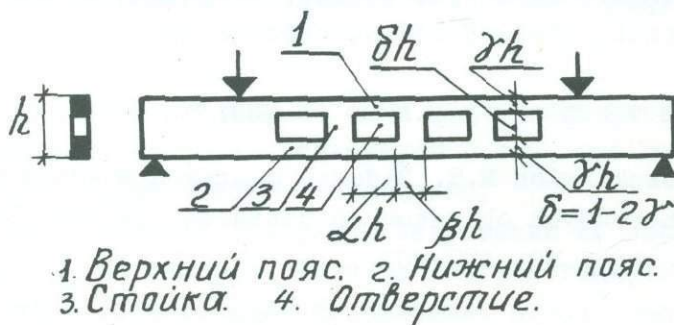


Рис.1. Исследование моделей на чистый изгиб, геометрические параметры

вание относительных размеров отверстий и расстояний между ними от щелевидного отверстия до максимально возможного, превращающего балку с отверстиями в статически неопределимую стержневую систему. Геометрия моделей определяется тремя параметрами: α, γ, β (рис.1.). Модели были изготовлены из материала ЭД6-М и испытаны на поляризационной установке "Меопта".

Эксперименты показывают, что при осевом растяжении и балки (моделирование обжатия балки преднапряженной продольной арматурой) распределение напряжений в нормальном сечении посередине отверстия неравномерно и в пределах пояса при $\alpha/\delta > 2$ в достаточной степени линейно. Для этой области распределение напряжений σ_x в системе координат XOY (рис.2) будет следующим:

$$\sigma_x = \bar{\sigma} \left[2 - K + \frac{2(K-1)}{\delta} (0,5 - y/h) \right], \quad (1)$$

где $K = \frac{\sigma_A}{\bar{\sigma}}$ - отношение напряжения в точке А к среднему напряжению по ослабленному сечению, $\bar{\sigma} = \sigma_0/\delta$ (коэффициент концентрации напряжений в точке А),

$\bar{\sigma}$ - среднее значение напряжения по сплошному сечению,

y - координата соответствующего волокна.

Коэффициент концентрации напряжений в точке А в случае одиночного отверстия для бесконечной по ширине полосы K_1^0 , зависит от отношения длины отверстия к его высоте - α/δ . Для некоторых значений α/δ величины K_1^0 , вычисленные по Г.Н. Савину [2], приведены в нижеследующей таблице.

Для полосы конечных размеров в силу вступает фактор соразмерности концентратора напряжений (отверстия) с поперечным размером элемента, что проявляется в уменьшении коэффициента K_1^0 .

Полученные нами экспериментальные данные для полосы с одиночным отверстием

в виде кривых $K_1 = f(\alpha/\delta, \delta)$ приведены на рис.2. Там же по данным вышеприведенной таблицы построена кривая $K_1^0 = f(\alpha/\delta)$ для случая бесконечной по ширине полосы. Формула для определения K_1^0 получена в виде показательной функции:

α/δ	K_1^0
0,2	2,42
0,31	2,152
1	1,472
5	1,192

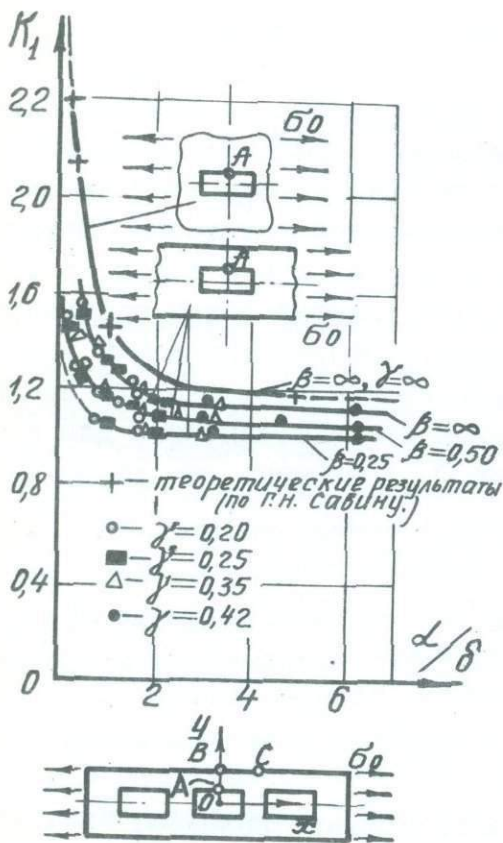


Рис. 2. Экспериментальные кривые $K_1 = f(\alpha/\delta, \gamma)$.

в диапазоне $0,2 < \gamma < 0,42$ и $0,25 < \alpha < 1$ определяется параметром β/δ и не зависит от α . Корректирующий коэффициент, учитывающий влияние расположения отверстий вдоль оси, будет равен:

$$K_\beta = 0,850 + 0,106 \beta/\delta - 0,017 (\beta/\delta)^2. \quad (4)$$

Тогда величину коэффициента K как функцию всех независимых параметров можно получить в виде:

$$K = K_1 K_\beta, \quad (5)$$

причем соответствующие коэффициенты правой части этого равенства определяются по формулам (2), (3), (4).

В нормальном сечении балки по оси стойки наибольшие напряжения возникают на контуре балки в точке С (рис. 2.). В области $\alpha > 0,2$ их величина зависит только от параметров γ и β .

$$K_1^0 = 0,42 (\alpha/\delta)^{-0,806} + 1,06. \quad (2)$$

Эта зависимость справедлива в диапазоне $0,3 < \alpha/\delta < 5$.

Анализ кривых $K_1 = f(\alpha/\delta)$ для полосы конечных размеров с одиночным отверстием показывает, что количественно влияние параметра δ в диапазоне $0,2 < \delta < 0,46$ составляет 13-15%, а коэффициент K_1 в этом диапазоне может быть определен по формуле

$$K_1 = K_1^0 (0,79 + 0,46 \delta). \quad (3)$$

Эта формула для указанного диапазона δ в области $0,5 < \alpha/\delta < 5$ обеспечивает точность 2-3%. Для $\delta > 0,46$ $K_1 = K_1^0$. Исследование взаимного влияния отверстий, располагающихся по оси балки, т.е. решение задачи о влиянии параметра β на величину K_1 , показало, что распределение напряжений в данном случае в

данном случае в

данном случае в

данном случае в

данном случае в

данном случае в

данном случае в

Формула для определения коэффициента концентрации напряжений в точке С имеет вид:

$$K_2 = 1 + (4,72 - 16\gamma + 13,5\gamma^2)(1,24 - 1,04\beta + 0,222\beta^2). \quad (6)$$

Эксперименты показывают, что в балке, находящейся в условиях чистого изгиба при отношении $\alpha/\delta > 0,5$ распределение напряжений в нормальном сечении по отверстию близко к линейному. Однако это распределение не согласуется с гипотезой плоских сечений. Эюра напряжений будет определена, если известно одно из значений напряжений на верхнем или нижнем волокнах σ_A или σ_B , либо градиент напряжений в пределах панели $i = \frac{\sigma_B - \sigma_A}{\delta h}$. Этот градиент может быть получен из выражения

$$i = i_0(0,62 + 0,76\gamma), \quad (7)$$

где: $i_0 = \frac{2\sigma_0}{h}$, σ_0 - напряжение в крайнем волокне сплошной (без отверстий) балки.

Из условия равенства моментов в сплошной балке и балке с отверстием находим формулу для определения напряжений в любом волокне сечения:

$$\sigma_x = \sigma_0 \left[\frac{1}{6\gamma(1-\gamma)} - (0,62 + 0,76\gamma) \frac{4\gamma^2 - 6\gamma + 3}{3(1-\gamma)} + 2 \frac{y}{h} (0,62 + 0,76\gamma) \right]. \quad (8)$$

На рис. 3 по уравнению (8) построены кривые σ_A/σ_0 ; σ'_A/σ_0 ; σ_B/σ_0 ; σ'_B/σ_0 в зависимости от γ (σ'_A и σ'_B - напряжения в точках А и В по гипотезу плоских сечений). Тут же построены кривые 1 и 2, показывающие соответственно в точках А и В расхождение данных эксперимента и гипотезы плоских сечений.

Результаты показывают, что в точке В гипотеза плоских сечений дает завышенные значения напряжений, при этом расхождение по сравнению с фактическими значениями не превышает 7%. В точке А гипотеза плоских сечений дает примерно на 15% заниженные значения напряжений.

В условиях чистого изгиба пояс балки в пределах отверстия нагружен внецентренно приложенной силой, которая раск-

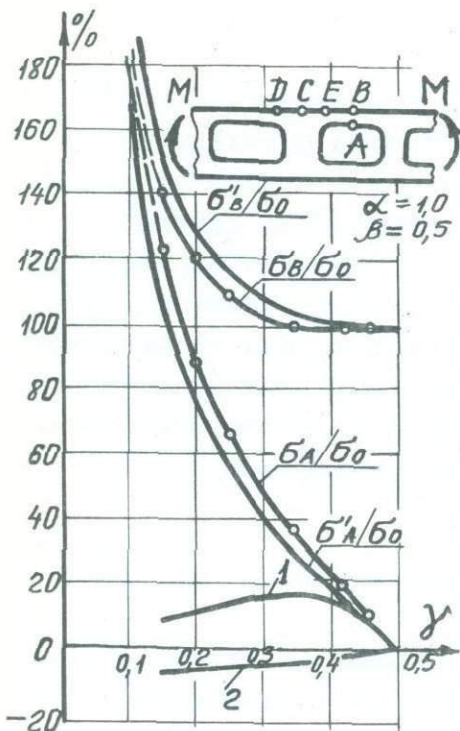


Рис. 3. Сравнение фактического распределения напряжений в сечении по отверстию и распределения в соответствии с гипотезой плоских сечений.

гиб в области $\alpha/\gamma < 4$ в нормальных сечениях по краю отверстия не согласуется с гипотезой плоских сечений: в точках Д и Е (рис. 3.) происходит снижение напряжения.

Корректирующие функции для напряжений в этих точках в области $\beta > 0,25$ могут быть приняты не зависящие от α и β :

$$\xi_D = 1,06 - 0,94\gamma^{\wedge}, \quad (14)$$

$$\xi_E = 0,906 + 0,54\gamma^{\wedge}. \quad (15)$$

Формулы для определения напряжений в точках Д и Е имеют вид:

ладывается на центральную силу и изгибающий момент:

$$N_n = M \frac{1 - (0,62 + 0,76\gamma)2\gamma^3}{h(1-\gamma)}, \quad (11)$$

$$M_n = M\gamma^3(0,62 + 0,76\gamma). \quad (12)$$

Распределение напряжений в сечении по оси стойки в балках с серией прямоугольных отверстий, находящейся в условиях чистого изгиба, было исследовано методом фотоупругости М. Арканом [3]. Показано, что максимальное напряжение в этом сечении возникает в точке С (рис. 3.), а формула для определения напряжений в сечении имеет вид:

$$\sigma_c = \sigma_0 \frac{1 - 2a/h}{1 + 4a^3/h^3 - 3a/h}, \quad (13)$$

где a — экспериментальный коэффициент.

Эксперименты показали, что в балке, находящейся под воздействием изгиба в комбинации с поперечной силой распределение напряжений в поясах от их местного из-

$$\sigma_D = \sigma_D' + \sigma_{ст} \varphi_D, \quad (16)$$

$$\sigma_E = \sigma_E' - \sigma_{ст} \varphi_E, \quad (17)$$

где σ_D' и σ_E' - напряжения в точках Д и Е, определенные по формуле (8);

$\sigma_{ст}$ - напряжение в точках Е и Д, определенные при расчете решетчатой балки как статически неопределимой стержневой системы.

Полученные формулы были применены для определения напряжений в бетоне решетчатых балок в период их изготовления - при передаче усилия предварительного напряжения прядевой стальной арматуры с упоров стенда на бетон (продольное обжатие балок) и при испытании натуральных балок на изгиб. При этом получено хорошее согласование теоретических данных с данным эксперимента на натуральных решетчатых балках.

Л и т е р а т у р а

1. Сухарев Ю.Н., Комлев В.А., Бабков В.В. Разработка конструкций и исследование предварительно напряженных железобетонных решетчатых балок, применяемых в покрытиях производственных зданий и в эстакадах под технологические материалопроводы. Труды БашНИИСтроя, выпуск УШ.М., Стройиздат, 1968.
2. Савин Г.Н. Концентрация напряжений около отверстий. М., Гостехиздат, 1951.
3. Arcan M. O metodă de calcul al diafragmelor de rigidizare cu un șir de coluri. Studii și cercetări mec. apl. Acad. RPR, 1962, 13, N2, 451-471.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ
ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ОТДЕЛЬНЫХ ФАЗ РАЗРУШЕНИЯ
ХРУПКИХ ГОРНЫХ ПОРОД ПОД ДЕЙСТВИЕМ ШТАМПА

А.С.Гришин, Е.И.Эдельштейн, Р.М.Эйгелес /Москва/

При бурении глубоких скважин разрушение горных пород на забое производится в основном шарошечными долотами. Процесс разрушения пород при этом характеризуется последовательным воздействием на породу штампов различной формы.

Ниже рассматривается фотоупругое моделирование двух основных фаз разрушения хрупких горных пород при вдавливании цилиндрического штампа с плоским основанием.

Процесс хрупкого разрушения горных пород, происходящий под действием вдавливания штампа в ее поверхность при первом механизме / I /, можно представить состоящим из следующих основных фаз:

1. Упругое сжатие породы под действием штампа. Эта фаза подробно изучена в рамках теории упругости.

2. Образование "конической" трещины отрыва, образующейся на поверхности массива вокруг контура площадки контакта штампа, распространяющейся по мере увеличения нагрузки вглубь массива под углом α и разделяющей его на две взаимодействующие области, называемые "конусом" и "консолью". Угол α в натуральных условиях колеблется в пределах 25° - 40° .

3. Хрупкий отлом кольцевой "консоли" в результате давления на нее со стороны упругого или предварительно разрушенного "конуса".

В связи с изложенным были поставлены две задачи по фотоупругому моделированию основных фаз хрупкого разрушения горных пород:

А. Взаимодействие упругих "конуса" и консоли", разделенных конической трещиной /рис.1/.

Б. Взаимодействие раздробленной горной породы "конуса" с упругой "консолью" /рис. 2/.

Требовалось определить напряжения в "консолях" и эпюры давления, передаваемого упругим и разрушенным "конусами" на "консоль".

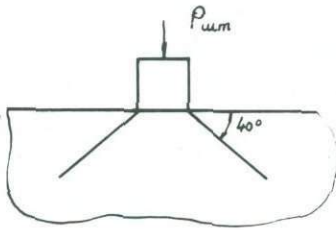


Рис. 1

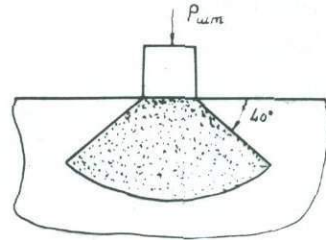


Рис. 2,

А. Модели были изготовлены в масштабе 10:1 из эпоксимальа 5Н40М, а штампы из ЭД6М30 / 2/. Использование этих материалов позволило выдержать соотношение модулей упругости штампа и породы в пределах, имеющих место в натурных условиях. Угол α был принят равным 40° .

Наибольшей трудностью, возникшей при моделировании, было получение в модели конической трещины.

Попытка получения равновесной статической трещины в моделях естественным путем при действии штампом в нормальных условиях и при пониженной температуре -80°C / не привела к успеху, т.к. получаемые трещины развивались на незначительную глубину. В связи с этим было решено имитировать русло трещины тонкой пленкой, способной разделять "конус" и "консоль". Пленка должна быть достаточно тонкой^х, не должна создавать существенных сил трения при движении "конуса" относительно "консоли" и не должна вступать в химическую реакцию с жидким компаундом эпоксимальа или растворяться в нем.

Был исследован ряд материалов и пленок. Исследования эти проводились следующим образом. Из эпоксимальа выполнялась модель "конуса" /без консоли/, заполнялась компаундом эпоксимальа /рис.5/, который отверждался в термостате. После отверждения из полученной модели вырезался осесимметричный срез, который позволил судить о разделительных свойствах данной пленки. Таким образом, были исследованы пленки воска, парафина, целлулоида, полихлорви-

^хВ горных породах толщина конической трещины лежит в пределах от нескольких микрон до десятков микрон

жила, полиизобутилена, полиэтилена, различные вязкие смазки, а также фольгированные пленки и фольга.

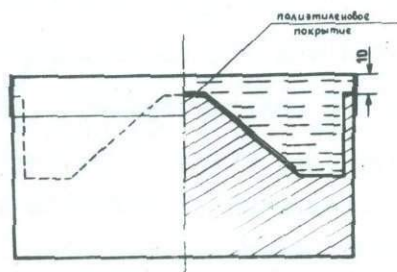


Рис. 3. Модель "конуса"

подавляющее большинство исследованных материалов и пленок не дало удовлетворительных результатов, не отвечая тем или иным из поставленных требований.

Наилучшими свойствами из исследованных обладает полиэтиленовая пленка, которая в виде 5% раствора / в толуоле / наносится на поверхность подогретой модели "конуса" способом напыления ее раствора. Таким способом можно получить пленку толщиной менее 10 микрон. Исследование тонких пленок /10-12мк/ при температуре 150°C показало, что напряжение сдвига τ при невысоких нормальных напряжениях /до 50г/см²/ не превышает 0,01 $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$ и практически не зависит от величины нормальных напряжений /максимальное давление, передаваемое пленкой, в модели составляет 750 г/см²/.

После затвердевания компаунда эпоксимала излишки его снимались таким образом, чтобы освободить верхнее усеченное основание "конуса", на которой и устанавливался штамп.

Среднее контактное давление на него составляло 12,5 $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$.

После "замораживания" деформаций из модели выпиливался осесимметричный срез rZ и система срезов θZ , которые необходимы для получения исходных данных при численном интегрировании уравнений равновесия и получения составляющих тензора напряжений.

Полученные напряжения пересчитаны на натуру при давлении на цилиндрический штамп, равном 5000 $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$.

Существенный интерес представляет определение эпоры давления,

передаваемого деформируемым "конусом" на "консоль", которая определена исходя из координатных напряжений /рис. 4/.

Б. Вторая задача, как было отмечено выше, связана с моделированием заключительной стадии хрупкого разрушения горных пород - передачей давления материала раздробленного "конуса" на упругую "консоль".

Материал раздробленного "конуса" моделировался сухим мелким кварцевым песком.

Модели, включающие "консоль" и полость, в дальнейшем заполняемую песком, были изготовлены из эпоксимальа ЭД6М30. Для получения полостей, геометрически подобных разрушаемому в натуре "конусам", использовался эвтектический сплав Розе. Вначале была изготовлена стальная модель, которая заформовывалась в гипс. После получения гипсовой формы в нее заливался сплав Розе и таким образом получалась окончательная модель конуса, которая в свою очередь подвешивалась в заливочной форме, заполняемой компаундом ЭД6М30. После отверждения компаунда и расплавления помещенной в него модели сплав выливался, а полученная из эпоксимальа модель "консоли" была готова к проведению эксперимента.

Полость модели заполнялась кварцевым песком, на поверхность которого был установлен металлический штамп /рис. 2/. Аналогично первой задаче для удобства сравнения полученных данных напряжения пересчитаны на натуру при давлении на цилиндрический штамп, равном $5000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$.

На фиг. 5, 6 и 7 представлены соответственно графики напряжений на контурах "консоли", эпюра давления, передаваемого на "консоль" сыпучим материалом и изостатическое поле напряжений. Оценка точности полученных результатов, проведенная по главным векторам сечений, расположенных ниже "конуса", дала удовлетворительные результаты /ошибка не превышает 10%/.

В отношении разницы в величинах коэффициентов Пуассона модели и натуре следует заметить, что исходя из аналитического решения задачи, подобной одной из приведенных выше, полученном нами на основе теории оболочек, следует, что распределение напряжений в "консоли" практически не зависит от величины ν .

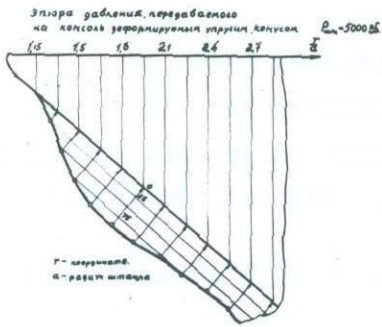


Рис. 4.



Графики напряжений на контурах кансоли воспринимающей давление сыпучего материала
 $P_m = 5000 \text{ кг}$

Рис. 5.

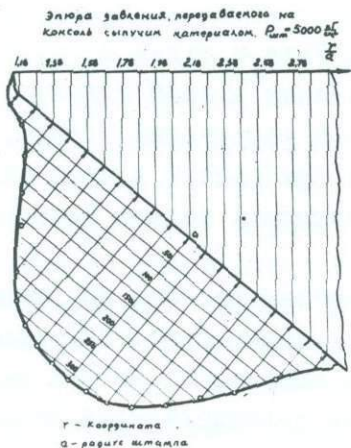
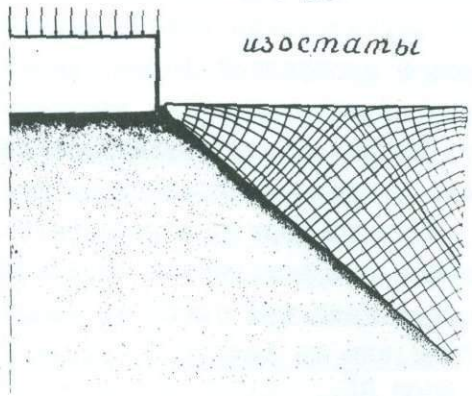


Рис. 6.



изоштаты

Рис. 7.

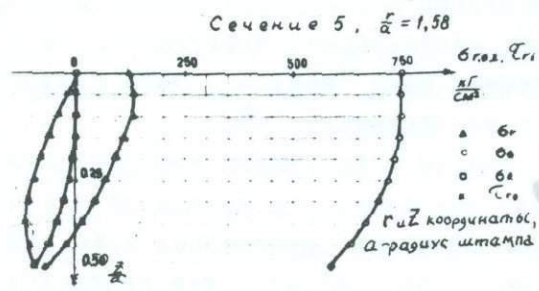


Рис. 8.

З а к л ю ч е н и е

1. Обращает на себя внимание высокий уровень напряжений σ_0 в задаче с раздробленным "конусом" /рис.8/. Эти напряжения оказывают существенное влияние на разрушение "консоли", т.к. в результате их действия могут развиваться радиальные трещины, которые обнаруживаются при действии штампа на некоторые горные породы.

2. Трещина отрыва "консоли" распространяется по изостате и выходит на поверхность массива.

3. Трещина отрыва "консоли" может выходить на свободную поверхность в соответствии с полем изостат /рис.7/ как нормально так и по касательной к ней в зависимости от места её возникновения. Выводы 2 и 3 подтверждены экспериментами при действии штампа на горные породы.

4. Разработана и апробирована методика получения в моделях из эпоксималов имитации магистральных трещин, дающая возможность изучать отдельные фазы разрушения твердых тел.

Л и т е р а т у р а

1. Гришин А.С., Константинов Л.П., Королько Е.И., Эдельштейн Е.И., Эйгелес Р.М., Эстрин Ю.Я. Механизмы разрушения горных пород при шарошечном бурении. Труды ВНИИБТ, вып. 20, М., 1968.
2. Гришин А.С., Зимакова А.А. Изготовление и исследование оптически чувствительных материалов для моделирования призабойной зоны сквижаны. Тр. ВНИИБТ, вып. 6, М., 1962.
3. Эйгелес Р.М. Разрушение горных пород при бурении. "Недра", 1971.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДРЕВНИХ РАЗРЫВОВ В ЗЕМНОЙ КОРЕ НА ЕЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

М.В. Гзовский, Д.Н. Осокина, А.А. Ломакин,
В.В. Кудряшова (Москва)

Изучение напряженного состояния земной коры и верхней мантии имеет большое значение для решения ряда важнейших теоретических и практических задач геологии и геофизики. Оно необходимо: для объяснения причин и механизма тектонических процессов, приводящих к образованию гор, равнин, морских и океанических впадин, складок и разрывов в земной коре; для выяснения места и силы будущих землетрясений, для понимания условий формирования месторождений полезных ископаемых. Полевые исследования и математические решения сейчас еще не являются достаточными для достоверного установления главных закономерностей, свойственных полям напряжений в земной коре, поэтому в ряде случаев наиболее перспективным путем установления таких закономерностей оказывается применение поляризационно-оптического метода.

Работы по моделированию тектонических полей напряжений в земной коре при помощи поляризационно-оптического метода ведутся в течение ряда лет в лаборатории тектонофизики Института физики Земли АН СССР. Основные результаты этих исследований и вопросы, связанные с теорией и методами такого моделирования изложены в работах /1-9/. До недавнего времени рассматривались лишь упрощенные задачи по деформированию моделей геологических тел, состоящих из однородной среды и ненарушенных разрывами. В последнее время начато рассмотрение более сложных задач с учетом неоднородности строения участков земной коры: существования в них тектонических разрывов, включений, границ раздела областей с различными свойствами и т.д. Настоящее сообщение посвящено ре-

результатам изучения влияния древних^ж тектонических разрывов, существующих в земной коре, на ее молодое поле напряжений.

При детальном изучении природных разрывов установлено, что обычно геологический разрыв представляет собой сочетание сочленяющихся под разными углами прямолинейных и кривых отрезков. Характерные сочетания создают зигзагообразную, гирляндообразную и синусоидообразную форму линий разрывов на геологических картах. Поэтому изучение возмущений поля напряжений упругой модели^{жж} в окрестностях разрыва начато нами для разрывов именно этих трех типов при общем их простирании: а) поперек направления наибольшего сжатия модели (σ_3); б) под 45° к σ_3 и в) вдоль σ_3 .

Прорези, воспроизводящие древние разрывы, создавались в средней части ненагруженной плоской модели. Затем модель подвергалась равномерному двухосному сжатию, причем $|\sigma_3|$ было значительно больше, чем $|\sigma_1|$. Предварительно проверялось, что при приложении той же самой нагрузки к модели до создания в ней разрывов поле напряжений в средней части модели оказывается однородным.

На многочисленных моделях, изучавшихся авторами, а также А. Л. Лехтманом, Л. М. Смирновым и Ж. Хираяма в нашей лаборатории, установлены следующие закономерности:

1. Плоские на всем своем протяжении разрывы, параллельные и перпендикулярные к направлению σ_3 , не изменяют однородного поля максимальных касательных напряжений τ_{max} (рис. 1).

2. Плоские на всем своем протяжении разрывы, направленные

ж

Древними называют разрывы, созданные уже исчезнувшим полем напряжений. Их ориентация относительно главных напряжений молодого (т.е. сегодняшнего) поля напряжений может быть произвольной.

жж

Модели изготовлялись из низко модульного материала ИФЗ-СГУ на основе ацетата целлюлозы /5-6/

под 45° к направлению σ_3 , сильно изменяют поле напряжений. Они вызывают: а) сильное уменьшение максимальных касательных напряжений τ_{max} (в среднем от 20 до 40%) вдоль разрыва; б) слабое уменьшение (в среднем до 20%) вдоль прямых, почти перпендикулярных концам разрыва; в) сильное увеличение τ_{max} (в среднем от 15 до 20%) у концов разрыва, вдоль прямых, продолжающих разрыв; г) слабое увеличение τ_{max} (в среднем до 15%) в дугообразных зонах, тянущихся с двух сторон от средней части разрыва и примыкающих к его концам (рис. 1).

3. Дугообразные разрывы, параллельные направлению σ_3 и перпендикулярные к нему вызывают следующие изменения поля напряжений: а) сильное уменьшение τ_{max} возле вогнутой стороны средней части разрыва; б) слабое уменьшение τ_{max} в небольших участках по бокам от концов разрыва; в) сильное увеличение τ_{max} около концов разрыва и (в отличие от плоского разрыва) вдоль средней части разрыва около его выпуклой стороны; г) слабое увеличение τ_{max} в двух сложных по форме зонах, тянущихся на некотором расстоянии с двух сторон вдоль разрыва. (рис. 2, 3).

4. Дугообразные разрывы, тянущиеся в общем наискось (под 45°) к направлению σ_3 искажают поле сходным образом с теми же разрывами, параллельными и поперечными наибольшему скатию. Однако в этом случае около средней части разрыва с обеих его сторон — выпуклой и вогнутой — напряжения τ_{max} уменьшаются; максимум τ_{max} с выпуклой стороны разрыва при этом отсутствует (рис. 2, 3).

5. Зигзагообразные разрывы, которые в целом параллельны или перпендикулярны к направлению σ_3 , состоят из отдельных отрезков, идущих наискось к этому направлению. Поэтому вдоль отдельных отрезков значения τ_{max} сильно снижаются, а на продолжении каждого отрезка сильно повышаются и создают "бантообразный" максимум τ_{max} с выпуклой стороны изгиба разрыва. С двух сторон параллельно зигзагообразному разрыву тянутся полосы слабого увеличения τ_{max} , форма которых зависит от ориентации разрыва в целом относительно оси σ_3 (рис. 2, 4).

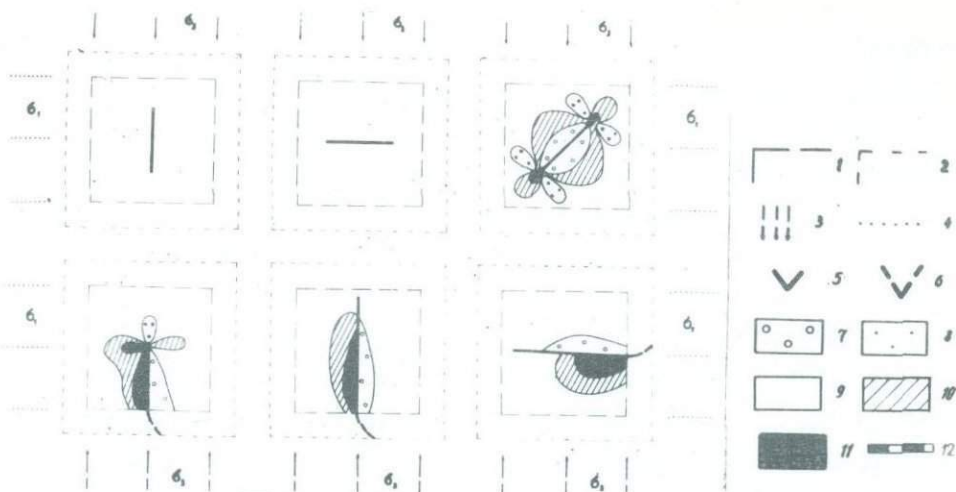


Рис. 1. Схемы влияния различно ориентированных древних плоских разрывов на распределение величины напряжений τ_{max} в модели. I - границы изучаемого участка; 2 - границы области, окружающей этот участок; 3, 4 - направления наибольшего (σ_3) и наименьшего (σ_1) сжатия модели; 5, 6 - линия разрыва в пределах и за пределами участка; 7 - сильное снижение напряжений τ_{max} (в среднем от 20 до 40%); 8 - слабое снижение τ_{max} (до 20%); 9 - отсутствие изменений величины τ_{max} ; 10 - слабое повышение τ_{max} (до 15%); 11 - сильное повышение τ_{max} (от 15 до 25%); 12 - участки раскрытия шва разрыва.

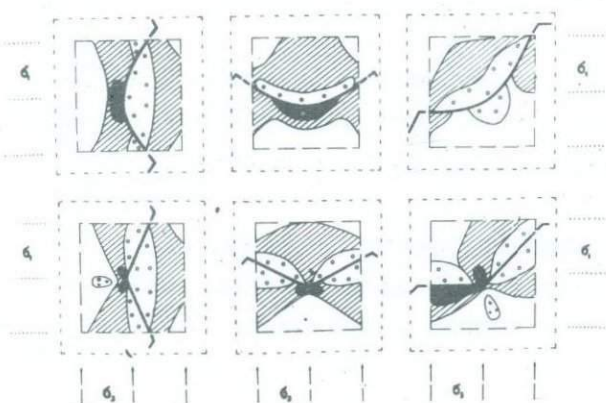


Рис. 2. Схемы влияния различно ориентированных дугообразных и углообразных участков древнего разрыва на распределение величины τ_{max} в модели. Условные обозначения см. на рис. 1

6. Зигзагообразные разрывы, тянущиеся в общем наискось к направлению σ_3 , приводят к нескольким вариантам искажения поля, зависящим от ориентации отдельных отрезков относительно направления

σ_3 . Понять получающиеся соотношения можно лишь с учетом рассматриваемых ниже особых закономерностей (рис. 2, 4).

Во всех случаях различных по форме разрывов преимущественно проявляются наиболее общие из уже отмечавшихся закономерностей: 1) сильное увеличение напряжений τ_{max} у концов разрывов, с выпуклой стороны дуг и с внешней стороны углов; 2) слабое увеличение τ_{max} в сложных по форме полосах вдали от разрыва с двух сторон от него; 3) наибольшее уменьшение τ_{max} вдоль средних частей прямолинейных отрезков и с вогнутой стороны дуг.

Однако перечисленные главные закономерности проявляются в чистом виде лишь для простых однообразно построенных разрывов, целиком находящихся в рассматриваемой области. При сложной форме разрыва, состоящего из разных по величине и направлению отрезков с различной кривизной, распределение напряжений около определенного участка разрыва зависит от формы и направления (относительно σ_3) не только этого участка, но и соседних с ним частей разрыва. Выявляемые при этом соотношения названы нами особыми закономерностями.

Кратко остановимся на немногих примерах из изображенных на рис. 1 и 2. На них прерывистыми линиями ограничены "внутренние" квадраты, в пределах которых известны форма и направление разрывов и распределение напряжений. Внутренний квадрат соответствует детально изучаемой части месторождения или геофизического полигона. Кроме того, показаны границы более крупных "внешних" квадратов, окружающих первые, и в них условно изображено поведение линии разрыва за пределами внутреннего квадрата.

Из рис. 1 следует, что прямолинейные отрезки разрыва, параллельные и перпендикулярные направлению σ_3 , могут сильно искажать поле напряжений, если сразу за границей рассматриваемого участка направление разрыва изменяется. При малой длине концевого

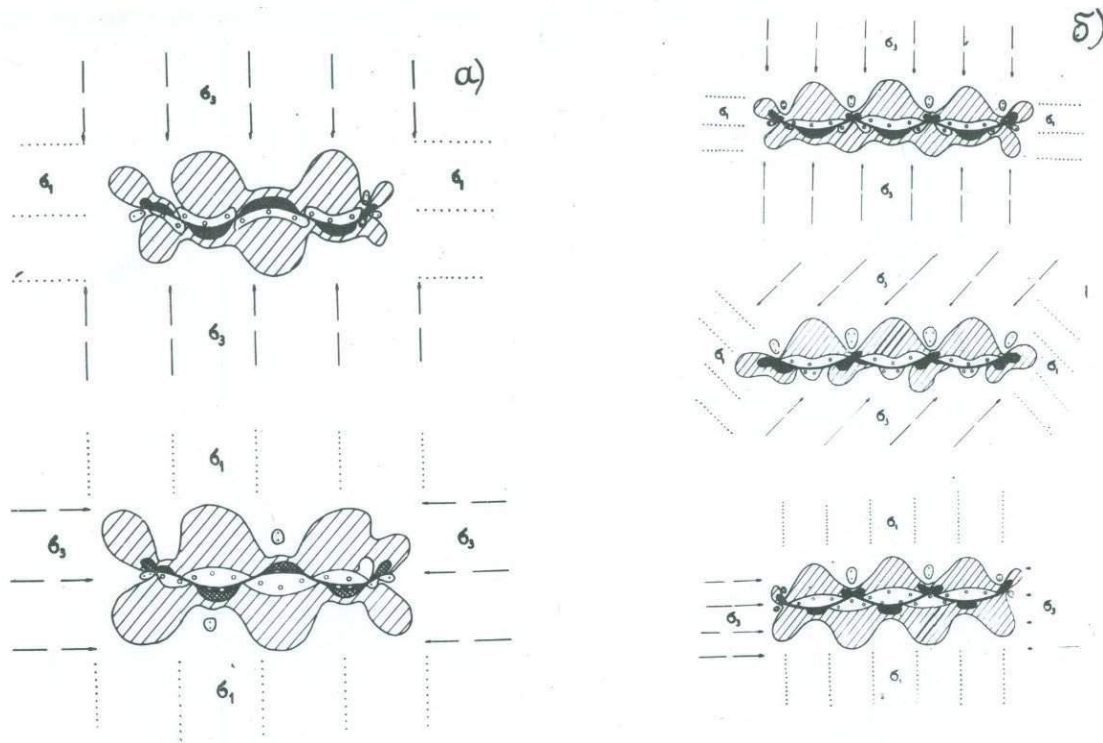


Рис. 3. Схемы влияния различно ориентированных синусоидообразных (а) и гирляндообразных (б) древних разрывов на распределение величины τ_{max} в модели. Условные обозначения см. на рис. I

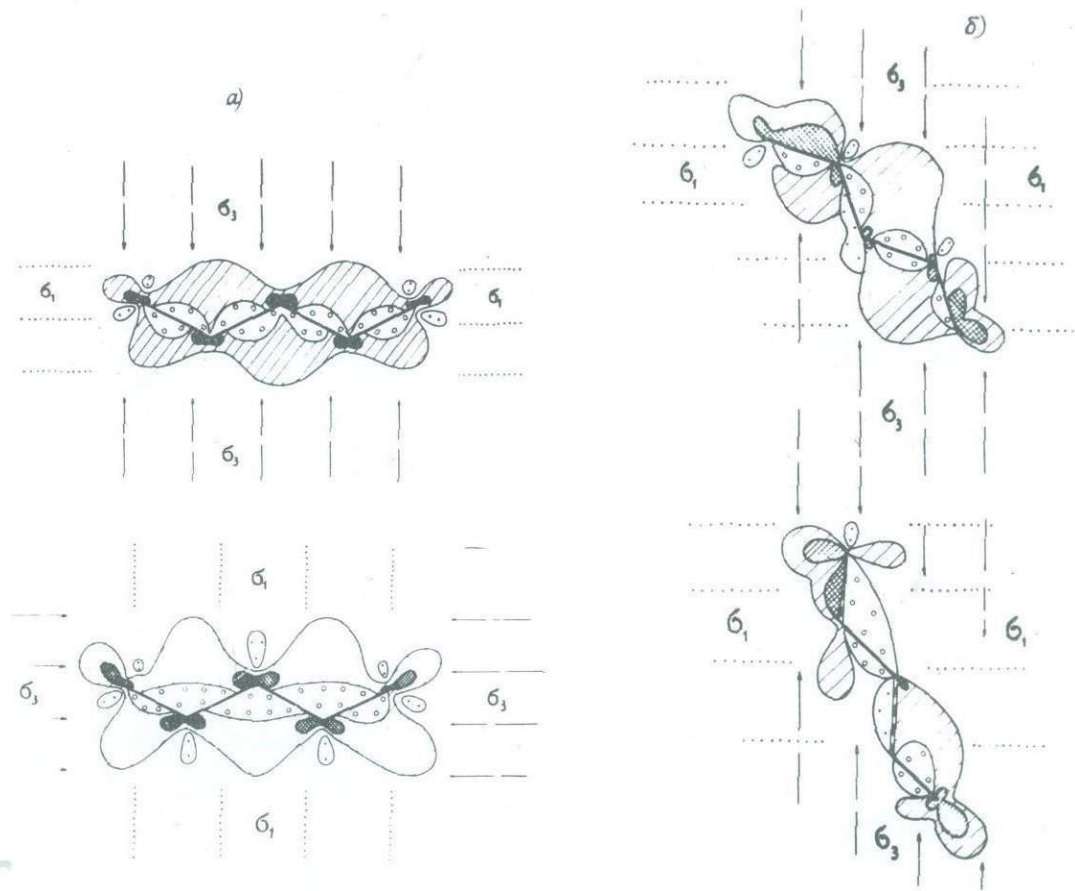


Рис. 4. Схемы влияния различно ориентированных зигзагообразных древних разрывов на распределение величины напряжений σ_{max} в модели. Условные обозначения см. на рис. I.

прямолинейного отрезка на продолжающей его прямой происходит ослабление напряжений τ_{max} , а поперек конца разрыва тянутся зоны повышения τ_{max} . Однако при достаточно длинном концевом отрезке влияние лежащего во внешнем квадрате искривления разрыва возле конца разрыва уже не сказывается. Вдоль прямолинейной части разрыва во внутреннем квадрате наблюдаются с одной стороны от него усиление, а с другой - ослабление напряжений τ_{max} .

На рис. 2 показано также, что распределение напряжений во внутреннем квадрате сильно зависит от направления рассматриваемого участка разрыва. Если он состоит из одной дуги, то наибольшие напряжения τ_{max} действуют не обязательно возле средней части дуги с ее выпуклой стороны (как это обычно бывает). Если линия разрыва имеет форму угла, то вместо обычного ослабления напряжений τ_{max} во внутренней части угла, здесь возможно также и усиление напряжений.

На рис. 3 и 4 приведены примеры искажений поля напряжений на всем протяжении древними разрывами различной формы.

Таким образом, проведенное исследование показало, что характер возмущения напряженного состояния вблизи рассматриваемого участка разрыва определяется прежде всего направлением и формой этого отрезка разрыва, а также формой и направлением соседних отрезков.

Среди полученных результатов следует особо отметить важный для сейсмологии вывод о том, что около разрыва сложной формы в стороне от него тянутся полосы, в пределах которых напряжения τ_{max} повышены. Следовательно, в земной коре в стороне от уже существующих разрывов располагаются области, в которых наиболее вероятно возникновение в будущем самых сильных землетрясений. В непосредственной близости от существующих разрывов напряжения τ_{max} во многих местах сильно снижены и могут приводить при движениях по разрыву лишь к многочисленным слабым землетрясениям.

Л и т е р а т у р а

1. Гзовский М.В. Моделирование тектонических полей напряжений и разрывов. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1954, № 6, 527-545.
2. Гзовский М.В., Осокина Д.Н., Кузнецова И.М. Применение поляризационно-оптического метода при моделировании геологических процессов. В сб. "Поляризац.-оптич. метод исследования напряжений", Л., Изд. ЛГУ, 1960, 290-304.
3. Осокина Д.Н., Гзовский М.В., Виноградов Г.В., Павлов В.П. Поляризационно-оптическое исследование процессов пластической деформации при помощи растворов и гелей этилцеллюлозы. Коллоидн. ж., 1960, 22, № 4, 434-442.
4. Щеголевская Н.А., Осокина Д.Н., Гзовский М.В., Соколов С.И. Полимерные материалы с различными физико-механическими характеристиками для изучения напряжений оптическим методом. Изв. высш. учебн. завед. Химия и химич. технология, 1960, 3, № 1, 172-175.
5. Осокина Д.Н., Гембицкий Л.С., Гзовский М.В. Способ получения оптически-активного низкомодульного материала. Бюл. изобрет. 1963, № 9.
6. Осокина Д.Н. Пластичные и упругие низкомодульные оптически-активные материалы. М., Изд-во АН СССР, 1963.
7. Гзовский М.В. Основные вопросы тектонофизики и тектоника Байджансайского антиклинория. Ч. III и IV, М., Изд-во АН СССР, 1963.
8. Осокина Д.Н., Гембицкий Л.С., Гзовский М.В. Некоторые закономерности поведения поляризационно-оптических и механических свойств низкомодульных оптически-чувствительных полимерных материалов с сеткой, образованной межмолекулярными связями. Тезисы докладов VI Всесоюз. конфер. по поляризац.-оптич. методу исслед. напряжений, Л., 1970, 10-13.
9. Гзовский М.В. Развитие новых направлений в тектонофизике. Изв. АН СССР, Физика земли, 1970, № 5, 51-84.

ИССЛЕДОВАНИЕ НА МОДЕЛЯХ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОРОБЧАТЫХ ПЛИТ

Б.П.Вольфсон, В.Ф.Ржевская (Москва)

В ЦНИИСК им.Кучеренко проведены испытания 3-х моделей коробчатых плит с двумя типами ребер: брусковыми и швеллерными(рис. I). Моделировались асбоцементные коробчатые плиты размером в плане 3x1,5 м и высотой 0,14 и 0,16 м.



Основная цель работы - изучение и анализ напряженно-деформированного состояния моделей коробчатых плит с различными типами ребер и выбор на основе этого анализа оптимального типа ребра для исследуемой

Рис. I.

конструкции.

Так как изучались конструкции существенно тонкостенные, то наиболее трудными оказались вопросы их моделирования и изготовления. Максимальные размеры моделей ограничивались возможными размерами качественных пластин-отливок для обшивок (не более 38x48 см, что связано с размерами камеры для нанесения на стекла защитного слоя) и размерами термостата для "замораживания" моделей (40x78 см в плане). Таким образом, при точном моделировании, когда масштаб изменения всех геометрических размеров конструкции принимается одинаковым, размеры модели должны были бы составить $1/4,5 \pm 1/5$ от размеров натуральной конструкции. Толщина обшивок оказалась бы равной $2,3 \pm 2$ мм. При таких толщинах возникают серьезные трудности при изготовлении моделей, при их "замораживании" и особенно при изучении их напряженного состояния. Малые толщины при сравнительно больших пролетах могут привести к появлению значительных деформаций в процессе "замораживания" даже при небольших нагрузках.

В этом случае исследователя подстерегают две опасности: первая — это возможность попасть из класса обычных линейных задач в класс геометрически нелинейных задач, т.е. нарушить геометрическое подобие модели и природы, вторая — невозможность получения достаточного оптического эффекта ввиду малости нагрузок, что может привести к значительному снижению точности полученных результатов.

Эти и некоторые другие соображения заставили авторов пойти на увеличение масштаба моделей в ущерб точности моделирования. Масштаб размеров поперечного сечения был принят равным 3, а масштаб длины — 4. Тем самым испытанные модели можно рассматривать либо как точные модели натуральных конструкций длиной 2,25 м, либо как приближенные модели конструкций, имеющих произвольную длину, в частности длину 9 м. Для выбора оптимального типа ребра эта разница масштабов не имеет практически никакого значения, т.к. масштаб всех моделей одинаков, а качественные эффекты, которые могут повлиять на выбор того или иного типа ребра, вряд ли существенно меняются при изменении длины панели на 25%.

В связи с изложенным авторы много внимания уделили вопросам моделирования тонкостенных коробчатых конструкций. Степень достоверности полученных формул приближенно моделирования определяется достоверностью принятых допущений, априори неизвестна и должна была выявиться при испытании разномастных моделей. С этой целью была изготовлена и испытана модель из другого изотропного материала (оргстекла) с тем же поперечным сечением, что модели из оптически активного материала, но другой длины. Результаты испытаний подтвердили правильность предложенных авторами критериев подобия.

В отношении изготовления моделей интересно, по-видимому, отметить то обстоятельство, что ребра со сложным профилем и длиной около 80 см целиком изготавливались из блока на фрезерном станке. Модели при "замораживании" загружались собственным весом и ровным слоем предварительно прокаленного при 200°C песка. После "замораживания" прогибы моделей вдоль трех продольных и четырех поперечных осей были замерены с помощью катетометра КМ-6. После замера прогибов из моделей вырезались продольные и поперечные срезы. Обработка срезов на поляризационной микроскопе МИН-8

позволила построить эпюры фибровых напряжений в ребрах, нижней и верхней обшивках моделей. На рис.2 приведена для иллюстрации эпюра нормальных фибровых напряжений в среднем поперечном сечении модели с ребрами брускового типа.

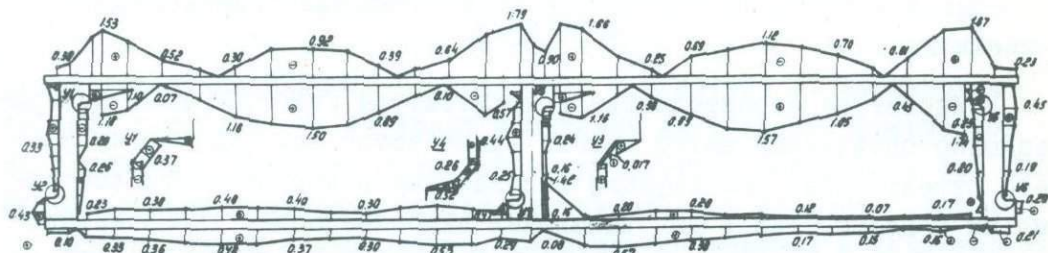


Рис.2

В настоящем сообщении невозможно подробно остановиться на изложении и анализе полученных результатов. Однако следует отметить, что практические рекомендации, данные авторами, позволили уверенно выбрать наиболее выгодный тип ребра и не увеличивая расхода материала и не усложняя технологии изготовления плит увеличить их несущую способность более, чем на 30%. Внесенные предложения учтены при массовом производстве плит на заводах.

Настоящее сообщение следует рассматривать как краткую информацию о работе, проведенной в Центральном научно-исследовательском институте строительных конструкций им.Кучеренко Госстроя СССР с помощью Отраслевой лаборатории МИСИ им.Куйбышева.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

В.И.Скрибо, М.Н.Борзенко, М.М.Борзенко
(Минск)

В Институте строительства и архитектуры Госстроя БССР поляризационно-оптический метод широко применяется как для замены расчета строительных конструкций исследованием напряженного состояния их моделей, так и для выявления наиболее общих закономерностей работы конструкций под нагрузкой с целью развития на этой основе инженерных методов расчета. В последнее время завершены исследования однослойных наружных стеновых панелей из керамзитобетона и железобетонных балок - стенок, выполняющих роль сборного ростверка свайного фундамента под крупнопанельные здания. Работы предприятия в связи с разработкой новых серий крупнопанельных жилых домов для строительства в Белорусской ССР. На рис. I схематически представлены исследованные конструкции.

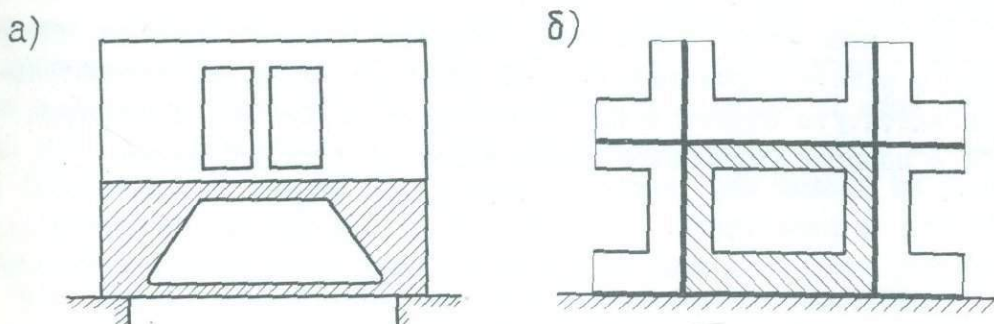


Рис. I: а - внутренняя стеновая панель сборного ростверка,
б - наружная стеновая панель.

Из-за неопределенности граничных условий и сложной конфигурации конструкций (двухсвязная область) определение усилий в опасных зонах точными методами не представлялось возможным, а применение приближенных методов расчета с заменой пластинки рамой включалось ввиду особой ответственности исследуемых элементов.

Предусматривалось выявление эпюр контактных напряжений в стыках между панелями, влияния условий совместной работы панелей в системе стены зданий на их напряженное состояние и особенностей напряженного состояния конструкций.

Исследования, выполненные на моделях из эпоксимала и оргстекла в масштабе 1:50, при $E=26000+30000 \text{ кг/см}^2$, на поляризационной установке ИМАШ-КБ-2, позволили отказаться от постановки сложных в исполнении натуральных испытаний двухэтажных фрагментов стен здания и получить достаточно достоверные результаты без предварительного выявления контурных условий для элемента стены.

Как показали исследования, величины напряжений и характер их распределения значительно отличаются от результатов, полученных приближенными расчетами. Выявилась чрезмерная концентрация напряжений в бетоне панели ростверка в зонах опирания на оголовки свай, максимальные напряжения оказались в 1,6 раза выше средних. Трещины по внутреннему контуру балки-стенки (за исключением затяжки) не должно быть вообще, приближенный расчет, наоборот, указывал на возникновение значительных растягивающих напряжений. На основании выполненной работы удалось рационально запроектировать конструкцию ростверка.

Результаты исследования наружной стеновой панели позволили правильно оценить причины низкой трещиностойкости ограждения и установить основные закономерности работы конструкции. Форма эпюры нормальных напряжений в подоконном поясе панели в значительной степени определяется деформативностью основания, причем, эпюра может быть как однозначной, так и двухзначной с различным соотношением площадей сжатой и растянутой зон. Напряженное состояние подоконного пояса идентично напряженному состоянию балки-стенки соответствующих размеров на сплошном основании. Простенки панелей работают на косое внецентренное сжатие. Изгиб простенка в плоскости стены связан со смещением равнодействующей эпюры реактивных давлений по основанию панели. Распор в панели невелик и при проемности 0,2-0,6 его величиной можно пренебречь.

Исследовано влияние раскрытия трещин на напряженное состояние панели. Обнаруженные закономерности послужили основой для разработки поэлементного расчета.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОГО МЕТОДА К ИССЛЕДОВАНИЮ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ТРЕЩИНАМИ НА АМИРОВАННЫХ МОДЕЛЯХ

Д.П.Айдаров, А.И.Попов (Томск)

Моделирование напряженного состояния железобетонных конструкций, работающих с трещинами, оптическим методом представляется /1/ возможным двумя способами: а) путем получения естественных трещин в армированной модели; б) путем постепенного нанесения трещин по известной картине напряженного состояния.

Критериальный анализ выражений /2/, описывающих трещинообразование в железобетоне показал, что получение естественного трещинообразования в модели, подобного натурному, возможно лишь при наличии оптически-чувствительного материала с соотношением пределов прочности на сжатие и растяжение равным таковому для бетона. Однако, попытки получения /3,4/ такого материала не привели пока к желаемым результатам из-за хрупкости, практически исключающей механическую обработку его и образования большого числа концентраторов, затрудняющих расшифровку поля напряжений.

В наших исследованиях трещинообразование моделировалось вторым способом. В этом случае моделирование уже не связывается с прочностными характеристиками материалов модели и не включает в себя стадию разрушения. Местоположение и глубина развития трещин устанавливается по напряженному состоянию модели, принимая во внимание условие, что трещина в бетоне появляется при достижении наибольшего главного растягивающего напряжения предела прочности бетона на растяжения R_p . На фотоупругой модели без трещин достаточно точно можно установить места наибольших напряжений $\sigma_1 \max$, которые и будут определять место появления первых трещин. Направление развития трещин устанавливается по углу наклона главных площадок. Разбивая процесс нанесения трещин на несколько этапов, можно для каждого из них определить направление главных растягивающих напряжений и тем самым учесть возможное изменение направления развития трещин. Условие $\sigma_1 \geq R_p$ в случае моделирования с искусствен-

ным нанесением трещин в модели будет важным лишь для определения нагрузки, соответствующей началу трещинообразования в натурном элементе. При этом записанное условие выразится принятием равенства $G_{i,max}^{MOD} = R_p^{NAT}$ при произвольной по величине нагрузки на модель. Величина нагрузки, вызывающей трещинообразование, подобное в модели, определится условием, что трещина в бетоне будет развиваться до тех пор, пока напряжение в ее вершине будет не больше предела прочности бетона на растяжение. Максимальная глубина нанесения трещин определяется нулевым значением напряжений в вершине трещин при их постепенном нанесении. Была отработана техника нанесения трещин механическим путем и экспериментально определена оптимальная форма вершины трещины, позволяющая достаточно точно определять величины напряжений в ней. В результате этого появилась возможность решения задач, связанных с появлением и развитием трещин в железобетонных элементах при исследовании на армированных моделях из оптически-чувствительных материалов.

Материалы для изготовления армированных моделей подбирались, исходя из требований подобия и особенностей оптического метода. В качестве модели бетона был принят полимер на основе эпоксидных смол. Стальная арматура моделировалась стеклопластиковыми стержнями. Модели изготавливались путем вклеивания арматурных стержней /I/.

Напряжения в "бетоне" модели фиксировались обычными способами оптического метода. Разделение напряжений осуществлялось методом разности касательных напряжений и с использованием интерферометрии /I/. Измерение деформаций в арматуре моделей производилось малобазными тензорегистраторами.

Решение задач напряженного состояния балок с трещинами в зоне чистого изгиба и узла железобетонного каркаса /I,5/ показало, что разработанную методику целесообразно применять для изучения особенностей работы железобетонных элементов с трещинами, а также в сочетании с испытаниями натуральных образцов - для уточнения расчетных схем и практических способов расчета.

Работа выполнена в лаборатории исследования напряжений МИСИ им. В.В.Куйбышева.

Л и т е р а т у р а

1. Попов А.И., Айдаров Д.П., Байкова Л.В. Моделирование напряженного состояния армированных элементов поляризационно-оптическим методом. Сб. трудов МИСИ № 73, 1970.
2. Бетонные и железобетонные конструкции. Строительные нормы и правила (СНиП-В I-62).
3. Bignell V., Smally V., Roberts W. Concrete Research, N 15, 1963.
4. Смольский А.Е. Некоторые вопросы исследования моделей железобетонных конструкций. В сб. "Поляризационно-оптический метод исследования напряжений", Л., 1966.
5. Айдаров Д.П., Попов А.И. Применение поляризационно-оптического метода к исследованию работы изгибаемых железобетонных элементов. Сб. трудов МИСИ им. В.В.Куйбышева, № 63, 1969.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ОБЪЕМНЫХ МОДЕЛЕЙ ОБОЛОЧЕК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

А.Н.Тетиор, А.Г.Литвиненко (Свердловск)

С целью получения полных данных о напряженном состоянии оболочек на упругом основании нами были проведены комплексные экспериментальные исследования, заключающиеся в получении данных поляризационно-оптическим методом на объемных моделях с двумя различными коэффициентами Пуассона и проверкой этих данных тензометрированием на железобетонных натуральных образцах.

Испытания моделей с двумя различными коэффициентами Пуассона проводили с применением методов "замораживания" картин полос и объемных составных моделей. В связи с новизной исследований была разработана специальная методика. При разработке методики использовали работы /1,2/.

Исследовались оболочки в форме гиперболического параболоида (гипар), мембранные, конические без плиты и с плитой. Для того, чтобы в исследованиях поляризационно-оптическим методом сохранить натурные соотношения модулей деформации оболочки и основания, особое внимание было уделено выбору материала основания. Моделирование основания и технология изготовления моделей описаны в работе /3/.

В качестве оптически-активного материала для метода "замораживания" картин полос использовали материал на основе эпоксидной смолы ЭД-6 и отвердителя - фталевого ангидрида, разработанный в МИСИ им.В.В.Куйбышева и отличающийся высокой оптической активностью, хорошей механической обрабатываемостью, отсутствием начальных напряжений, возможностью изготовления крупных блоков и "замораживания" деформаций. Для метода объемных составных моделей использовали оптически неактивный материал ОНС, в который вклеивали пластинку из оптически активного материала. Склеиваемые материалы имели одинаковые модули упругости и коэффициенты Пуассона.

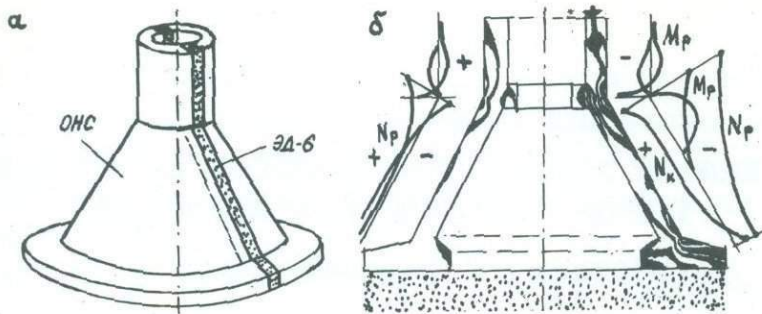


Рис.1. Общий вид объемных составных моделей (а) и результаты исследования напряжений (б). M_p - меридиональные моменты, N_k, N_p - соответственно кольцевые и меридиональные усилия.

В результате исследований были получены картины полос и эпюры напряжений для оболочек на упругом основании (рис.1). Путем сравнения с результатами тензометрирования на железобетонных натурных образцах было установлено, что различие в коэффициентах Пуассона и несоблюдение масштаба объемных сил приводит к погрешности, составляющей 8-12%. При измерении давлений на контакте указанная погрешность несколько возрастает.

Таким образом, было доказано, что исследования поляризационно-оптическим методом можно успешно применять для изучения сложных строительных конструкций, выполненных из железобетона и имеющих сложные граничные условия. Результаты комплексных экспериментальных исследований были применены при проектировании и строительстве.

Л и т е р а т у р а

1. Tetior A.N. Foundation-shells on tower-shaped structures. IASS-Symposium, Bratislava, 1966, 382-398.
2. Прошко В.М. К вопросу о решении объемной задачи оптическим методом. Сб. "Поляр.-опт. метод исследования напряжений, Л., изд. ЛГУ, 1960, 212-216.
3. Тетиор А.Н. Исследование фундамента-оболочки поляризационно-оптическим методом. Основания, фундаменты и мех. грунтов, 1968, №1, 22-24.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ ВЛИЯНИЯ
ПАРАМЕТРОВ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ НА
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ

А.Н.Тетиор, В.В.Павлов, Л.Н.Аверьянова,
С.И.Орешников (Свердловск)

В связи с разнородностью грунтовых напластований большое значение имеет определение влияния параметров основания на распределение напряжений. С целью изучения этого вопроса проведены опыты поляризационно-оптическим методом по исследованию распределения напряжений под штампами и сваями в упругом основании с различными модулями упругости, толщиной моделей и переменным модулем упругости по глубине. В качестве моделей упругого основания использовали игдантин, оптически чувствительный материал на основе эпоксидной смолы ЭД-6 (отвердитель - металлтетрагидрофталевый ангидрид), объемные блоки из материала ОНС с вклеенной в изучаемом сечении пластинкой из оптически чувствительного материала.

Модуль упругости игдантина изменяли в пределах от 0,78 до 3,11 кг/см² путем подбора составляющих. Модули упругости материала на основе эпоксидной смолы ЭД-6 в пределах от 31000 кг/см² до 3700 кг/см² получали при изменении содержания пластификатора - дибутилфталата - от 10 до 40%.

Из готовых блоков материала выпиливали бруски толщиной 10 мм. Бруски с различными модулями упругости соединяли между собой эпоксидным клеем, получая модель основания с переменным модулем упругости по глубине. Объемный блок основания изготовляли вклеиванием между двумя блоками материала ОНС плоской пластинки оптически чувствительного материала. Необходимая прочность склейки достигалась с помощью карбинольного клея, отверждаемого без нагрева. Основание из игдантина с переменным модулем упругости получали послойной заливкой игдантина с различным модулем упругости в форму.

В результате опытов были получены картины полос и эпюры напряжений в упругом основании под штампами различных форм (рис. I).

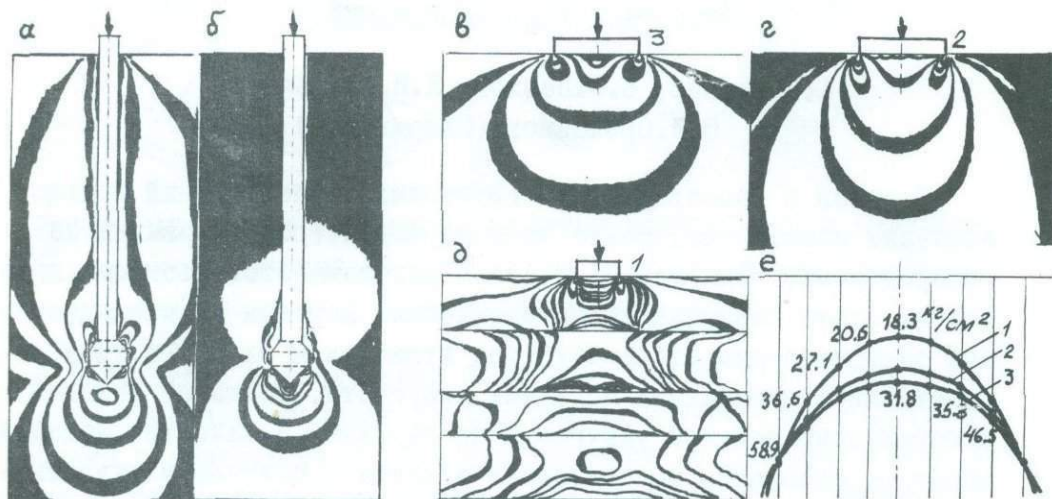


Рис. I. Картины полос и эпюры напряжений: а - для плоской модели из игдантина при вдавливании сваи с уширением; б - то же для объемной модели из материала ОНС; в - при вдавливании плоского штампа в объемную модель основания с постоянным модулем упругости; г - то же, в плоскую модель основания; д - то же с переменным модулем упругости; е - эпюры контактных давлений.

Было установлено, что параметры упругого основания (толщина, модуль упругости) значительно влияют на распределение напряжений. Повышение модуля упругости приводит к повышению концентрации напряжений вблизи штампа или сваи (рис. I, а, б). Изменение толщины модели основания при одинаковых удельных давлениях на штамп вызывает изменение толщины и ширины активной зоны (рис. I, в, г).

В основании с переменным модулем упругости по глубине распределение напряжений и контактных давлений отличается значительной неравномерностью, с концентрацией напряжений на границах слоев с различными модулями упругости (рис. I, д).

ПРИМЕНЕНИЕ НИЗКОМОДУЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ
МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ
ГРУНТОВ

И. Ш. Фазуллин (Уфа)

В механике грунтов значительное количество необходимых для практики задач относится к вопросам взаимодействия фундаментов с грунтовым основанием. Основная цель этих задач заключается в определении несущей способности фундаментов, которая, в свою очередь, связана с изучением напряженного состояния основания. Натурные эксперименты и опыты в лотках с грунтом пока не позволяют получать непрерывное поле напряжений под фундаментами, что относительно легко достигается поляризационно-оптическим методом.

Этим методом за последние 6-7 лет в НИИпромстрое (г. Уфа) проведены исследования /1-4/ напряженного состояния однослойного и многослойного оснований моделей фундаментов разных конструкций. При этом в качестве модели основания применялся низко модульный оптически чувствительный материал из студней желатины на водно-глицериновом растворе /5-7/, оптико-механические характеристики которого задавались до опыта и уточнялись сразу же после их проведения.

Ниже приводятся результаты эксперимента по определению напряжений под двумя штампами.

На рис. 1 приведены картина полос под моделями двух фундаментов, изопахтики, полученные электро моделированием на интеграторе, изоклины, изостаты, эпюры касательных и нормальных напряжений.

Изопахтики определялись следующим образом. На свободный контур модели из электропроводной бумаги граничные значения изопахтик задавались из картин полос (см. рис. 1а) согласно равенству

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)_{кс}}{\sigma_0^{(t)}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)_{кс}}{\sigma_0^{(t)}} = m_{кс}, \quad (1)$$

где $\sigma_0^{(t)}$ - оптическая постоянная материала модели при ее толщине t ;

$m_{кс}$ = порядок на свободном контуре, определяемый по картине полос (см. рис. 1а).

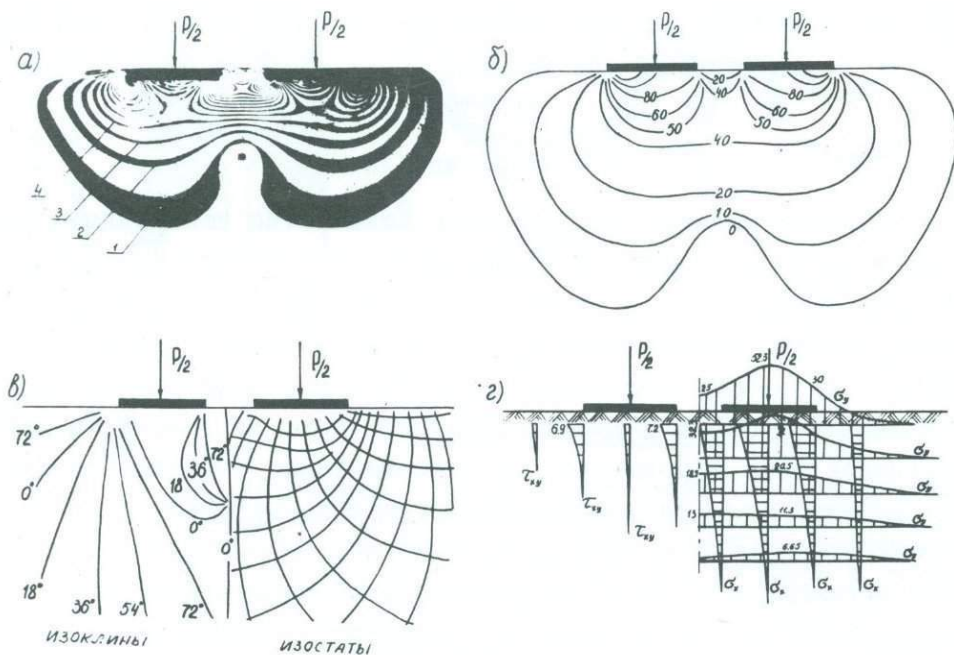


Рис. 1. Результаты обработки данных поляризационно-оптического метода:
 а - картина полос; б - изопяхики; в - изоклины и изостаты; г - эпюры касательных и нормальных напряжений.
 (на рисунках а, б, г числа означают порядок полосы).

Для несвободного контура (на установках контакта фундаментов с основанием) при $\tilde{\tau}_n = 0$ граничные значения изопяхик вычислялись по формуле

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)_{кн}}{\sigma_0^{(t)}} = 2 \frac{\sigma_n}{\sigma_0^{(t)}} - m_{кн} \quad (2)$$

где $m_{кн}$ - порядок полосы на несвободном контуре;

σ_n - нормальное контактное напряжение на участках соприкосновения фундаментов с основанием, которое согласно решению Штаермана И.Я. /8/ для случая симметричного нагружения двух одинаковых штампов равными силами может быть вычислена по формуле

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_0^{(t)}} = \frac{\frac{x}{a} P}{\pi \sigma_0^{(t)} t b \sqrt{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1\right] \left[1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2\right]}} \quad (3)$$

где $a < |x| < b$

t - толщина пресвечиваемого слоя модели основания;
 $b - a$ - длина штампа.

В результате проведенных опытов установлено, что внешнее проявление взаимовлияния фундаментов является следствием наложения напряженных зон. По характеру распределения напряжений можно определить допустимое расстояние между фундаментами.

Общие принципы исследования напряжений в модели из низко модульного материала останутся теми же, что и для твердых материалов, однако следует обратить внимание на некоторые особенности.

Во-первых, продолжительность эксперимента не должна превышать 4-5 часов, так как вследствие усыхания в значительной степени может развиваться краевой эффект времени.

Во-вторых, картина полос, изопахтики и изоклины должны быть получены при одной и той же нагрузке.

В-третьих, для контроля в процессе эксперимента за постоянством отношения нагрузки к перемещению одновременно с фотофиксацией картин полос целесообразно замерять и перемещения характерных точек модели.

Практика применения поляризационно-оптического метода в НИИ-промстрое убедительно доказала его эффективность для исследования взаимодействия фундаментов с основаниями. Этот метод может быть успешно использован как разведочное и поисковое средство теоретического анализа, а также для получения недостающей информации при постановке и решении задач о напряженном состоянии оснований фундаментов разной конструкции.

Совершенствование и внедрение в исследовательскую работу поляризационно-оптического метода значительно расширит круг вопросов, рассматриваемых механикой грунтов.

Л и т е р а т у р а

1. Файерштейн В.Д., Фазуллин И.Ш. Исследование оптимальной конфигурации анкерующих устройств. Труды БашНИИСтроя, вып.УІ, М., Стройиздат, 1966, с.225.
2. Фазуллин И.Ш. Исследование работы свай и свайных фундаментов на моделях поляризационно-оптическим методом при действии вертикальных сил. Труды БашНИИСтроя, вып.ІХ, М., 1969, с.91.
3. Фазуллин И.Ш. Исследование несущей способности и осадки однорядного свайного фундамента на моделях. Труды НИИПромСтроя, вып.Х, М., 1971, с.49.
4. Фазуллин И.Ш. Модельные исследования осадки свай во времени. Труды НИИПромСтроя вып.Х, М., 1971, с.46.
5. Трумбачев В.Ф., Суворов Н.А., Материалы для оптического исследования напряжений в моделях горных выработок. Труды института горного дела АН СССР, I, 102, 1964.
6. Трумбачев В.Ф., Молодцова Л.С. Применение оптического метода для исследования напряженного состояния пород вокруг горных выработок, М., Изд-во АН СССР, 1963.
7. Осокина Д.Н. Пластические и упругие низко модульные оптически активные материалы. М., Изд-во АН СССР, 1963, с.12.
8. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М.-Л., ГИТТИ, 1949, с.126.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СИСТЕМЕ ПОРОДА-КРЕПЬ С УЧЕТОМ ИХ СЦЕПЛЕНИЯ

М.В.Гуминский, В.Я.Литвинов, Н.М.Зайцев /Кривой Рог/

При моделировании горных выработок оказывается невозможным воспроизвести на модели всю толщу пород до дневной поверхности в принятом геометрическом масштабе. Поэтому на модели обычно воспроизводится только та часть массива, в которой исследуется перераспределение напряжений, вызванное наличием моделируемой выработки. Давление вышележащего массива в этом случае воспроизводится центробежными силами, возникающими при центрифугировании модели и пригрузки.

Количество оборотов центрифуги, необходимое для воспроизведения в центре модели напряжений от действия ее собственного веса, с учетом геометрического и силового подобия определяется по формуле

$$N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n_p H g}{n_n h_m R_m}},$$

где N - число оборотов центрифуги, сек.⁻¹; n_p - масштаб объемных весов; n_n - масштаб напряжений; R_m - радиус вращения центра тяжести верхней половины модели; g - ускорение силы тяжести; H - глубина заложения выработки; h_m - расстояние между верхней границей модели и центром выреза в ней.

В этом случае верхний контур модели свободен от напряжений. В натуре моделируемая часть массива расположена на определенной глубине от дневной поверхности и, следовательно, нагружена весом вышележащих пород.

Для соблюдения силового подобия натуре верхний контур модели должен быть также нагружен. Это достигается применением пригрузки - свинцовой дроби, помещаемой в кассету над моделью.

Из рис. 1, где $c'd' = cd$ - допустимые отклонения величин напряжений от их значений в центре модели, следует, что пригрузка позволяет получить более равномерное по высоте модели поле вертикальных напряжений и существенно увеличить активную высоту модели $h_a > h'_a$.

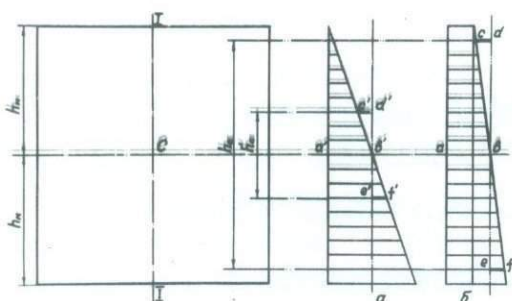


Рис. 1. Распределение вертикальных напряжений по высоте модели без пригрузки /а/ и с пригрузкой /б/

Оптимальная характеристика эпюры вертикальных напряжений по высоте модели получается при определенном соотношении между величиной пригрузки и числом оборотов центрифуги.

В этом случае величину пригрузки и число оборотов центрифуги следует определять по полученным нами формулам:

$$P = \left(\frac{\gamma H}{n_{\nu} n_{ап}} - \frac{\gamma_m h_m R_m}{R_{п}} \right) S_m ,$$

$$N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma H g S_m}{(\gamma_m h_m S_m R_m + P R_{п}) n_{\nu}}} ,$$

где P - вес пригрузки; $n_{ап} = \frac{4\pi^2 R_{п} N^2}{g}$ - масштаб ускорений пригрузки; S_m - площадь основания модели; $R_{п}$, R_m - радиусы вращения центров тяжести соответственно пригрузки и верхней половины модели.

Практика моделирования показывает, что для получения достаточного оптического эффекта относительные деформации модели должны быть больше относительных деформаций природы. Исходя из этого, предлагается формула расчета оборотов центрифуги, обеспечивающих на контуре выреза порядок полосы n при пригрузке P и концентрации напряжений δ :

$$N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2n\tau_0 g S_m}{(1-\lambda)(\gamma_m h_m R_m S_m + P R_{п}) \delta}} ,$$

где τ_0 - цена полосы модели; λ - коэффициент бокового распора.

Метод фотоупругости при нагружении плоских моделей в центрифуге использован для исследования влияния сцепления крепи с массивом на их напряженное состояние.

Массив и крепь выполнены из ЭД6-М. В эксперименте исследуется распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки прямо-

угольно-сводчатой формы, выполненной в масштабе 1:100.

Предлагаемый способ нагружения /1/ позволяет моделировать смещения контура выработки. При этом использовали метод двойного замораживания с начальной нагрузкой $P_1=40$ г, $N=800$ об/мин. /первое замораживание/ и конечной $P_2=80$ г, $N=800$ об/мин. /второе замораживание/. Крепь устанавливалась в модель после первого замораживания. При постоянном коэффициенте бокового распора, равном 0,4, испытывались модели без крепи 1 и 4, со вставленной крепью 2 и вклеенной - 3. В модели 5 боковой распор уменьшен в 2 раза после вклеивания крепи.

На основе полученных картин полос и изоклин, одна из которых представлена на рис. 2, построены эпюры напряжений и изостаты.

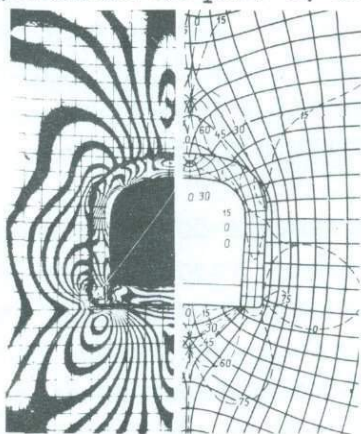


Рис. 2. Совмещенная картина полос, изоклин и изостат в модели 5.

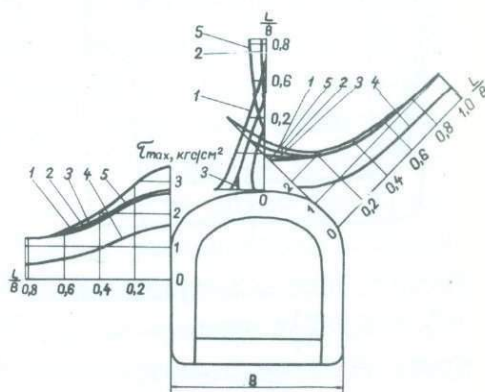


Рис. 3. Эпюры напряжений T_{max} ; 1, 2, 3, 4, 5-номера моделей.

Анализ напряженного состояния массива всех моделей по напряжениям T_{max} /рис. 3/ показывает, что крепь без сцепления уменьшает напряжения в массиве по всему контуру выработки: в стенах на 25%, кровле на 33% и в пяте свода на 23%. Крепь со сцеплением существенно уменьшает напряжения в кровле /на 52%/ и в пяте свода /на 39%/. Таким образом, сцепление крепи с массивом увеличивает в 1,6 раза ее реакцию /воздействие на массив пород/ по сравнению с аналогичной крепью без сцепления.

Влияние сцепления на напряженное состояние породы сказывается на глубину /0,07-0,1/В. Следовательно, в совместную работу с крепью вовлекается наиболее разрушенный приконтурный слой массива.

Поэтому на практике в трещиноватых породах целесообразно применять набрызг-бетон совместно со штанговой крепью, которая усиливает связь приконтурного слоя пород с окружающим массивом. В случае применения бетонной и металлической жестких крепей также рекомендуется связывать их с породой железобетонными штангами.

Эксперименты на моделях показали, что в области пяты и свода крепи на контакте между крепью и породой действуют наибольшие тангенциальные напряжения. Поэтому в этих местах необходимо увеличить сцепление крепи с породой.

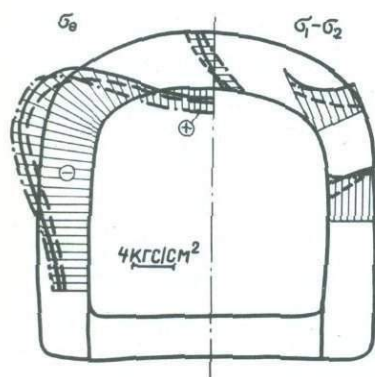


Рис. 4. Эпюры напряжений σ_0 и $(\sigma_1 - \sigma_2)$ в крепи; — — — крепь вставлена; — крепь вклеена; — · — · — уменьшен боковой распор

В модели 3 имеет место некоторое увеличение сжимающих напряжений в стенах и пяте свода крепи по сравнению с моделью 2 /рис. 4/. Однако в целом ее напряженное состояние более благоприятно в результате выравнивания напряжений в поперечном сечении стены и пяты свода.

Путем уменьшения бокового распора в модели 5 созданы условия зоны "разгрузки", возникающей при ведении очистных работ. Здесь в своде крепи растягивающие напряжения увеличились в 2 раза. Поэтому для данных условий необходимо увеличить подъем свода и усилить крепь арматурой.

Результаты проведенных исследований показывают, что крепи, имеющие сцепление с породой, эффективно противодействуют как радиальным, так и тангенциальным перемещениям пород на контуре выработки, тем самым упрочняют их и, вовлекая в совместную работу, уменьшают действующие на крепь нагрузки.

Вышеизложенное позволяет рекомендовать широкое применение жестких крепей в сочетании с железобетонными штангами.

Л и т е р а т у р а

1. Гуминский М.В., Литвинов В.Я. Исследование набрызг-бетонной крепи методом фотоупругости. Изв. ВУЗов. Горный журнал, 1970, № 5.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ В ЗОНЕ ПЛИКАТИВНЫХ НАРУШЕНИЙ

Г.Д. Кукуладзе, К.А. Меликидзе (Тбилиси)

Исследовано влияние формы и степени нарушенности массива на характер проявлений горного давления на моделях из оптически чувствительных материалов, для угольного пласта с прочными боковыми породами. Соотношение модулей упругости угля и боковых пород - 1:3, мощность пласта - 2 м, глубина залегания - 400 м. Линейный масштаб моделирования 1:100, масштаб силового подобия $\beta = 1:200$.

Анализ результатов данных наблюдений позволяет установить следующее:

1) При наклонном (45°) залегании пласта касательные напряжения в нижнем и верхнем углах выработки, находящихся у кровли и почвы пласта, в 1,5 раза больше, чем напряжения в остальных углах (рис. 1). В кровле пласта напряжения, достигнув своего максимума на определенном расстоянии

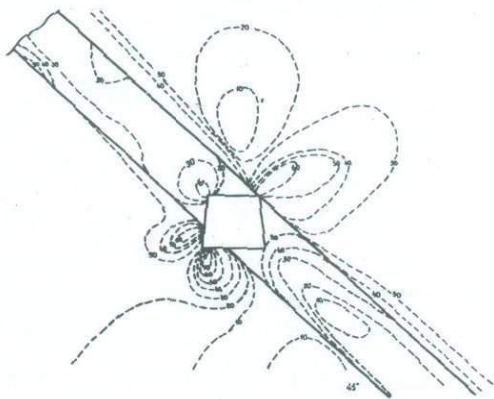


Рис. 1. Распределение напряжений τ_{max} в породах вокруг выработки при наклонном залегании пласта.

на определенном расстоянии от контура выработки, постепенно уменьшаются, а потом снова увеличиваются. В отличие от вышеуказанного в почве пласта отсутствует зона первичного увеличения напряжений и их максимум находится на контуре выработки.

2) При синклинальном залегании пласта (падение крыльев 45°) касательные напряжения распределены симметрично по отношению выработки, пройденной по оси синклинали (рис. 2). Максимального значения напряжения достигают в угольном массиве по бокам выработки, напряжения в углах выработки меньше, чем по бокам. При этом в нижних углах в 1,1 раза больше, чем в верхних.

Распределение напряжений вглубь массива в кровле и почве выработки аналогично вышеприведенному примеру.

3) При антиклинальном залегании пласта (падение крыльев 45°) напряжения также симметрично распределены по отношению выработки, как и в предыдущем случае (рис. 3). В отличие от синклинали, в

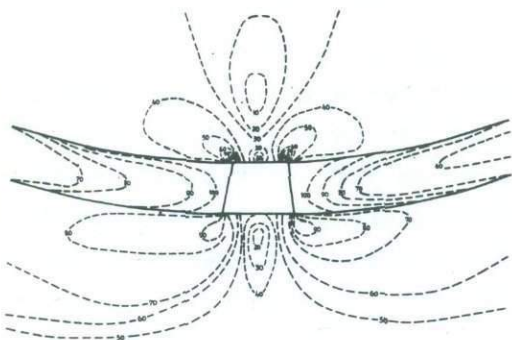


Рис. 2. Распределение напряжений σ_{max} в породах вокруг выработки при синклинальном залегании пласта.

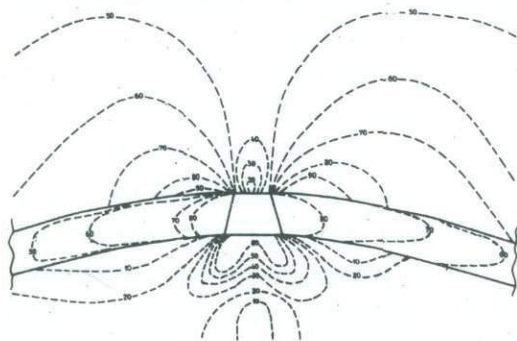


Рис. 3. Распределение напряжений σ_{max} в породах вокруг выработки при антиклинальном залегании пласта.

данном случае высокие напряжения наблюдаются по всему контуру выработки вглубь массива, кроме зоны между верхними углами выработки. На последних напряжения в I, I раза больше, чем по бокам выработки и в I,5 раза больше, чем в нижней ее части. В кровле выработки напряжения возрастают от контура в глубину массива, а в почве уменьшаются до минимума, а затем возрастают.

Таким образом, в наиболее тяжелых условиях для поддержания находятся выработки, пройденные по оси синклинали. В этом случае большие деформации следует ожидать не только в кровле, но и в боках выработки. В антиклиналях выработки будут находиться в сравнительно благоприятных условиях. При наклонном залегании с увеличением угла падения пласта усло-

Л и т е р а т у р а

1. Микеладзе А.С. Особенности разработки нарушенных угольных месторождений. Тбилиси, изд. "Мецниереба", 1966.
2. Хаимова-Малькова Р.И. Методика исследования напряжений поляризационно-оптическим методом. М., изд. "Наука", 1966.

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРОД ВОКРУГ КАМЕР В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Г.В.Вардересян, Р.А.Ширинян (Ереван), В.А.Кондратов (Москва)

Целью настоящей работы является исследование характера напряженного состояния пород вокруг камер в неоднородной среде и установление степени их изменения от структурных особенностей массива.

Решение этих задач аналитическим методом, при современном их уровне развития, невозможно. Поэтому был применен поляризационно-оптический метод исследований напряжений, который позволяет с большой точностью установить характер распределения напряжений в сложных моделях.

Модели были изготовлены из разномодульных пластин эпоксима-ла. Составные элементы склеивались между собой клеем холодного отверждения на основе эпоксидной смолы (ЭД-6). Напряжения в моделях "замораживались" в центрифуге при числе оборотов коромысла $n = 163$ об/мин. Масштаб моделей 1:500. Глубина заложения камер 330 м. Заданная глубина моделирования обеспечивалась применением свинцовой пригрузки. Все модели нагружались при одинаковых температурных и силовых условиях /1/ .

С целью получения количественных значений изменения напряжения в структурных моделях, полученные результаты в каждом отдельном случае сопоставлялись с напряжениями в однородной модели для этих же условий.

Общая структура моделируемого месторождения такова: послонная рудная зона мощностью 5 м имеет угол наклона к горизонту 20° . Вмещающие породы представлены песчаниками серого цвета мелкозернистой структуры; рудные зоны пересечены различными дайками диоритовых порфиритов и разломами. Мощность и количество даек, разломов непостоянны и меняются в больших пределах. Очистные камеры пролетом 10 м пройдены в послонной рудной зоне. Под камерой и над камерой оставлены целики из рудной зоны мощностью 1 и 2 м соответственно.

1-ая модель. Послонная рудная зона в месте заложения камеры

пересекает дайну диоритовых порфиров. Мощность дайны - 8 м. В лежачем крыле под углом 40° проходит пологопадающая рудная зона мощностью 3 м (рис. I-I). Модуль упругости вмещающих пород $E = 6,78 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$.

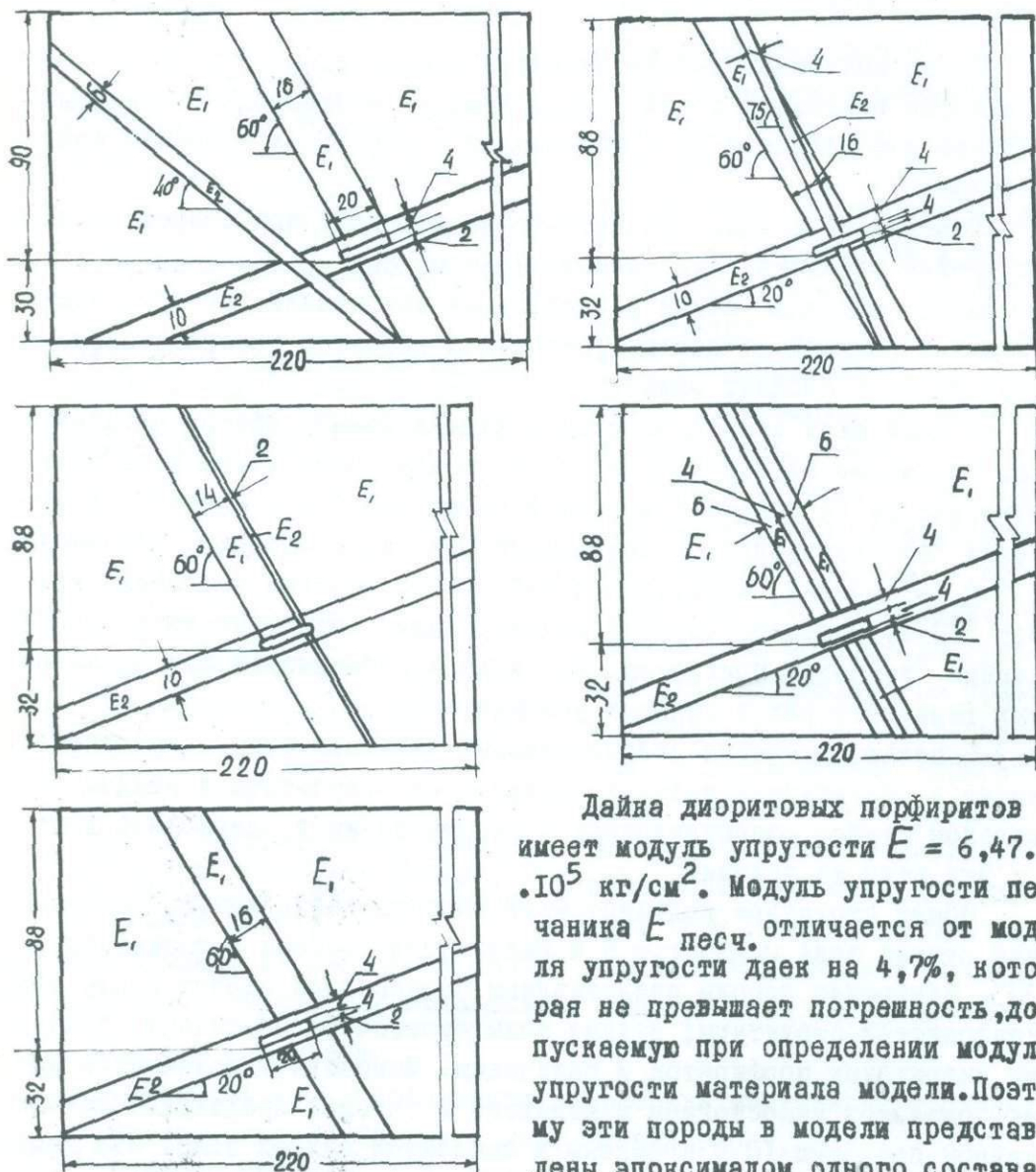


Рис. I.
Общий вид и размеры неоднородных моделей.

Дайна диоритовых порфиров имеет модуль упругости $E = 6,47 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$. Модуль упругости песчаника $E_{\text{песч}}$ отличается от модуля упругости даек на 4,7%, которая не превышает погрешность, допускаемую при определении модуля упругости материала модели. Поэтому эти породы в модели представлены эпонсимальом одного состава, но с сохранением структуры разрезов. Модуль упругости рудных

зон $E = 4,07 \cdot 10^5$ кг/см², т.е. меньше модуля упругости песчаников на 40%. Рудные зоны моделировались пластиной эпоксимала состава ЭД-6 50% и метилтетрагидрофталевый ангидрид - 50%, при этом $E = 160$ кг/см².

Анализ изохром в модели показал, что характер распределения касательных напряжений отличается от их распределений в однородной модели. Это отличие особенно четко выражается в левой части модели, где послойная рудная зона пересекается пологопадающей зоной. В непосредственной близости к контуру камеры характер распределения изохром одинаково с характером распределения изохром в однородной модели. В основной кровле и на дне камеры, где представлены структуры с одинаковыми значениями модулей упругости, изохромы не разрываются. Это означает, что при одинаковых свойствах пород тектонически не подовленные контакты геологических тел (дайки) не могут оказать влияние на характер распределения напряжений. В непосредственной кровле камеры растягивающие напряжения увеличиваются по сравнению с однородной моделью примерно на 15-20% и составляют на контуре около $\sigma_y = -14$ кг/см².

2-ая модель. Послойная рудная зона пересекает диорит-порфиритовую дайку мощностью 8 м, при этом сама послойная зона пересекается разломом мощностью 2 м примерно по центру камеры. Разлом проходит по дайке под углом 75° (рис.1-2). Из приведенной картины изохром видно (рис.2), что наличие разлома в модели при-

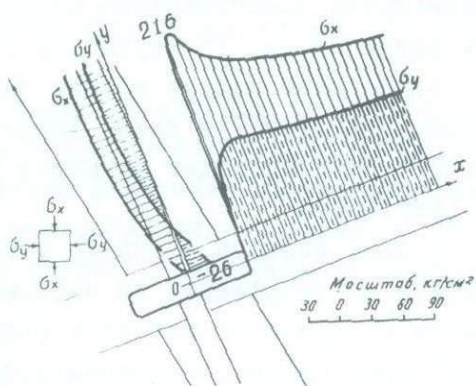
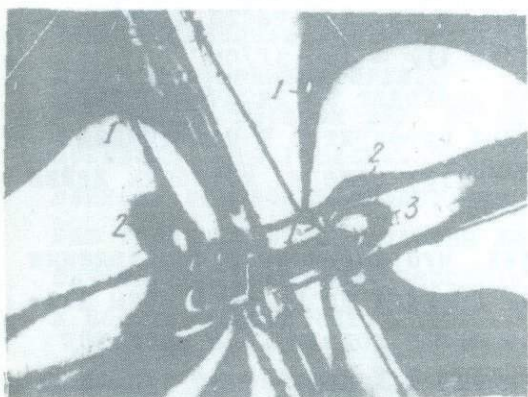


Рис.2. Изохромы в модели I-2.

Рис.3. Эпюры напряжений σ_x и σ_y в модели I-2.

водит к перераспределению напряжений. Если вокруг боковых стенок камеры характер распределения изохром аналогичен с характером распределения в однородной модели, то порядковый номер изохром здесь больше на одну единицу. Эпюры напряжений σ_x и σ_y (рис. 3) говорят о возникновении больших растягивающих напряжений в кровле камеры. Здесь $\sigma_y = -26 \text{ кг/см}^2$, и превосходит растягивающие напряжения в однородной модели больше чем в 2 раза, а нормальные напряжения по оси OX - больше на 25-30 %.

3. В третьей модели разлом мощностью 1 м проходит по контакту диорит-порфиритовой дайки с вмещающими породами по висячему крылу и пересекает послонную рудную зону. Мощность дайки 7 м (рис. I-3). Растягивающие напряжения в центральной части кровли $\sigma_y = -14 \text{ кг/см}^2$. Наибольшие растягивающие напряжения появляются в области разлома и в самом разломе. Понижение напряжения в этой области приводит к увеличению сжимающих напряжений σ_x и σ_y в стенке камеры. Так, максимальное значение сжимающих нормальных напряжений ($\sigma_x = 250 \text{ кг/см}^2$) здесь на 20% выше, чем соответствующие напряжения в однородной модели и на 10% того случая, когда разлом проходил по центру камеры.

4. В четвертой модели послонная рудная зона пересекает серию маломощных даек диоритовых порфиритов (рис. I-4). Мощность даек 2 и 3 м. В стенке камеры изохромы на 0,5 порядков больше чем в однородной модели и меньше на один порядок вариантов I-1 и I-2. Максимальное растягивающее напряжение в средней части контура камеры равно $\sigma_y = 15 \text{ кг/см}^2$. В стенке $\sigma_x = 190 \text{ кг/см}^2$.

5. В пятой модели мощная дайка проходит по висячему крылу камеры. Один контакт дайки диоритовых порфиритов с песчаниками лежачего бока проходит примерно по центру камеры. Мощность дайки 8 м (рис. I-5).

Анализ изохром в модели показал, что характер распределения касательных напряжений во вмещающих породах по падению зоны аналогичен с вариантом модели 4 (левая часть модели). Не меняется также характер распределения напряжений и вокруг камер в послонной рудной зоне. Однако, здесь в правой стенке камеры проходит полоса 5,5 порядка, т.е. больше варианта модели 4 на 0,5 порядка. Величина растягивающих напряжений на контуре камеры по оси

$$\sigma_y \approx 14 \text{ кг/см}^2.$$

В результате проведенных исследований сделаны следующие выводы:

1. Характер распределения и величины напряжений в массиве пород зависят от деформационных характеристик самих пород. Чем больше отличаются деформационные характеристики пород отдельных структур массива, тем больше будут отличаться характер и величина распределения напряжения в них. При одинаковых свойствах пород контакты геологических тел при достаточном сцеплении не влияют на распределение напряжений.

2. Высокие значения нормальных напряжений σ_x или σ_y у стенки в послойной рудной зоне остаются почти без изменения даже на расстоянии равном 2-3 пролета камер. В однородной модели, напряжения (σ_x или σ_y) в указанных условиях меньше своего максимального значения примерно в 2,5-3 раза, в то время как соответствующий перепад напряжений в послойной рудной зоне составляет не более 20-40%.

3. В тех вариантах, где потолочина выполнена из целика послойной рудной зоны (модели 1,4,5) растягивающие напряжения составляют $\sigma_y = 14-16 \text{ кг/см}^2$ и отличаются от σ_y в однородной модели на 20-25%. Наличие разлома в потолочине приводит к увеличению растягивающих напряжений более чем в 2 раза (модели 2,3). При наличии на контактах мелких трещин глинистых прослоек или рассланцованных, брекчированных пород эти напряжения приведут к обрушению кровли.

Таким образом наши исследования на моделях из эпоксимала показали, что геологическая структура месторождения оказывает влияние на распределение напряжений в массиве пород. При решении задач горного давления для месторождений со сложными геологическими строениями необходимо учесть структурные особенности в расчётных моделях.

Л и т е р а т у р а

1. Борисенко С.Г., Комский Е.И., Тубольцев В.М. Фотоупругость при нагружении моделей в центрифуге. Вопросы горного давления СО, АН СССР, 1964, вып. 19.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА
С ВЫЕМКОЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ НА НЕГО ЖЕСТКОГО ШАРА, НАГРУЖЕННОГО
НОРМАЛЬНОЙ И ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ СИЛАМИ

А.М.Владимирский, А.С.Гришин, Е.И.Эдельштейн, Р.М.Эйгелес
(Москва)

В связи с проблемой алмазного бурения скважин была поставлена задача исследования напряженного состояния при взаимодействии породы с единичным алмазным резцом. Для решения этой задачи был использован метод фотоупругости.

При постановке задачи исходили из следующих положений:

1. Анализ отработки алмазных долот в производственных и стендовых условиях показал, что каждый алмаз имеет практически форму шара и за один оборот долота углубляется в породу в среднем на одну десятую своего диаметра.

2. В сравнении с горными породами без существенной ошибки можно считать алмаз жестким телом.

3. При работе алмазного долота на каждый алмаз действуют две взаимноперпендикулярные силы: одна - вдавливающая алмаз в горную породу /осевая нагрузка/ и другая - сила резания /составляющая крутящего момента/. Проведенные эксперименты по резанию различных горных пород единичным алмазом при скоростях резания в пределах 1-5 м/сек позволили установить, что для исследуемых горных пород /известняк, доломит, мрамор/ между этими двумя силами сохраняется постоянное соотношение. Величина силы нормального прижатия P_1 в среднем в 3 раза превышает величину усилия резания P_2 /1/.

При моделировании алмазный резец имитировался стальным шаром диаметром 40мм, установленным в сферический паз глубиной 4мм (рис.1). Нагружение модели производилось через усеченный конус, который передавал силу под углом $18,5^\circ$, что и обеспечивало требуемое соотношение между горизонтальной и вертикальной составляющими.

Для полного решения задачи необходимо иметь, по крайней мере, две идентичные модели. Были совмещены три модели на одном блоке эпоксимала /третья модель контрольная/. При этом размеры

блока выбирались такими, чтобы исключить взаимное влияние пазов друг на друга и влияние краев блока. Это условие обеспечивает блок диаметром и высотой 200 мм.

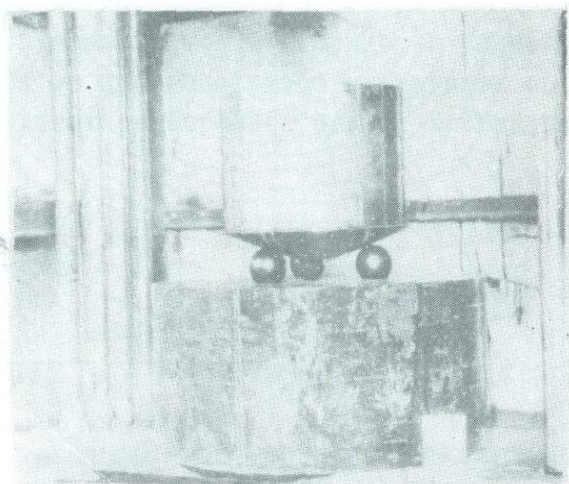


Рис. 1. Схема нагружения модели.

В работе / 2 / показано, что под алмазом всегда имеется спрессованная пыль, которая создает соприкосновение алмаза с породой во всех точках площадки контакта. В модели контакт по всей площадке обеспечивала притирка шара по месту.

Задача решалась методом "замораживания" деформаций.

Разделение напряжений производилось методом численного интегрирования уравнений равновесия в декартовой системе координат. Ввиду громоздкости вычислений все расчеты были проведены на ЭВМ БЭСМ-3 по составленной программе, которая предусматривала, наряду с получением всех напряжений, определение главного вектора нормальных напряжений по координате Z . Погрешность задачи, определенная по главным векторам, не превышала 5%.

В результате численного интегрирования были получены напряжения во всех точках модели и построены графики. Максимальные напряжения имеют место в плоскости симметрии.

Наибольший интерес представляет график распределения напряжений по поверхности полупространства, так как на ней возникают и развиваются вглубь трещины разрушения.

Из графика (рис.2) следует, что на свободном контуре напряжения σ_x и σ_y растягивающие, причем $\sigma_y > \sigma_x$. Заметим, что такое распределение напряжений существенно отличается от распределения напряжений при вдавливании сферы в полупространство без наличия выемки, где напряжения на свободной поверхности по главным направлениям равны по величине и противоположны по знаку. Появление растягивающих напряжений σ_y объясняется исключительно наличием выемки.

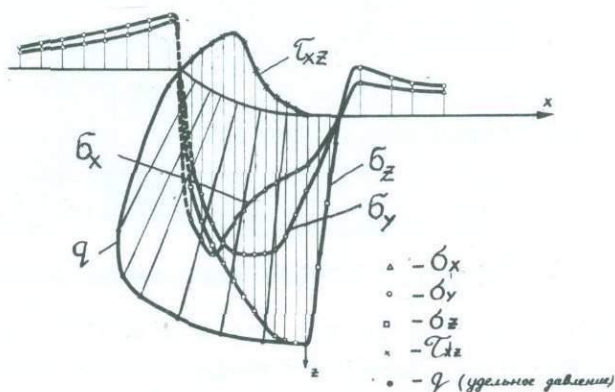


Рис. 2. Распределение напряжений и эпюра давления

Область материала непосредственно под площадкой контакта находится в состоянии неравномерного всестороннего сжатия. При этом напряжения максимальны на поверхности и затем монотонно затухают вглубь полупространства.

Удельное давление, рассчитанное по этим напряжениям, во всех точках площадки контакта практически одинаково, т.е. осуществлялось равномерное давление шара на полупространство.

Для проверки результатов были проведены опыты на оптическом стекле. На поверхность стекла впереди шара наклеивались датчики с базой 5мм, регистрирующие деформации по осям X и Y . Эксперимент показал, что свободный контур впереди шара действительно растянут по обоим направлениям. Образовавшаяся при нагру-

жении коническая трещина совпадает с траекторией главных нормальных напряжений (рис. 3).

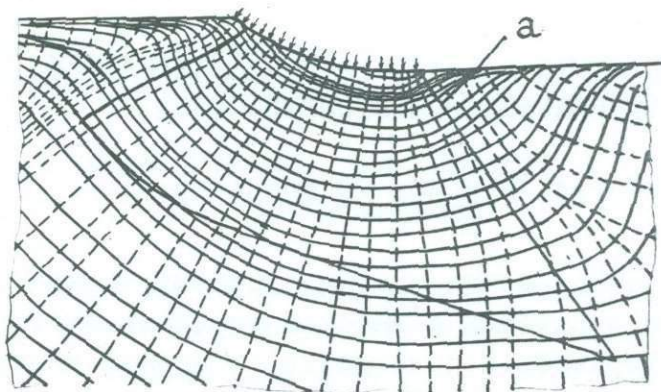


Рис.3. Поле изостат; а - коническая трещина в хрупком материале

Таким образом мы нашли все компоненты тензора напряжений в каждой точке полупространства. По их значениям легко посчитать главные напряжения и, наложив на них напряжения в скважине от действия горного и гидростатического давлений, вычислить суммарное напряженное состояние, а затем, пользуясь критерием прочности /3/, провести оценку прочности.

Л и т е р а т у р а

1. Королько Е.И. Экспериментальное изучение взаимодействия рабочих элементов шарошечных и алмазных долот с горной породой. Проблемы механики горных пород. Алма-Ата, "Наука", 1966.
2. Garner N.E. Cutting action of a single diamond under simulated borehole conditions. Soc. Pet. Eng. J., 1967, N 7, 937-942.
2. Эйгелес Р.М. Разрушение горных пород при бурении. М., "Недра". 1971.

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ЗАБОЯ СКВАЖИНЫ НА ХАРАКТЕР НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРОД

С.Я.Сологуб, В.В.Нор /Днепропетровск/

С целью обоснования безопасных условий проходки дегазационных скважин в пластах с высокой газодинамической активностью изучен характер напряженного состояния массива горной породы в призабойной зоне скважины поляризационно-оптическим методом на объемных моделях из эпоксидной смолы ЭД-6М с плоской, эллиптической и сферической формой забоя. Разность и направление главных напряжений в срезах, вырезанных из "замороженных" моделей, определены методом компенсации.

Характер и величина напряжений в призабойной зоне скважины зависит от формы забоя. В скважинах с эллиптической формой забоя контурные напряжения в 1,1, а с плоской - в 1,27 раза больше напряжений в скважинах со сферической формой забоя. В точках на расстоянии 0,5-1м от плоскости забоя по оси скважины наблюдается разность главных напряжений при проходке скважин с плоским забоем в 2,96, а с эллиптическим - в 1,7 раза больше, чем при проходке скважин со сферическим забоем. В моделях с плоской, сферической и эллиптической формой забоя скважины, нагруженных всесторонним равномерно распределенным давлением по внешнему контуру, на вполне определенном расстоянии от оси скважины существует изотропная концентрическая область, в которой $\sigma_1 = \sigma_2$, то есть отсутствуют касательные напряжения.

Для обеспечения наиболее безопасных условий проходки скважин в пластах с высокой газодинамической активностью необходимо применять породоразрушающий инструмент, обеспечивающий форму забоя с минимальной разностью главных напряжений в призабойной зоне скважины и отсутствие концентраторов напряжений в плоскости забоя.

ХАРАКТЕР НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СОПРОТИВЛЯЕМОСТИ ИХ ОТРЫВУ

Л.И. Барон (Москва), С.Я. Сологуб, Л.Г. Кереклици
(Днепропетровск)

Основной задачей данной работы является исследование влияния способа приложения нагрузки к образцам горных пород на величину предела прочности σ_p . Для ее решения был применен поляризационно-оптический метод исследования напряжений в цилиндрических образцах при нагружении по трем схемам /рис.1/.

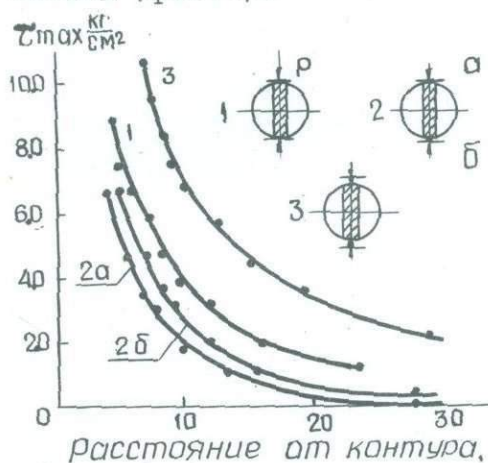


Рис.1. Эпюра τ_{max} по линии действия P .

Характер и величина максимальных касательных напряжений определены методом полос. При нагружении модели / $d = 80$ мм / постоянной нагрузкой / $P = 30$ кг / по разным схемам наибольшее значение $\tau_{max} / 3 \text{ кг/см}^2 /$ получено при нагружении по схеме 3, минимальное / $0,4 \text{ кг/см}^2 /$ по схеме 2/а, б/, а среднее значение $\tau_{max} / 1,3 \text{ кг/см}^2 /$ получено по схеме 1.

Результаты оптического моделирования соответствуют по подобию натуре; при испытании образцов песчаника напряжения по схемам 1, 2, 3 соответственно равны 256, 80, 600 кг/см^2 . В образцах при нагружении по схеме 1 напряжения в 3, 2, а по схеме 3 - в 7, 5 раза больше напряжений при нагружении по схеме 2. Следовательно, показатели горных пород σ_p , определяемые при различных способах нагружения не являются адекватными.

IX. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ
В АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛАХ

PHOTOELASTIC INVESTIGATION OF STATES OF STRESS OF
MATRICES IN THE AGGLOMERATES OF TWO AND THREE CIRCULAR
INCLUSIONS

J. Javornický (Praha)

I n t r o d u c t i o n

The investigation of mechanical stress in photoelastic models of composite systems is one of the most attractive ways of gaining knowledge about the functioning of these systems under load and about the conditions for the initiation of failure in materials possessing structures of that type. In photoelasticity this application is, however, something new, for it is usually used on homogeneous, isotropic models and brings certain problems, both theoretical and methodical. The investigation treated in further paragraphs tries to contribute to the solution of these problems and to present some interesting features of photoelastic interpretation of behaviour of the systems mentioned.

Arrays with inclusions in contact represent the most complicated problem, not solved until now. This type of structural arrangement occurs not only in materials reinforced by fibres, but especially in materials with structures established by dispersed particles. Therefore attention was paid to these configurations; they were investigated by plane models with two inclusions in contact and with three circular inclusions in contact and in close proximity to each other in a homogeneous uniaxial stress field.

T h e o r e t i c a l b a c k g r o u n d

The problem of interaction of two inclusions in various distances except in contact was mathematically solved by Goree /1/ under the assumption of the plane state of strain. Photoelastic modelling of plane problems tends for natural

reasons to simulate the plane state of stress, which brings, however, certain complications. The experiment is further restricted by the low number of variations of mechanical parameters of model materials available /2/. The photoelastic experiments can be carried out only under certain assumptions, for a certain interval of ratios of elastic constants of the matrices and the inclusions and within certain limits of accuracy due to the given ability of the method /3/.

Photoelastic background

The conditions of the photoelastic experiment are determined in the first place by the elastic constants of model materials. If we do not take into account the application of not fully polymerized resins for matrices due to a high uncertainty in the time influence, or of higher temperatures due to complications caused by linear dilatation, the Young moduli of 50 - 500 kp/cm² (the rubbers) and 25000 - 40 000 kp/cm² (the resins) are at the disposal. That involves practically operating with ratios of the moduli of the matrix and the inclusion 1:500 - 1:800 or 1:15 - 1:25 (if glass is used for inclusions). These ratios are far from those occurring in concrete materials, where they often have the values 1:3 - 1:5, but they approximately simulate the cases with rigid inclusions. Mathematically it was shown on cases with one and two inclusions that the states of stress do not differ significantly, if the ratio of Young moduli exceeds 1:4. It will be shown later that in special points the photoelastic pattern differs, nevertheless, from the ideal situation, even when the ratio of moduli is small.

Similarly the selection of Poisson ratios is rather limited. Values of 0.2 - 0.35 are available for inclusions and 0.35 - 0.5 for matrices (considering the mentioned model materials). It is obvious that it will be simpler to simulate the theoretically incompressible matrix than e.g. the composite systems of metals.

Producing composite models which do not suffer shrinkage necessitates special procedure; the models then exhibit a low unavoidable orientation birefringence and a low stress birefringence due to the mould shrinkage on the phase boundaries, which impede the measurement in points of a low mechanical stress /3/. The mentioned stress birefringence can be influenced very expressively by the changes of temperature, if this differs from that accompanying the process of production. It is preferable, therefore, to carry out the measurements under two different loads and to take into account only values corresponding to the difference of these states. Of course, this procedure has its justification only when one measures on the very phase boundary; the other area of matrix is not disturbed and thus ready for usual measurements.

The measurement of isoclinics on the interface poses some difficulties. The disturbing birefringence causes a certain shift of right values of the isoclinics on these boundaries. From the same reason the singular points are sometimes hardly identifiable or often shifted out from the boundary. This error can be neglected when the mechanical birefringence is sufficiently high in comparison with the initial one. Then, however, the isoclinic lines become indistinct. It is advantageous to blot out the pattern of isochromatics by the method of fringe multiplication; with the use of white light the background becomes almost white just in parts with more fringes and the isoclinics measurable.

A considerable influence is exerted by the so called pinching effect. /2/. This effect means a change of the plane state of stress in the plate to the three-dimensional state of stress on the interface due to different deformability of the matrix and the inclusion. For the rigid inclusion that means the change of the plane stress to the plane strain. Although the photoelastic magnitudes are the same in the plane stress as well as in the plane strain states, the pinching effect is to be considered in the evaluation

of strains /2/. In the evaluation of stresses it should be taken into account that the observed optical pattern on the interface belongs generally to the secondary principal stresses (assuming thin plates) or to the integral of these stresses along the thickness. Since the situation on the very boundary is theoretically without distortion, the problem concentrates itself in the transitional zone to the plane stress state.

The depth of the pinching effect is, however, relatively small. If we admit a small error, it can be shown from a simple consideration that the transition zone from the plane strain on the interface to the plane stress in the remainder of the plate will amount to $0.75 t$ ($0.58t$; $0.17t$; $0.05t$) for $\mu_m = 0.5$ (0.4 ; 0.3 ; 0.2), if t is the thickness of the plate. The results of Durelli and collab. (/2/, p.318), where the pinching effect is well distinguishable, agree well with this estimation. The relatively fast finding of this disturbing effect justifies also the application of the so called knife-edged interface, where the transition zone amounts to $0.58t$ /2/, and makes it possible to recognise the range of pinching and to make a correction of it already on the photoelastic pattern. This feature of the effect reduces considerably the significance of its consideration in the photoelastic solutions of stress state problems.

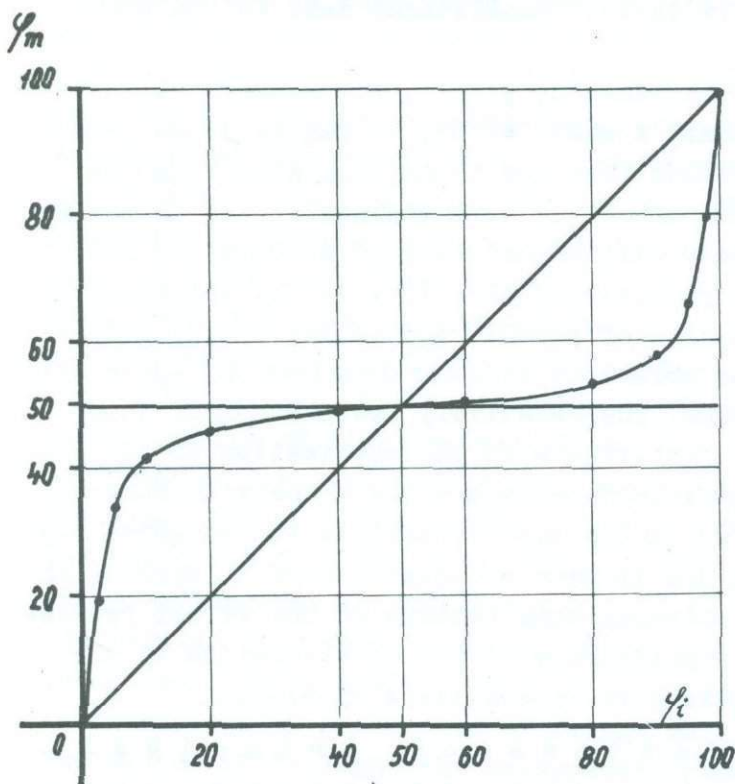
Some relations of principal directions and stresses on the interphase boundary

The principal directions refract on the interface. The ratio between the tangents of the angles of principal directions φ_m and φ_i can be easily derived /4/ in the form:

$$\frac{\tan 2\varphi_m}{\tan 2\varphi_i} = \frac{\sigma_n (1 - \mu_i + E \mu_m) - E \sigma_{tm}}{\sigma_{tm} - \sigma_n}, \quad (1)$$

where indices "m" and "i" belong to the matrix and the inclusion, respectively, $\sigma_{nm} - \sigma_{ni} = \sigma_n$ is the normal and $\sigma_{tm} = \sigma_{ti}$

is the tangential stress on the interface, $E = E_i/E_m$, the ratio of the Young moduli and ν is the Poisson ratio. (The shear stress is then $\tau_{ut,m} - \tau_{ut,i} = \tau_{ut}$). It is noticeable that the greatest difference between the principal angles will occur when φ_i will be between 20 and 80 centigrades. Fig. 1 shows the region of the function $\varphi_m = F(\varphi_i)$, the



boundary of which is formed by the lines $\varphi_m = \varphi_i$ and $\varphi_m = 50^\circ$. The general curve will be similar to that in fig. 1, which corresponds to $\tan 2\varphi_m / \tan 2\varphi_i = 7$. The extreme lines belong to the isotropic body and to the rigid inclusion (if the difference between σ_n and σ_{tm} is sufficiently large) respectively.

Fig. 1

The relations on the interface make it possible to derive formulae which can be used for the separation of the individual stress components without integration. From the equations valid for the stress components it follows

$$\sigma_n - \frac{1}{2}(\sigma_{1m} - \sigma_{2m}) \cos 2\varphi_m + \frac{1}{2}(\sigma_{1m} + \sigma_{2m}) = \frac{1}{2}(\sigma_{1i} - \sigma_{2i}) \cos 2\varphi_i + \frac{1}{2}(\sigma_{1i} + \sigma_{2i}), \quad (2)$$

$$\sigma_{tm} = -\frac{1}{2}(\sigma_{1m} - \sigma_{2m}) \sin 2\varphi_m + \frac{1}{2}(\sigma_{1m} + \sigma_{2m}),$$

and

$$\begin{aligned}\sigma_n - \sigma_{tm} &= (\sigma_{1m} - \sigma_{2m}) \cos 2\varphi_m, \\ \sigma_n - \sigma_{ti} &= (\sigma_{1i} - \sigma_{2i}) \cos 2\varphi_i.\end{aligned}\quad (3)$$

Using the Hooke law and the condition for the strains $\epsilon_{tm} = \epsilon_{ti}$ and substituting into this relation from (3), one gets

$$\begin{aligned}\sigma_n - \frac{1}{\alpha} [(\sigma_{1m} - \sigma_{2m}) E \cos 2\varphi_m - (\sigma_{1i} - \sigma_{2i}) \cos 2\varphi_i], \\ \alpha = E - \mu_m E + \mu_i - 1,\end{aligned}\quad (4)$$

where only the values from the photoelastic measurement occur. Sometimes, when the principal stresses on one side of the interface are known, the following formulae can be used. Substituting from (2) into (4) gives

$$(\sigma_{1m} + \sigma_{2m}) = (\sigma_{1m} - \sigma_{2m}) \frac{2E - \alpha - 2}{\alpha + 2} \cos 2\varphi_m + \frac{2}{\alpha + 2} (\sigma_{1i} + \sigma_{2i}) \quad (5)$$

and solving (5) together with (4) supplies

$$\sigma_n \{(\alpha + 2) \cos 2\varphi_i \{+\} \alpha\} = (\sigma_{1m} - \sigma_{2m}) E \cos 2\varphi_m (\cos 2\varphi_i \{+\} 1) + 2 \left\{ \frac{\sigma_{1i}}{\sigma_{2i}} \right\} \cos 2\varphi_i, \quad (6)$$

or similarly

$$\sigma_n \{[2E - \alpha] \cos 2\varphi_m \{+\} \alpha\} = (\sigma_{1i} - \sigma_{2i}) \cos 2\varphi_i (\cos 2\varphi_m \{+\} 1) + 2 \left\{ \frac{\sigma_{1m}}{\sigma_{2m}} \right\} E \cos 2\varphi_m. \quad (7)$$

If, however, the measurement of isochromatics in the inclusions is difficult due to the low birefringence, the expression for the shear stress can be made use of. Because

$$\tau_{nt,m} = \tau_{nt,i},$$

$$\text{and} \quad (\sigma_{2i} - \sigma_{1i}) = (\sigma_{2m} - \sigma_{1m}) \frac{\sin 2\varphi_m}{\sin 2\varphi_i}, \quad (8)$$


$$\sigma_n = \frac{\sigma_{1m} - \sigma_{2m}}{\alpha} \left[E \cos 2\varphi_m - \sin 2\varphi_m \cotg 2\varphi_i \right]. \quad (9)$$

These relations give conditions for the existence of singular points on the interface, which can be used for

the check, if the singular points are not clearly distinguishable or not fully developed. The table I lists the possible cases.

It is obvious that the singular point cannot exist without $\varphi_m = \varphi_i = 0$. Moreover it can be shown /2/ that for the incompressible matrix and rigid inclusions

Tab. I (I.M.=incompressible matrix, R.I.= rigid inclusion)

$\sigma_{1m} - \sigma_{2m} = 0$	$\varphi_m = \varphi_i = 0$	$\sigma_{1i} - \sigma_{2i} = 0$	
$\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \sigma_n$ $\sigma_{1i} = \frac{(\alpha+2)\cos 2\varphi_i - \alpha}{2\cos 2\varphi_i} \sigma_n$ $\sigma_{2i} = \frac{(\alpha+2)\cos 2\varphi_i + \alpha}{2\cos 2\varphi_i} \sigma_n$	$\sigma_{1i} = \sigma_n$ $\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2i} = (\mu_i - \mu_m E) \sigma_n + E \sigma_{2m}$ $\sigma_{2m} = (\mu_m - \frac{\mu_i}{E}) \sigma_n + \frac{1}{E} \sigma_{2i}$	$\sigma_{1i} = \sigma_n$ $\sigma_{2i} = \sigma_n$ $\sigma_{1m} = \frac{(2E-\alpha)\cos 2\varphi_m + \alpha}{2E\cos 2\varphi_m} \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \frac{(2E-\alpha)\cos 2\varphi_m - \alpha}{2E\cos 2\varphi_m} \sigma_n$	
			$\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \frac{E-\alpha}{E} \sigma_n$
$\sigma_{1i} = \sigma_n$ $\sigma_{2i} = (\alpha+1) \sigma_n$	$\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \sigma_n$	$\sigma_n = 0$	$\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \sigma_n$
			$\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \sigma_n$
$\sigma_n = 0$	$\frac{E_i}{E_n} = \frac{1-\mu_i}{1-\mu_m}$	$\sigma_n = 0$	$\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \sigma_n$
			$\sigma_{1m} = \sigma_n$ $\sigma_{2m} = \sigma_n$

the respective isoclinics cross perpendicular the phase boundary. Then the existence of the singular points on both sides of the interface is possible only when $\sigma_n = 0$, with the exception of a special case of the ratio of Young moduli. Besides it is obvious that the existence of the state of stress identical with the free boundary on one side of the interface is impossible.

The agglomerates of two and three inclusions

The plane models with two equal circular inclusions in contact were made with epoxide matrix and glass inclusions by the procedure described previously /3/ and loaded by homogeneous tension and compression in one and the other axis of symmetry, respectively. The ratio of the Young moduli was $6,8 \cdot 10^6 / 3,2 \cdot 10^4$ ($\lambda = 13,01$) and $\mu_m = 0,35$, $\mu_i = 0,20$. A similar model with polyurethane matrix and epoxide inclusions was made by casting epoxide into the openings of the polyurethane plate and loaded by tension in the direction of the axis passing through the inclusions. Here $E = 3,2 \cdot 10^4 / 60$ ($\lambda = 2665,85$) and this case simulates the rigid inclusions in an incompressible matrix very distinctly. The models with three equal circular glass inclusions in contact and in the distance of one tenth of their diameter were prepared with epoxide matrix and loaded in tension and in compression respectively, only in the direction of their axes of symmetry.

The patterns in tension as well as in compression were found - as theoretically proved - to be identical and they served for check. Similarly the measurements of two inclusions loaded in different directions present qualitatively identical cases. The isoclinics and isostatics are shown in figs. 2-3 and 6-7, the isochromatics in fig. 5. One can see the difference in the respective patterns in the case of two inclusions for the epoxide (Fig. 2) and polyurethane (Fig. 3) matrices, especially in the placing and existence of singular points, discussed in the previous paragraph.

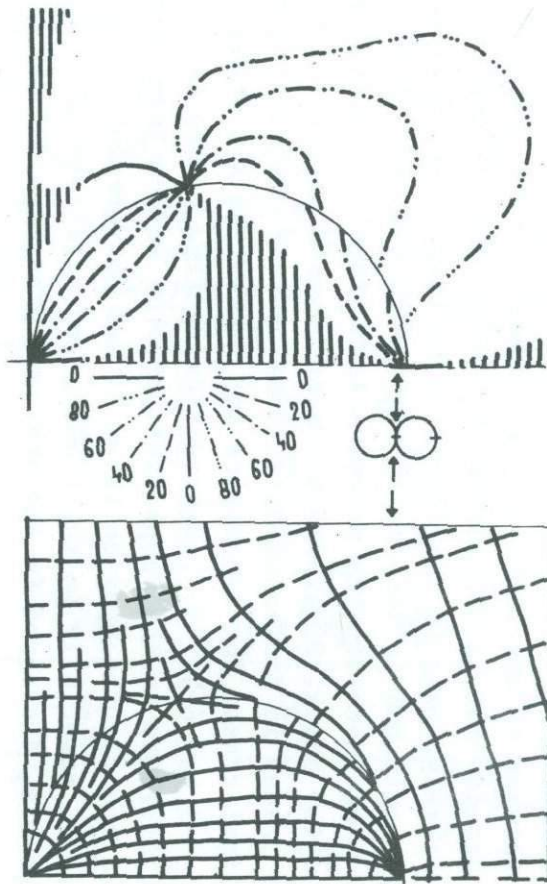


Fig. 2

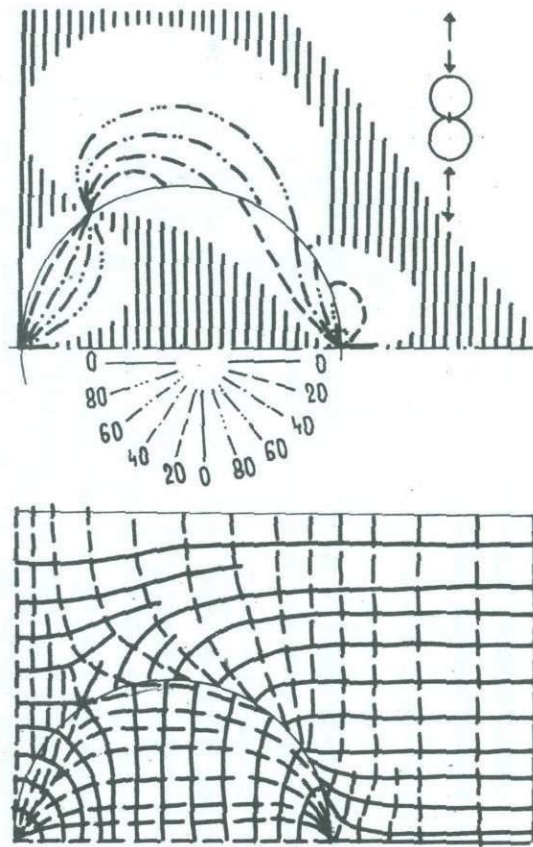
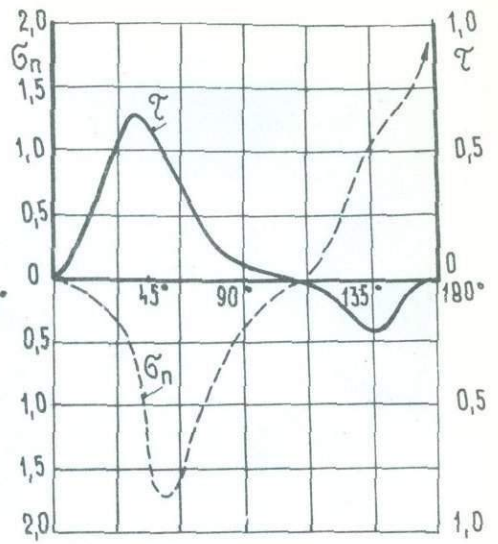
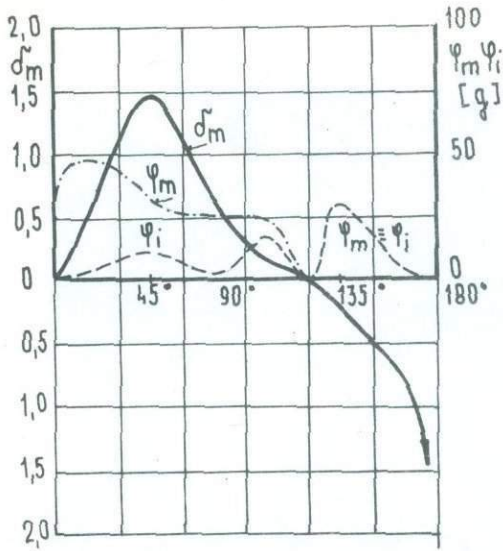
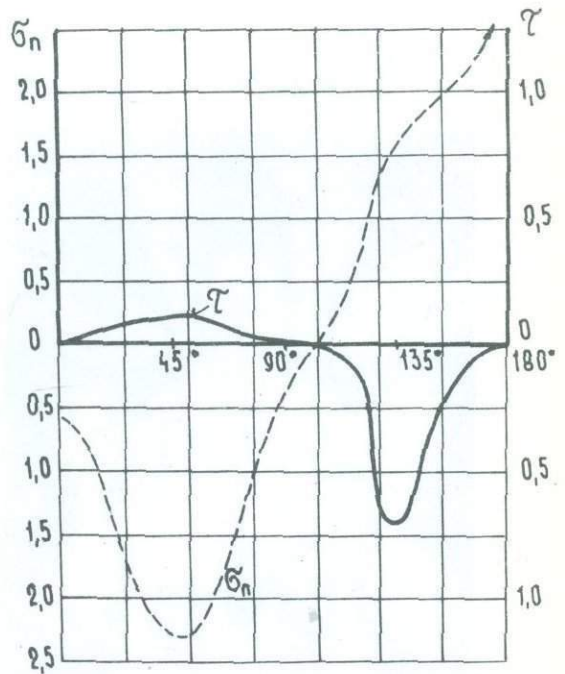
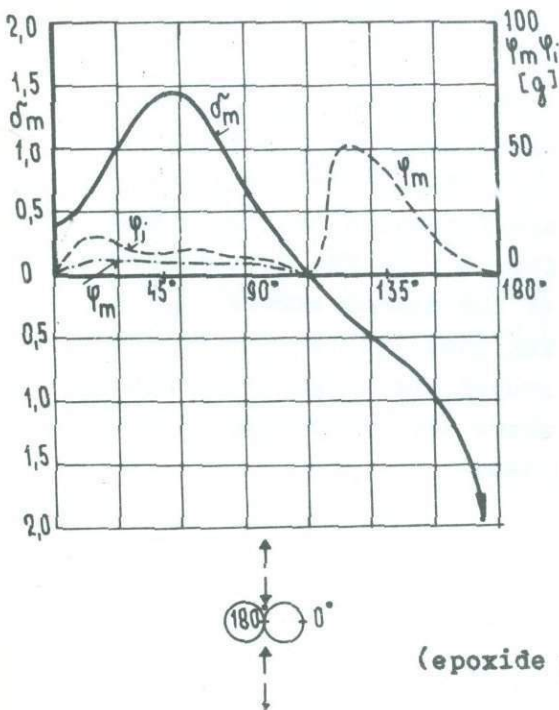


Fig. 3



(polyurethane matrix)



(epoxide matrix)

Fig. 4

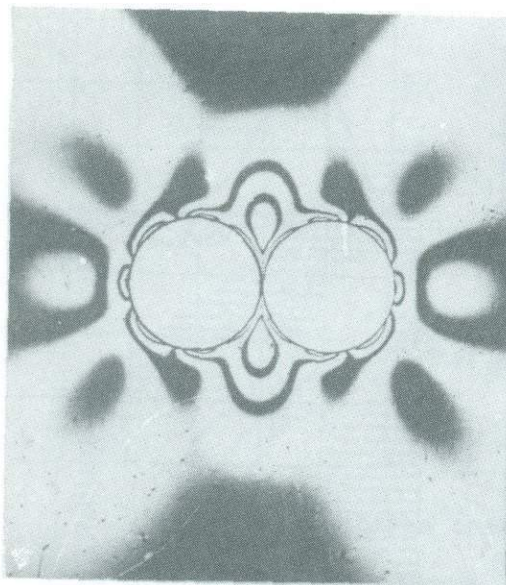


Fig. 5a

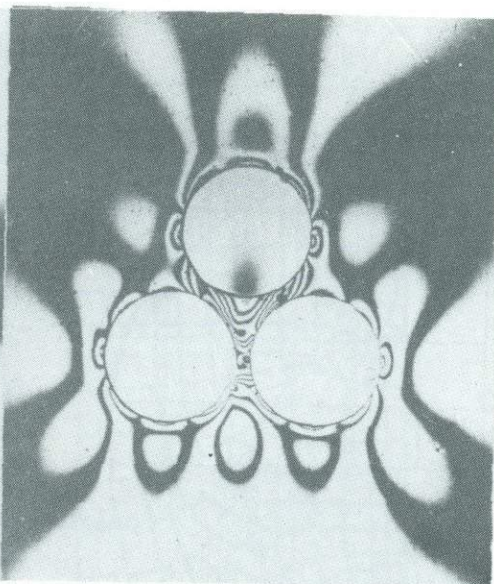


Fig. 5b

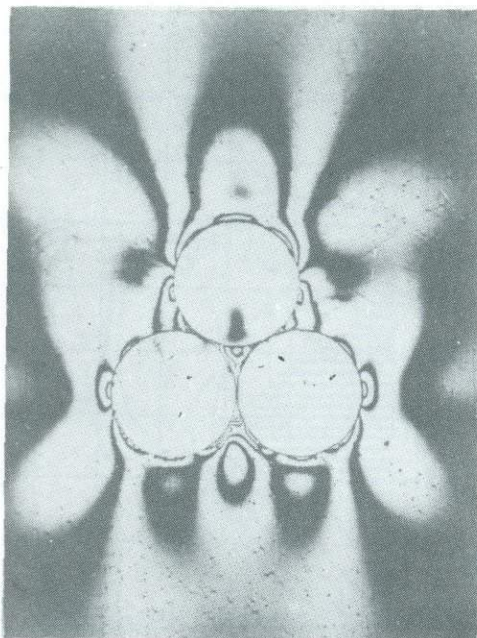


Fig. 5c

The evaluation of measurements, expressed for the nominal stress equal to unity, are presented in fig. 4 and figs 8 - 9. The determination of the normal stress σ_n followed the expression (9) except for singular points, where the expression (4) was used.

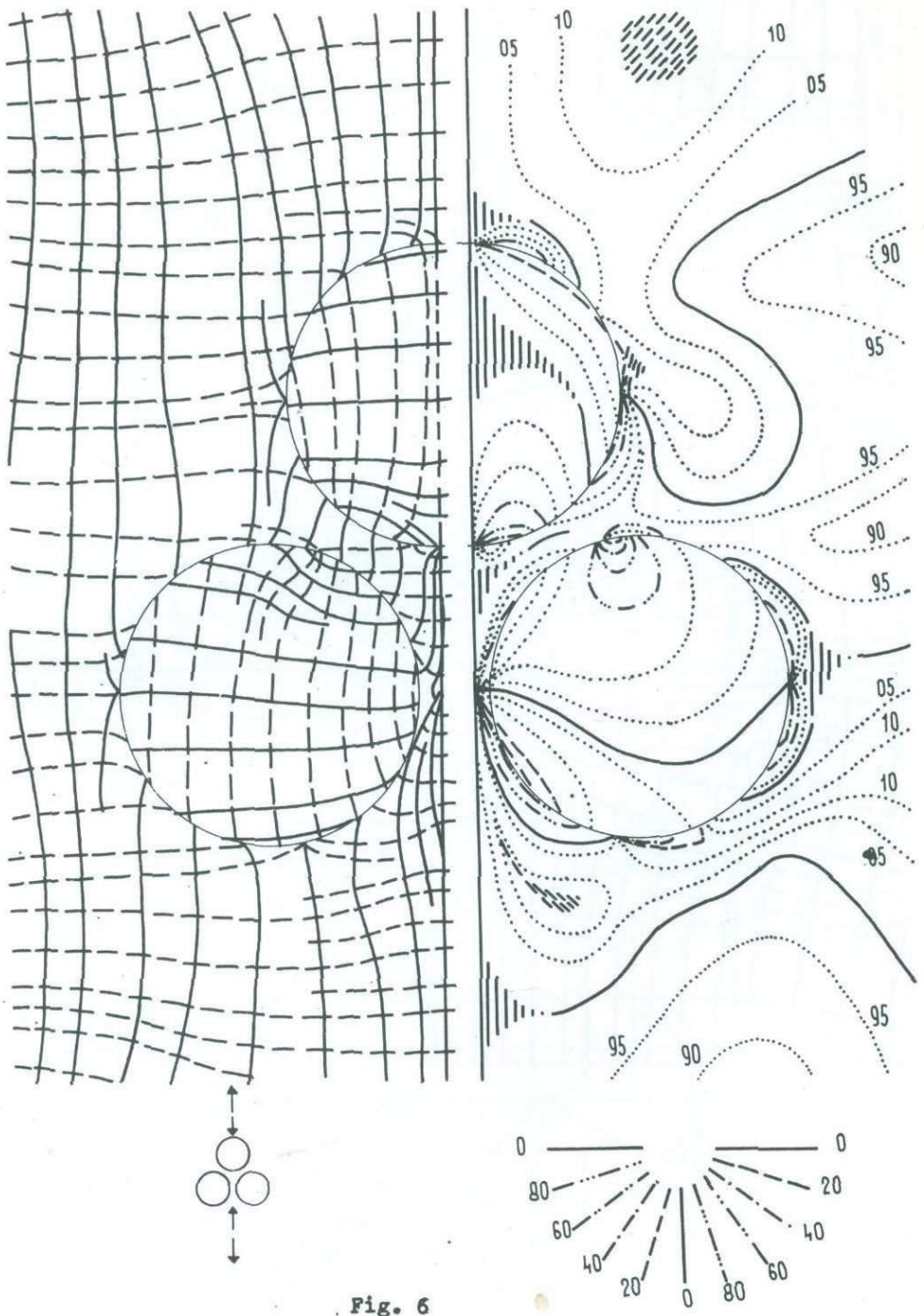


Fig. 6

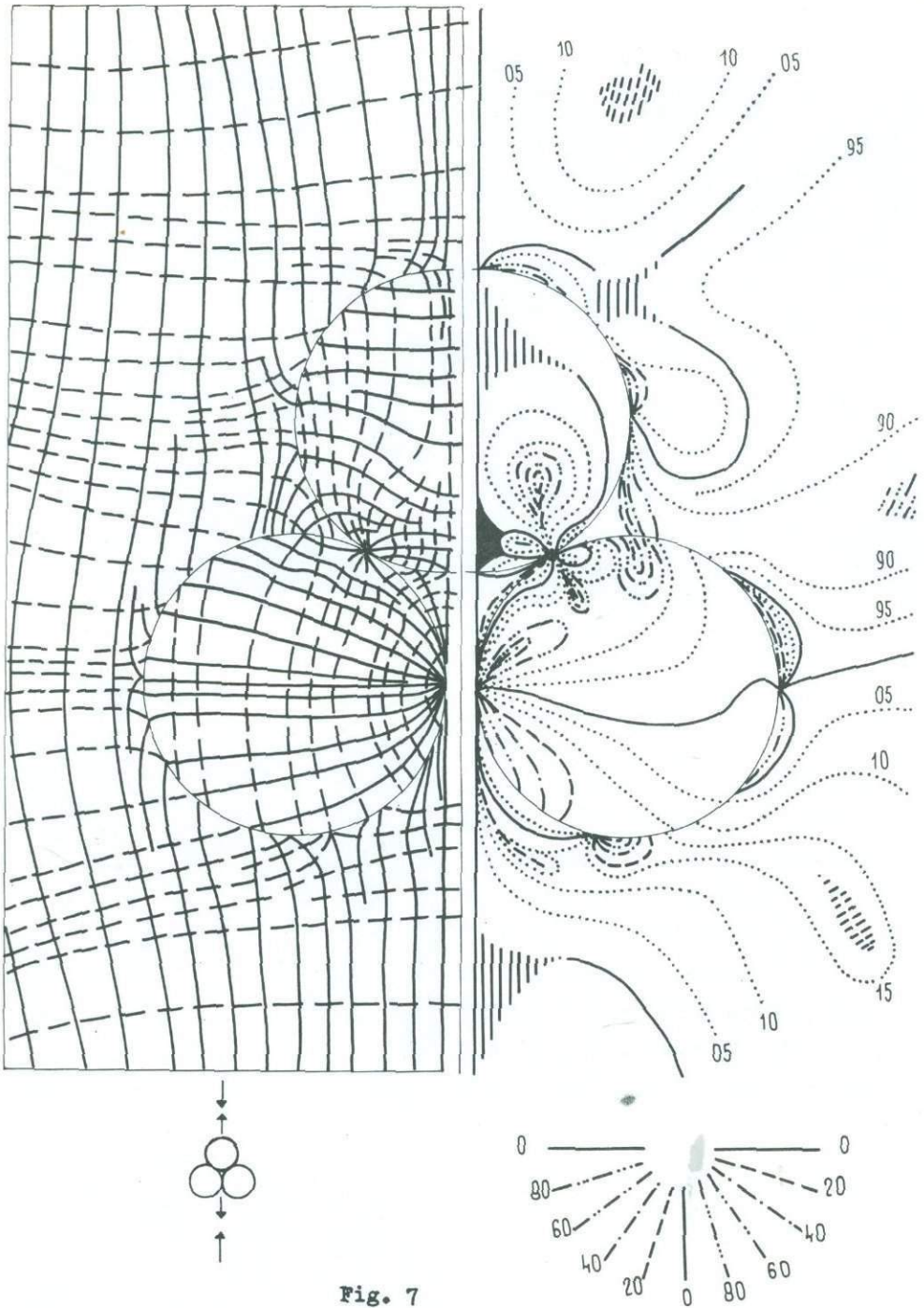


Fig. 7

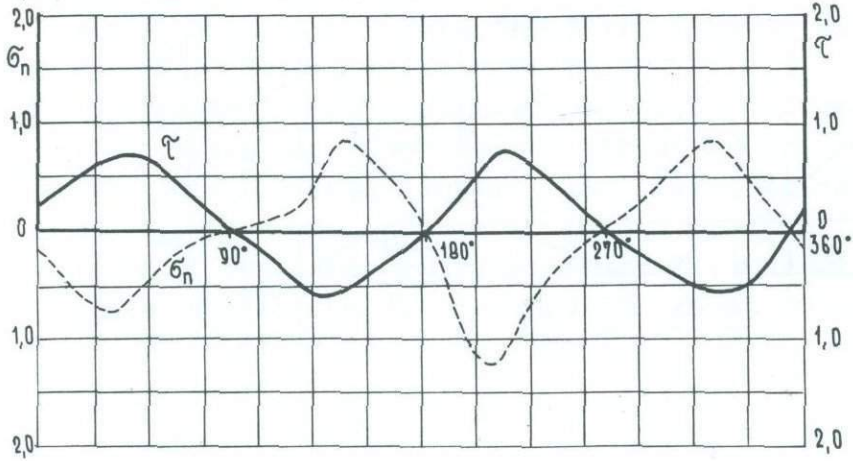
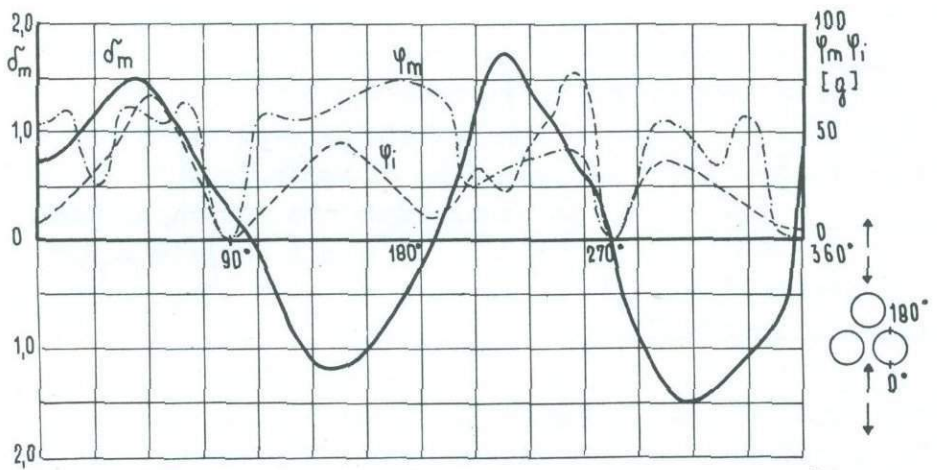
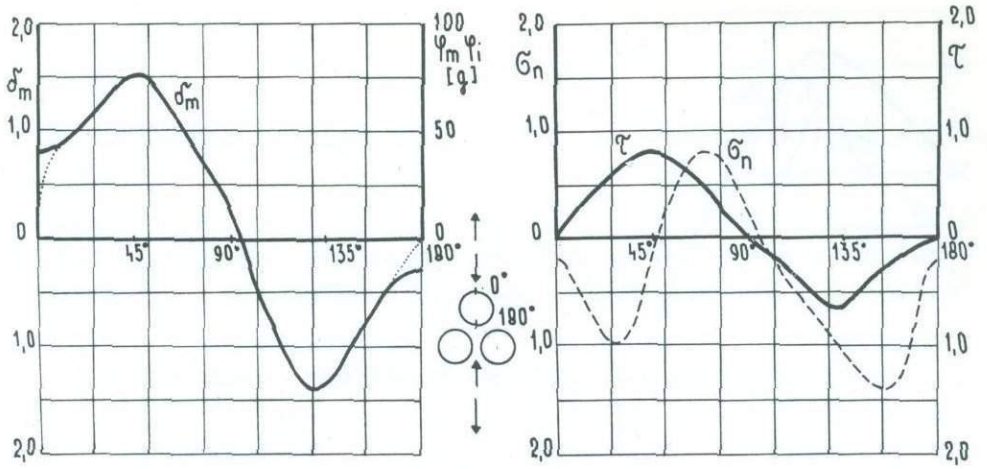


Fig. 8

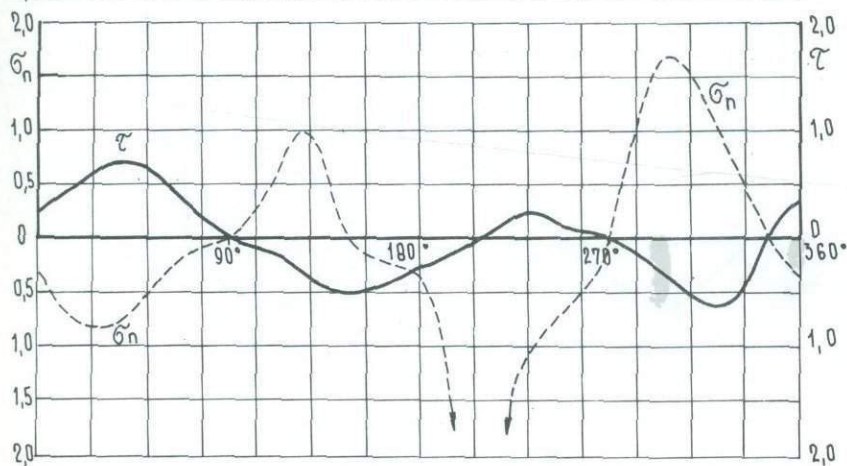
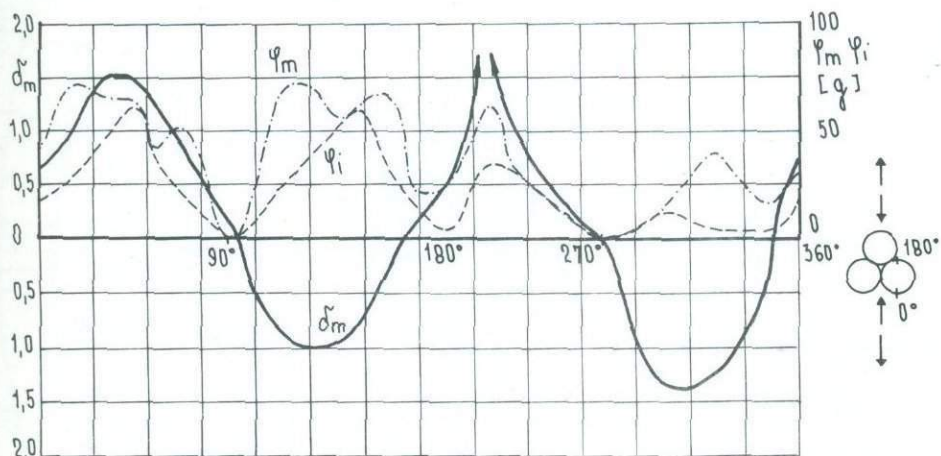
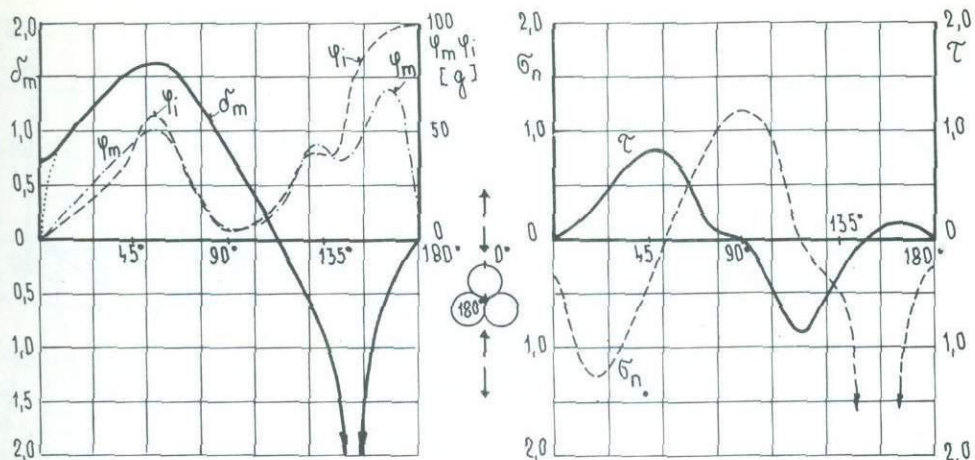


Fig. 9

C o n c l u s i o n s

The investigation of composite models shows that photoelasticity has its advantages also in this branch of problems and yields useful results of theoretically difficult soluble cases by simple means. The derived relations facilitate the separation of stress components and the qualitative check.

The results obtained show that the most dangerous points for failure are the "shoulders" of the inclusions, where also concentrations of stress occur, both in the normal and shear stresses. The isostatics passing through these places trace then the propagation of the possible fracture. It is obvious that the contact of inclusions changes the stress field into an other, less favourable one, the increase of inclusions in an array, however, decreases the peaks in stress concentrations.

R e f e r e n c e s

1. Goree J.G. In-plane loading in an elastic matrix containing two cylindrical inclusions. *J. Comp. Materials*, 1967, 1, 404-412.
2. Durelli A.J., Parks V.J., Feng H.C. and Chiang F. Strains and stresses in matrices with inserts. "Mechanics of composite materials" Oxford, New York, Pergamon Press, 1970, 236-336.
3. Javornický J. Photoelastic investigation of cast plates with inclusions. "Experimental stress analysis and its influence on design" London, Inst. Mech. Engineers, 1970, 39-46.
4. Dantu P. Etude des contraintes dans les milieux hétérogènes. Publication No 57-6 du LCPC, Paris, 1957, 3-25.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ
ВОКРУГ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

П.Х.Промет, Х.Х.Ээсорг (Таллин)

В НИИ строительства Госстроя ЭССР разрабатываются цилиндрические измерительные плиты для измерения напряжений внутри бетона /1/.

Так как измерительные плиты имеют отличные от бетона упругие свойства, вокруг них возникает концентрация напряжений. При обработке результатов измерений надо знать, в какой мере они искажаются концентрацией напряжения.

Вопрос о концентрации напряжений вокруг цилиндрического включения в однородной упругой среде исследовался в работе /2/. По теории упругости найдена величина искажения напряжения $\Delta \sigma$ основного напряженного поля σ .

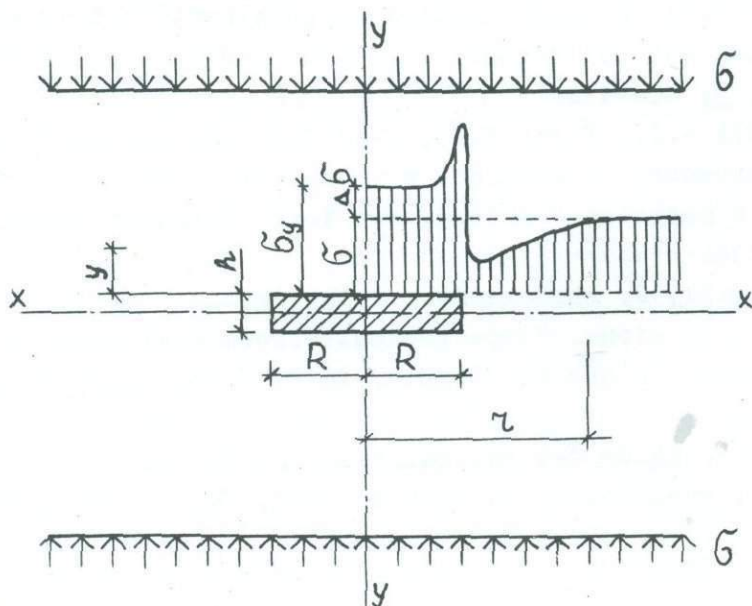


Рис. I. Схема задачи включения и предполагаемая эпюра напряжения σ_y

При теоретическом решении для упрощения задачи не учитываются касательные напряжения на контактной поверхности включения с основным материалом и предполагается, что материал деформируется по закону Гука до бесконечных величин напряжений. В результате по краям включения получены бесконечно большие величины напряжения.

В действительном материале вблизи краев включения возникают пластические зоны, влияние которых на распределение напряжения концентраций исследовалось на плоских оптически чувствительных моделях. Чтобы результаты, полученные экспериментально на плоских моделях, можно было сравнить с теоретическими расчетами, полученными для осесимметричной задачи, в работе /3/ решена и плоская задача включения по теории упругости.

Экспериментальные исследования проводились на поляризационной установке ППУ-4. Размеры моделей были выбраны такими, чтобы трехкратная ширина включения поместилась в рабочее поле полярископа. В соответствии с этим ширина включения была выбрана $2R = 30$ мм /рис.1/. Включения изготовлялись с различными отношениями $h/2R$. Высота моделей равнялась 95 мм, ширина 140 мм и толщина 10 мм. В некоторых моделях боковая поверхность включения имела треугольную форму, чтобы исследовать влияние изменения боковой поверхности измерительной плиты на распределение напряжений.

Для отливания моделей использовался материал следующего состава:

эпоксидная смола ЭД6	- 100 г
отвердитель - малеиновый ангидрид	- 37,6 г
пластификатор - диоктилфталат	- 15 г
ускоритель - отвердения триэтаноламин	- 0,2 г

При полимеризации смеси:

эпоксидная смола ЭД6	- 100 г
малеиновый ангидрид	- 37,6 г
измельченный кварцевый песок	- 200 г

получен материал, из которого вырезаны включения, которые поместили перед отливкой моделей в форму.

Форма для отливания моделей представляла собой две металлические плиты толщиной в 1 см. Внутренние поверхности формы были отшлифованы и хромированы, чтобы получить хорошее качество поверхностей моделей. Перед употреблением внутренние поверхности формы были покрыты 1%-ным раствором кремнеорганического каучука в толуоле.

После полимеризации из отлитой плиты вырезались модели на фрезерном станке. Вырезанные модели после отжига освободились от начальных напряжений, но не от напряжений вокруг включения, обусловленных усадкой материала во время полимеризации моделей /см.рис.2/.

Свойства материала моделей:

- модуль упругости $E_1 = 25000 \text{ кг/см}^2$,
- оптическая постоянная $\tilde{\sigma}_0 = 12 \frac{\text{кг}}{\text{см} \cdot \text{полос}}$.

Модуль упругости материала включения $E_2 = 100000 \text{ кг/см}^2$, т.е. отношение модулей упругости в моделях 4.

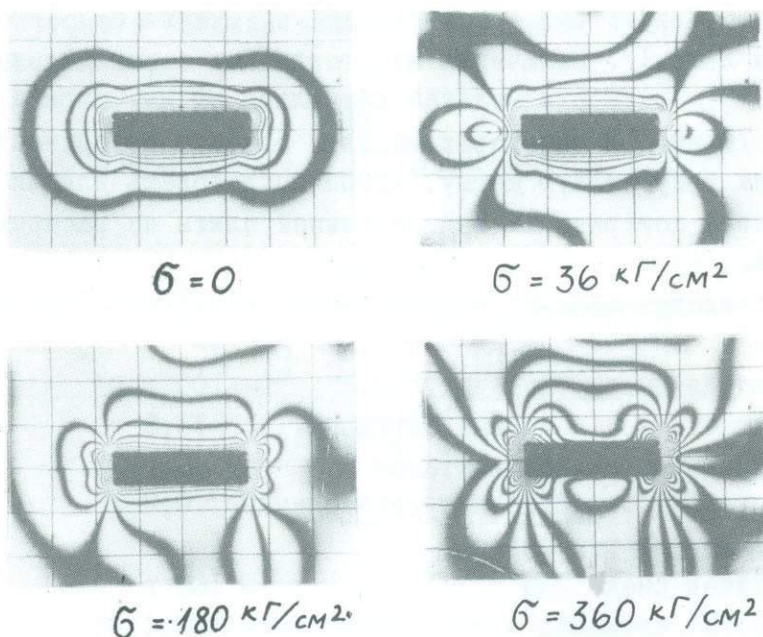


Рис.2. Картины изохром в модели $\frac{h}{2R} = \frac{1}{5}$

Предел пропорциональности материала модели равен приблизительно $\sigma_{\text{пл}} = 500 \text{ кг/см}^2$.

Модели нагружали на прессе УМ-5 силами 0,5 Т; 2,5 Т и 5,0 Т соответствующими основным напряжениям в моделях $\sigma = 36 \text{ кг/см}^2$, 180 кг/см^2 и 360 кг/см^2 - ниже предела пропорциональности.

На рис.2 приведены фотографии изохром в модели с отношением $\frac{h}{2R} = \frac{1}{5}$ при отсутствии и при трех ступенях нагрузки.

Картины изохром и изоклин были сфотографированы фотоаппаратом "Зенит-3М" с длиннофокусным объективом "Юпитер-9".

При помощи диапроектора были вычерчены увеличенные в 10 раз сводные картины изохром и изоклин. В точках совмещенной с этой картиной сетки найдены при помощи интерполяции значения максимальных касательных напряжений и угол наклона главных напряжений. Методом разности касательных напряжений вычислены эпюры напряжения σ_y в модели при каждой ступени нагрузки.

Для получения напряжения только от внешней нагрузки от полученных величин σ_y вычистаны соответствующие компоненты начального напряжения, найденные из начальной картины изохром и изоклин.

На рис.3 приведены кривые распределения величины $\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$ на контактной поверхности включения с материалом модели при напряжении $\sigma = 180 \text{ кг/см}^2$ и $\sigma = 360 \text{ кг/см}^2$ в модели с отношением $\frac{h}{2R} = \frac{1}{5}$. Для сравнения приведена теоретическая кривая, найденная в работе [3].

При основном напряжении $\sigma = 180 \text{ кг/см}^2$ получено довольно хорошее совпадение величины $\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$ теоретической кривой.

При напряжении $\sigma = 360 \text{ кг/см}^2$ величины $\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$ намного меньше теоретических - здесь результаты искажены ползучестью материала модели.

Ниже приведены результаты исследования напряжений в моделях при основном напряжении $\sigma = 180 \text{ кг/см}^2$, так как они существенно не искажены ползучестью материала.

На рис.4 приведены кривые распределения $\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$ на контактной поверхности включения в моделях с различными отношениями высоты включения к его ширине. Результаты сравниваются с теоретическими кривыми.

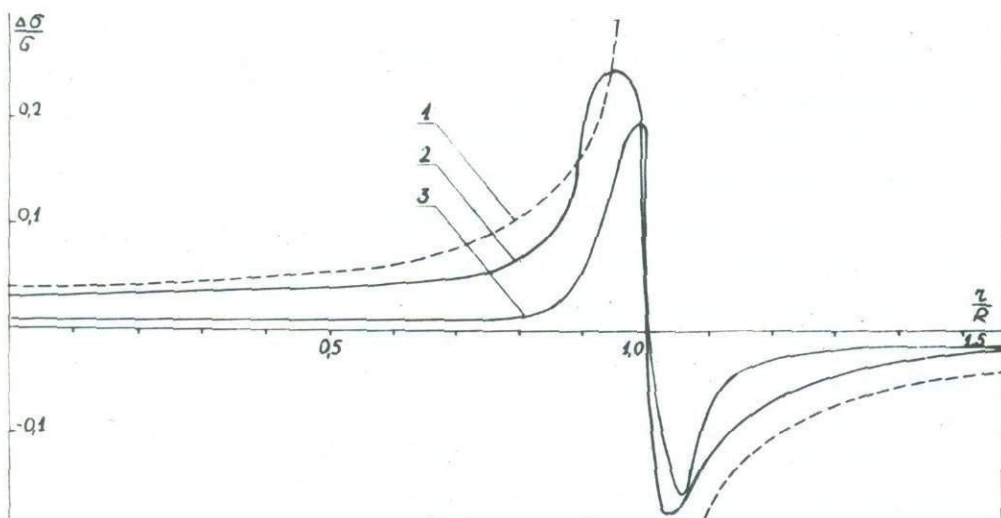


Рис.3. Распределение $\frac{\Delta\sigma}{\bar{\sigma}}$ на контактной поверхности включения при различных нагрузках;

1. Теоретическая кривая

2. $\bar{\sigma} = 180 \text{ кг/см}^2$

3. $\bar{\sigma} = 360 \text{ кг/см}^2$

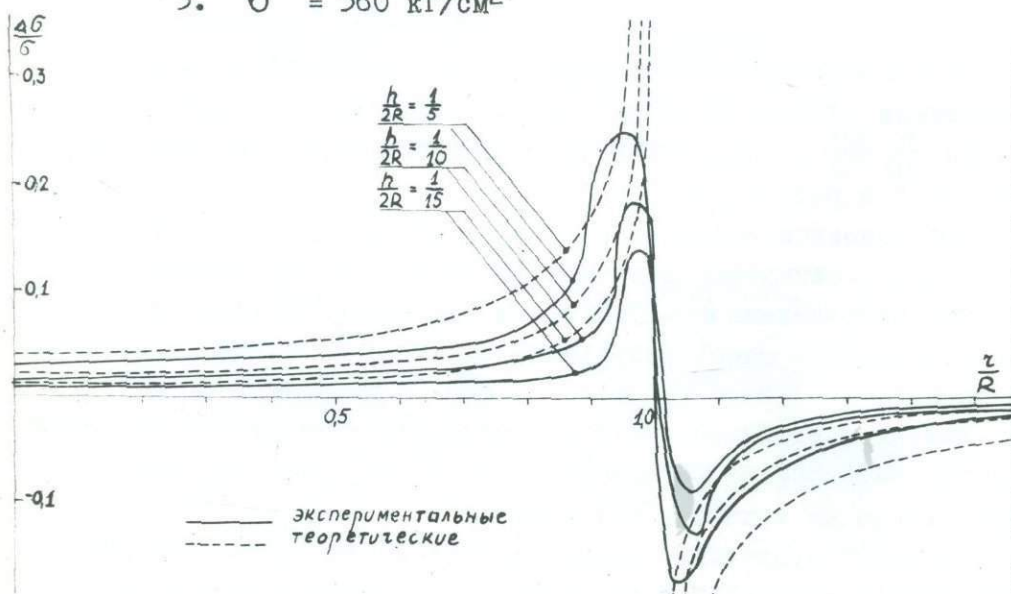


Рис.4. Влияние отношения $\frac{h}{2R}$ на распределение $\frac{\Delta\sigma}{\bar{\sigma}}$ на поверхности включения; $\bar{\sigma} = 180 \text{ кг/см}^2$

На рис.5 приведены кривые распределения $\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$ в модели $\frac{h}{2R} = \frac{1}{10}$ при удалении от включения. Кривые сравниваются с теоретическими.

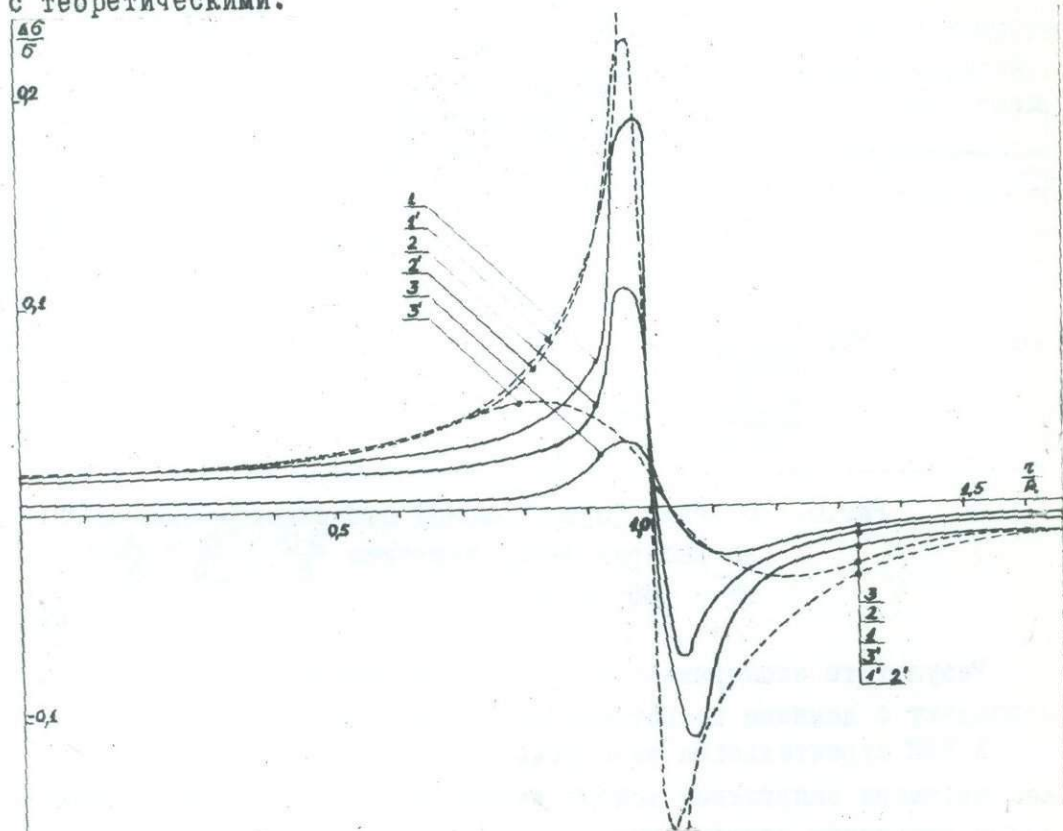


Рис.5. Затухание концентрации напряжения в материале модели; $\frac{h}{2R} = \frac{1}{10}$; $\sigma = 180 \text{ кг/см}^2$

1 и 1'	-	$y = 0$
2 и 2'	-	$y = 0,03 R$
3 и 3'	-	$y = 0,17 R$

Видно, что концентрация напряжений в модели затухает быстрее, чем по теоретическим расчетам.

На рис.6 приведены кривые распределения $\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$ при треугольной форме боковой поверхности включения.

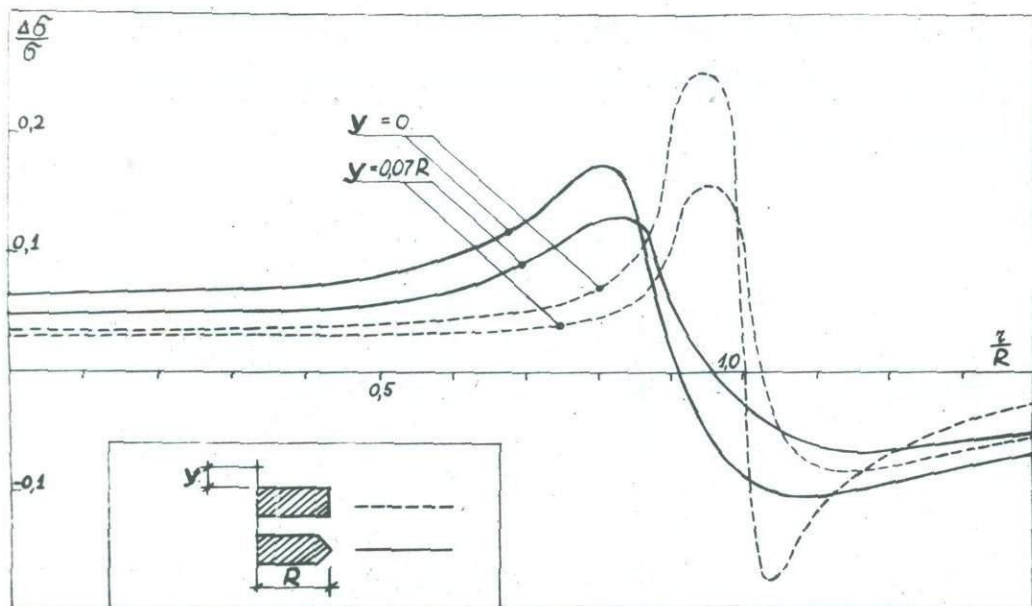


Рис.6. Влияние формы боковой поверхности включения на распределение величины $\frac{\Delta\sigma}{\bar{\sigma}}$; $\frac{h}{2R} = \frac{1}{5}$
 $\bar{\sigma} = 180 \text{ кг/см}^2$

Результаты экспериментального исследования в основном совпадают с данными теоретических исследований.

В НИИ строительства экспериментальные исследования по концентрации напряжений вокруг включения продолжают в направлении уточнения влияния текучести и пластичности материала на распределение и концентрацию напряжений.

Л и т е р а т у р а

- I. Саммал О.Ю., Вилландберг М.Р. Трехслойная измерительная плита для непосредственного определения напряжений внутри бетона. Сб. "Исследования по строительству", Таллин, НИИ строительства Госстроя ЭССР, 1967, №8, 121-128.

2. Ээсорг Х.Х., Сарв П.Х. Напряжения вблизи цилиндрического инородного тела, находящегося в однородной упругой среде. Сб. "Исследования по строительству", Таллин, НИИ строительства Госстроя ЭССР, 1969, №9, 88-93.
3. Ээсорг Х.Х., Промет П.Х., Виркус Х.М., Кульмет Р.Ю. О концентрации напряжений вокруг прямоугольного включения в упругой, однородной среде при плоском напряженном состоянии. Сб. "Исследования по строительству", Таллин, НИИ строительства Госстроя ЭССР, 1970, №11, 142-151.

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ФОТОУПРУГОСТИ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ИНДИВИДУАЛЬ-
НЫХ ДИСЛОКАЦИЙ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙ-
СТВА КРИСТАЛЛОВ

В.И.Никитенко, Л.М.Дедух (Москва)

К настоящему времени стало совершенно очевидно, что для создания теорий, описывающих влияние дислокаций на физические свойства кристаллов, необходимо иметь данные непосредственного экспериментального исследования изменений соответствующих свойств в сложном поле внутренних напряжений от единичных дислокаций. По сути единственным методом, допускающим прямое изучение упругих полей, порождаемых отдельными дислокациями, является метод фотоупругости. Однако применительно лишь к немногим кристаллам, прозрачным для видимого и инфракрасного излучения, удалось довести этот метод до разрешения индивидуальных дислокаций /1-5/.

В настоящей работе оценивается возможность применения метода фотоупругости для изучения поля напряжений вокруг краевых дислокаций в монокристаллах тридцати веществ с известными оптическими параметрами, а также обсуждаются возможности его использования для прямого экспериментального исследования влияния дислокаций на магнитные, электрические и оптические свойства.

В работах /6-8/ показано, что интенсивность двупреломления вокруг краевой дислокации, параллельной направлению наблюдения, при использовании линейнополяризованного света с длиной волны λ в изотропном приближении определяется выражением:

$$I = I_0 \cos^2 2(\theta - \alpha) \cos^2 \theta [dq \tau_0 / \lambda n]^2, \quad (I)$$

где: r и θ - полярные координаты точки в плоскости, перпендикулярной дислокационной линии (θ отсчитывается от вектора Бюргерса \vec{b}); α - угол между направлением колебаний в одном из скрещенных николей и плоскостью скольжения; $\tau_0 = G/(1-\nu)$, G - модуль сдвига, ν - коэффициент Пуассона, q - фотоупругая постоянная, d - толщина пластинки.

Минимальное значение γ/γ_0 , которое может быть еще обнаружено в эксперименте, определяется поляризующей способностью николей $\rho \approx \gamma_x/\gamma_0$, где γ_x - интенсивность света, проходящего через скрещенные николи в отсутствие между ними двупреломляющего объекта. Отсюда, используя (I), можно оценить максимальное расстояние r_m , на котором может быть еще обнаружено двупреломление, связанное с напряжениями от единичной краевой дислокации: $r_m = d\varrho \epsilon \tau_0 / \lambda \sqrt{\rho}$. Для обнаружения такой дислокации необходимо, чтобы величина r_m превосходила разрешающую способность микроскопа, в предельном случае - длину волны используемого света.

В таблице представлены результаты расчетов r_m для параллельной направлению светового пучка краевой дислокации, расположенной в различных монокристаллах перпендикулярно поверхности пластинки толщины $d = 0,1$ см. При выборе направлений дислокации и вектора Бюргерса принимались во внимание элементы скольжения, характерные для данного кристалла. τ_0 и ϱ вычислялись с учетом упругой /9/ и фотоупругой /10/ анизотропии. Для всех кубических кристаллов $\tau_0 = \{S'_{11} [(2S'_{12} + S'_{66}) + 2(S'_{11} S'_{22})^{\frac{1}{2}}]\}^{-\frac{1}{2}}$.

S'_{ij} выражаются через константы упругой податливости S_{11}, S_{12} и S_{44} . Для кристаллов первой группы (направление дислокации $[110]$, вектора Бюргерса - $[1\bar{1}0]$)

$$S'_{11} = \frac{2(S_{11} + S_{12})S_{44}}{2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}};$$

$$S'_{12} = \frac{2S_{12}S_{44}}{2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}};$$

$$S'_{22} = S_{11} - \frac{4S_{12}^2}{2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}};$$

$$S'_{66} = S_{44}; \quad \varrho = n_0^3 \pi_{44} / 2.$$

n_0 - показатель преломления ненапряженного материала.

Формулы преобразования S'_{12} , S'_{66} и ϱ для кристаллов третьей группы (направление дислокации - $[110]$, вектора Бюргерса $[001]$) совпадают с выписанными для первой, а

$$S'_{11} = S_{11} - \frac{4S_{12}^2}{2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}};$$

$$S'_{22} = \frac{2(S_{11} + S_{12})S_{44}}{2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}}.$$

Для кристаллов второй группы (направление дислокации - $[001]$ вектора Бюргерса - $[110]$) $\varrho = n_0^3 (\pi_{11} - \pi_{12}) / 2$; $S'_{66} = 2(S_{11} - S_{12})$;

$$S'_{11} = S'_{22} = 0,25(2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}) - S_{12}^2 / S_{11}; \quad S'_{12} = 0,25(2S_{11} + 2S_{12} - S_{44}) - S_{12}^2 / S_{11}.$$

Кристалл	τ_0 $10^{11} \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$	β $10^{-8} (\text{см})$	η $10^{-12} \frac{\text{см}^2}{\text{дин}}$	λ $10^{-4} (\text{см})$	ρ_m (МК)
----------	--	----------------------------------	---	------------------------------------	------------------

Дислокация вдоль $\langle 110 \rangle$, вектор Бюргерса вдоль $\langle \bar{1}10 \rangle$

C	59,2	2,53	0,15	0,6	37
Si	9,1	3,84	1,43	1,0	50
Ge	7,3	4,00	3,33	2,0	49
AlSb	4,8	4,33	2,59	0,9	60
GaAs	6,6	4,00	2,10	1,0	55
CaF ₂	5,7	3,86	0,10	0,6	4

Дислокация вдоль $\langle 100 \rangle$, вектор Бюргерса вдоль $\langle 011 \rangle$

LiF	5,7	2,85	0,22	0,6	6
NaF	4,2	3,27	0,06	0,6	1
NaCl	2,0	4,00	0,21	0,6	3
NaJ	1,2	4,54	0,36	0,6	3
KCl	1,4	4,45	0,28	0,6	3
KBr	1,2	4,66	0,32	0,6	3
KJ	0,9	5,00	0,49	0,6	4
RbBr	1,0	4,87	0,76	0,6	6
RbJ	0,8	5,19	0,84	0,6	6
MgO	14,0	2,98	0,32	0,6	22
AgCl	1,5	3,49	4,12	0,6	36
AgBr	1,5	4,08	4,84	0,6	49

Дислокация вдоль $\langle 110 \rangle$, вектор Бюргерса вдоль $\langle 001 \rangle$

J ₃ Al ₅ O ₁₂	15,0	12,00	0,16	0,6	49
J ₃ Ga ₅ O ₁₂	12,6	12,27	0,33	0,6	86
J ₃ Fe ₅ O ₁₂	11,0	12,38	0,29	1,1	36
CsBr	1,5	4,30	1,46	0,6	16
CsJ	1,0	4,57	1,08	0,6	8
TlCl	1,4	3,84	0,45	0,6	4
TlBr	1,4	3,98	17,40	0,6	161
SrTiO	14,8	3,95	0,41	0,6	40
KRS-5	1,1	~ 4,12	21,80	0,6	165
KRS-6	1,3	~ 3,90	7,17	0,6	61
NH ₄ Cl	1,4	5,26	0,82	0,6	10

Дислокация вдоль $\langle 0001 \rangle$, вектор Бюргерса вдоль $\langle 1100 \rangle$

Al ₂ O ₃	18,5	8,30	0,21	0,6	54
--------------------------------	------	------	------	-----	----

Оценка r_m для Al_2O_3 проводилась в изотропном приближении.

Сопоставление вычисленных величин r_m с R свидетельствует о том, что применение метода фотоупругости для обнаружения единичных дислокаций может оказаться перспективным для широкого класса прозрачных кристаллов. Применительно к кристаллам, характеризующимся большим значением r_m — Si , Al_2SiO_5 , $GaAs$, $\gamma_3 Ga_5 O_{12}$, $\gamma_3 Al_5 O_{12}$, $\gamma_3 Fe_5 O_{12}$ — эти возможности уже были реализованы [1-5], причем экспериментально наблюдаемые для них значения r_m хорошо согласуются с расчетными. Величины r_m , приведенные в таблице, получены для $P=10^{-4}$ и $d=0,1$ см. Расстояние, на котором возможно будет обнаружение напряжений от единичных дислокаций, еще более увеличится, если использовать более совершенные николи (с $P < 10^{-4}$) и кристаллы с дислокациями, прямолинейными на длинах, превосходящих $0,1$ см.

Метод фотоупругости позволяет довольно просто определять направление дислокационной линии (совпадает с оптической осью микроскопа при четко полученной розетке двупреломления), положение плоскости скольжения и знак вектора Бюргера. В случае четырехлепестковой розетки (при $\alpha = 45^\circ$) плоскость скольжения является плоскостью антисимметрии поля двупреломления, разделяющей лепестки с противоположным знаком (рис. 1а). В случае симметричной шестилепестковой розетки (рис. 1б) плоскость скольжения вытянута вдоль больших лепестков. Знак двудучепреломления легко определяется с помощью компенсатора Берка.

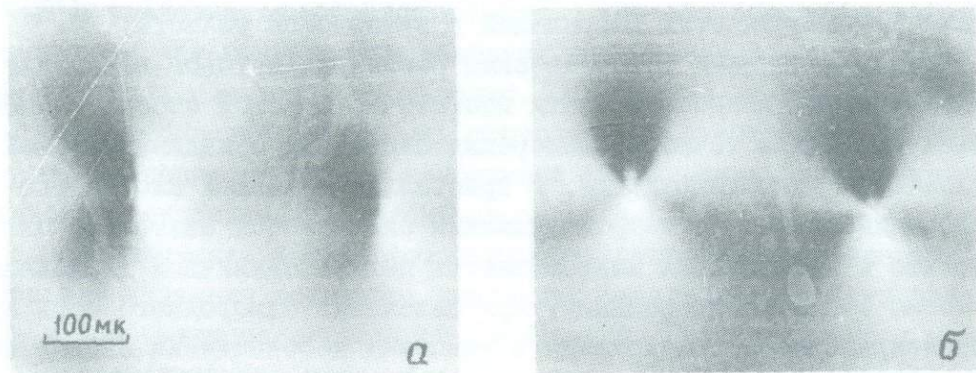


Рис. 1. ($\gamma_3 Al_5 O_{12}$)

Однако экспериментальное определение в микрообластях (вблизи дислокации) величины двупреломления, по которой можно рассчитать связанные с дислокацией напряжения, представляет сложную задачу из-за ряда особенностей, которые еще не обсуждались в литературе.

Во-первых, распределение напряжений вокруг дислокации, а значит и вызываемое ими поле двупреломления имеет сложный характер. На далеких расстояниях $r \gg \lambda$ от ядра дислокации интенсивность двупреломления убывает как $1/r^2$ и зависит от полярного угла θ точки ($\mathcal{J} \sim \cos^2 2\theta \cos^2 \theta$ при $\alpha = 0$). Если учесть, что разрешающая способность метода ограничена длиной волны λ используемого света, то становится очевидным, что измерение напряжений с точностью, превышающей хотя бы 10% \mathcal{J} , оказывается возможным лишь на расстояниях, превосходящих $\sim 10\lambda$. Кроме того, необходима высокая точность ($\sim \lambda$) фиксирования области, в которой измеряется двупреломление. Применение в обычном варианте компенсационных методов для измерения с приемлемой точностью величины двупреломления в столь малых областях оказывается невозможным из-за размытости компенсационной полосы.

Во-вторых, практически всегда дислокация находится в поле макронапряжений, от всех имеющихся в кристалле дислокаций и других источников внутренних напряжений. Эти макронапряжения дадут свой вклад в величину двупреломления в измеряемой микрообласти. Очень часто их величины на расстояниях $> 10\lambda$ превышает уровень микронапряжений, вызываемых одной дислокацией. Поэтому возникает задача разделения этих напряжений в измеряемой области.

Проведенные нами сопоставления различных методов измерения двупреломления позволили найти достаточно простой способ, позволяющий увеличить точность измерения связанных с индивидуальной дислокацией микронапряжений. В кристаллах с низкой плотностью дислокаций изменение макронапряжений оказывается настолько плавным, что в исследуемых микрообластях вблизи единичной дислокации их можно считать однородными. При наложении однородного поля на микронапряжения от дислокации в участках несовпадения знаков интенсивность результирующего двупреломления уменьшается (черные лепестки розетки, рис. I), а в участках совпадения знаков - увеличивается (светлые лепестки).

Если уровень макронапряжений невелик, то в области черных лепестков розетки имеется точка (в общем случае - линия) наибольшего почернения, где достигается компенсация микро- и макронапряжений. Максимально возможная точность определения расстояния этой точки от ядра дислокации достигается с помощью микрофотометрирования сфотографированного на пленку изображения поля дупреломления вблизи дислокации (вдоль плоскости скольжения при $\alpha = 0$). Уровень микронапряжений, действующих в этой точке, равен величине макронапряжений, которые измеряются с помощью компенсатора Беренка. При этом положение компенсации однородного макроскопического дупреломления с высокой точностью фиксируется по исчезновению черно-белой окраски розетки при введении дополнительной разности хода.

Если уровень остаточных макронапряжений настолько велик, что точка компенсации находится на неразрешаемом при фотометрировании расстоянии от дислокации, или слишком мал, то его можно регулировать внешними, однородными напряжениями, сжимая кристаллическую пластинку в определенном направлении.

В случае, когда макроскопическое дупреломление отвечает разности фаз $\pi/2$, точка компенсации смещается к ядру дислокации на расстояния, не разрешаемые в микроскопе. В этой области квадратичной синусоиды (I) с достаточной степенью точности можно считать интенсивность дупреломления пропорциональной касательным напряжениям (при $\alpha = 0$), и поэтому характер убывания напряжений по мере удаления от ядра дислокации с хорошим приближением аппроксимируется закономерностью убывания почернения фотопластинки в точках вдоль плоскости скольжения. Отклонения от гиперболического закона убывания может быть относительно чувствительным индикатором изменения характера напряжений вблизи ядра дислокации, вызванного осаждением на дислокации примеси.

Использование метода фотоупругости открывает широкие перспективы для изучения локальных изменений физических свойств кристаллов в поле микронапряжений от дислокаций. Применительно к монокристаллам иттриево-железистого граната уже удалось развить $1/3$ поляризационно-оптический метод для исследования влияния дислокаций на процессы намагничивания ферромагнетиков. При этом ока-

залось возможным изучать магнитоупругое взаимодействие напряжений от дислокации как с доменными границами, так и с намагниченностью в доменах. На рис.2 показан ряд краевых дислокаций в $\gamma_3 Fe_5 O_{12}$, остановивший продвижение 71° -доменных границ при намагничивании кристалла. На рис.3 показано, что при разбиении кристалла на домены в процессе уменьшения намагничивающего образец поля вблизи дислокации возникают домены, отличные от доменов в остальной части образца, причем конфигурация доменов, возникших

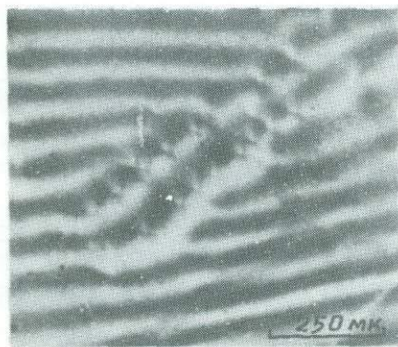


Рис.2



Рис.3.

на дислокации, определяется структурой поля напряжений вокруг нее.

Случай влияния "макродислокаций" на процессы поляризации сегнетоэлектрика описан в работе /6/. Можно надеяться, что расширение класса веществ, допускающих применение метода фотоупругости для наблюдения поля напряжений единичных дислокаций, позволит довести эти исследования до вклада элементарных источников дальнедействующих внутренних напряжений.

Из других приложений поляризационно-оптического метода для изучения характеристик индивидуальных дислокаций и их влияния на физические свойства кристаллов, представленных в таблице, целесообразно отметить следующие. Сочетание микроскопа со спектрометром для изучения спектра поглощения или люминесценции в микрообластях может позволить получать данные о влиянии поля напряжений от индивидуальных дислокаций на состояние как собственных

электронов кристаллической решетки, так и примесных атомов (или других локальных центров). Обнаружение единичных дислокаций по методу фотоупругости в пластичных прозрачных кристаллах позволит перевести исследование динамики дислокаций /II/ на уровень экспериментирования с отдельными дислокациями.

Л и т е р а т у р а

- I. Инденбом В.Л., Никитенко В.И., Милевский Л.С. ДАН СССР, I4I, 1360 (1961); ФТТ, 4231 (1962).
2. Никитенко В.И., Дедух Л.М., Вертопрахов В.Н., Зиновьева В.П. ФТТ, 9, 1824 (1968).
3. Никитенко В.И., Дедух Л.М., Генделев С.Ш., Щербак Н.Г. ЖЭТФ, Письма в редакцию, 8, 470 (1968).
4. Багдасаров Х.С., Дедух Л.М., Жижейко И.А., Кеворков А.М., Никитенко В.И. Кристаллография, I5, 334 (1970).
5. M.J.Prescott and J.Basterfield. J.Mater.Sci.2, 583 (1967)
6. Инденбом В.Л., Чернышева М.А., ДАН СССР, III, 596 (1956).
7. Инденбом В.Л., Томилевский Г.Е. ДАН СССР, II5, 723 (1957). I23, 673 (1958); Кристаллография, 2, 190 (1957).
8. R. Bullough. Phys. Rev. II0, 620 (1958)
9. J.D. Eshelby. Phil. Mag. 40, 903 (1949)
10. Най Дж. Физические свойства кристаллов, М.ИЛ.1960.
- II. Клявин О.В., Степанов А.В., Котоусова И.С. ФТТ, 9, 1631, 2190, 2486 (1967)

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ФОТОУПРУГОСТИ К ИССЛЕДОВАНИЮ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В КРИСТАЛЛАХ

И.И.Бугаков, И.И.Грач, Н.С.Конакова
(Ленинград)

До настоящего времени предлагалась методика определения напряжений методом фотоупругости лишь для определенным образом ориентированных пластинок некоторых кубических кристаллов. Краткий обзор полученных результатов приведен в [1]. Оказывается, что можно получить результаты, носящие общий характер, если не стремиться привести оптические уравнения к форме, аналогичной закону Вертгейма.

Рассмотрим вырезанную из любого упругого прозрачного кристалла пластину постоянной толщины t . Пластина может быть произвольно ориентирована относительно кристаллофизических осей. Расположим оси x_1, x_2 декартовой системы координат произвольно в срединной плоскости пластинки, а ось x_3 — перпендикулярно к ней. Уравнение пьезооптического эффекта в осях x_1, x_2, x_3 в случае плоского напряженного состояния запишем в виде:

$$\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^0 = \pi'_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2) \quad (I)$$

Здесь ε_{ij} и ε_{ij}^0 — компоненты относительной диэлектрической проницаемости соответственно в деформированном и недеформированном состояниях, π'_{ijkl} — пьезооптические коэффициенты, σ_{ij} — компоненты напряжения.

Заметим, что для кубических кристаллов ε_{ij}^0 — шаровой тензор; в более широком смысле ε_{ij}^0 — тензор, характеризующий вообще суммарное начальное двойное лучепреломление, вызванное не только симметрией кристалла, но и причинами, связанными с технологией изготовления кристалла.

Вид матриц $\|\varepsilon_{ij}^0\|$, $\|\pi'_{ijkl}\|$ определяется принадлежностью данного кристалла к тому или иному кристаллографическому классу, а также ориентацией осей x_i ($i = 1, 2, 3$) по отношению

к кристаллофизическим осям \hat{x}_i ($i = 1, 2, 3$). Переход от одной системы координат к другой выполняется по формулам алгебры тензоров.

Согласно (I)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} - (\varepsilon_{11}^{\circ} - \varepsilon_{22}^{\circ}) &= A'_1 \sigma_{11} + A'_2 \sigma_{22} + A'_3 \sigma_{12}, \\ 2\varepsilon_{12} - 2\varepsilon_{12}^{\circ} &= A'_4 \sigma_{11} + A'_5 \sigma_{22} + A'_6 \sigma_{12}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} A'_1 &= \pi'_{1111} - \pi'_{2211}; & A'_2 &= \pi'_{1122} - \pi'_{2222}; & A'_3 &= 2(\pi'_{1112} - \pi'_{2212}); \\ A'_4 &= 2\pi'_{1211}; & A'_5 &= 2\pi'_{1222}; & A'_6 &= 4\pi'_{1212}. \end{aligned}$$

Квазиглавные значения ε_1 , ε_2 и ε_1° , ε_2° тензоров ε_{ij} и ε_{ij}° в плоскости $x_1 x_2$ связаны с компонентами этих тензоров следующими известными формулами:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\theta, & \varepsilon_{11}^{\circ} - \varepsilon_{22}^{\circ} &= (\varepsilon_1^{\circ} - \varepsilon_2^{\circ}) \cos 2\theta_0, \\ 2\varepsilon_{12} &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\theta, & 2\varepsilon_{12}^{\circ} &= (\varepsilon_1^{\circ} - \varepsilon_2^{\circ}) \sin 2\theta_0. \end{aligned} \quad (3)$$

где: θ и θ_0 - углы между направлениями квазиглавных значений соответственно ε_1 и ε_1° и осью x_1 . Отметим, что в общем случае направления ε_1 , ε_1° , а также квазиглавные направления тензора напряжения, конечно, не одинаковы.

Пусть пластинка просвечивается плоско поляризованными монохроматическими волнами в направлении x_3 . Тогда отнесенные к единице толщины пластинки оптические разности хода Δ и Δ_0 в деформированном и недеформированном кристалле определяются соотношениями /2/:

$$\Delta = \sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}; \quad \Delta_0 = \sqrt{\varepsilon_1^{\circ}} - \sqrt{\varepsilon_2^{\circ}}. \quad (4)$$

Рассмотрим тождества:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 - \varepsilon_2 &= \Delta \cdot 2n, & \varepsilon_1^{\circ} - \varepsilon_2^{\circ} &= \Delta_0 \cdot 2n_0, \\ 2n &= \sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}, & 2n_0 &= \sqrt{\varepsilon_1^{\circ}} + \sqrt{\varepsilon_2^{\circ}}. \end{aligned} \quad (5)$$

где: n и n_0 - некоторые "средние" показатели преломления.

Тензор ε_{ij} весьма мало отличается от ε_{ij}° . Поэтому с весьма высокой степенью точности выполняется равенство $n \doteq n_0$.

Из (2) - (5) получаем основные оптические уравнения для пластинки;

$$\begin{aligned} \Delta \cos 2\theta - \Delta_0 \cos 2\theta_0 &= A_1 \sigma_{11} + A_2 \sigma_{22} + A_3 \sigma_{12}, \\ \Delta \sin 2\theta - \Delta_0 \sin 2\theta_0 &= A_4 \sigma_{11} + A_5 \sigma_{22} + A_6 \sigma_{12}. \end{aligned} \quad (6)$$

$$A_i = A'_i / 2n_0. \quad (i=1, 2, \dots, 6)$$

Эти формулы связывают измеряемые поляризационно-оптические величины Δ , Δ_0 , θ , θ_0 с компонентами напряжения в пластинке. Видно, что, если пластинка обладает начальным двулучепреломлением, то оно должно быть измерено перед нагружением и учтено согласно (6) при расшифровке интерференционной картины. Методика определения напряжений не отличается от предложенной в /3/. Для того чтобы можно было определить напряжения из (6), необходимо располагать шестью характеристиками пьезооптических свойств материала A_i .

Как уже упоминалось, их можно вычислить, если известна матрица пьезооптических коэффициентов $\|\hat{\pi}_{ijkl}\|$ в кристаллофизических осях. В частности для наиболее симметричных классов $3m$, 32 , $\bar{3}m$ тригональной сингонии (корунд, кальцит и др.) расчетные формулы в обычно применяемой матричной форме /2/ имеют вид:

$$\begin{aligned} A'_1 &= \pi_{11} (l_1^2 + l_2^2)^2 + (\pi_{13} + \pi_{31} + 2\pi_{44}) l_3^2 (l_1^2 + l_2^2) + (\pi_{14} + 2\pi_{41}) l_2 l_3 (3l_1^2 - l_2^2) \\ &+ \pi_{33} l_3^4 - (\pi_{11} - \pi_{13} - \pi_{31} + \pi_{33} - 2\pi_{44}) l_3^2 m_3^2 - \pi_{12} (l_2 m_1 - m_2 l_1)^2 - \\ &- \pi_{13} l_3^2 - \pi_{31} m_3^2 - 2\pi_{41} m_3 [m_2 (l_1^2 - l_2^2) + 2l_1 l_2 m_1] - \pi_{14} l_3 [l_2 (m_1^2 - \\ &- m_2^2) - 2l_1 m_1 m_2]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A'_2 &= (\pi_{11} + \pi_{33} - \pi_{13} - \pi_{31} - 2\pi_{44}) l_3^2 m_3^2 + \pi_{12} (l_1 m_2 - m_1 l_2)^2 + \pi_{13} m_3^2 + \\ &+ \pi_{31} l_3^2 + 2\pi_{41} l_3 [l_2 (m_1^2 - m_2^2) + 2l_1 m_1 m_2] + \pi_{14} m_3 [m_2 (l_1^2 - l_2^2) + \\ &+ 2l_1 l_2 m_1] - \pi_{11} (m_1^2 + m_2^2)^2 - (\pi_{13} + \pi_{31} + 2\pi_{44}) m_3^2 (m_1^2 + m_2^2) - \\ &- (\pi_{14} + 2\pi_{41}) m_2 m_3 (3m_1^2 - m_2^2) - \pi_{33} m_3^4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A'_3 &= 2(\pi_{13} - \pi_{11}) l_3 m_3 (1 - l_3^2) + 2\pi_{44} l_3 m_3 (1 - 2l_3^2) + \pi_{14} [(l_2 m_3 + \\ &+ m_2 l_3) (l_1^2 - l_2^2) + 2l_1 l_2 (l_3 m_1 + m_3 l_1)] + 2l_3^3 m_3 (\pi_{33} - \pi_{31}) + \end{aligned}$$

$$+ 4\pi_{41} l_3 [l_2 (l_1 m_1 - l_2 m_2) + l_1 (l_1 m_2 + m_1 l_2)] - 2(\pi_{11} - \pi_{13} - \pi_{31} + \pi_{33}) l_3 m_3^3 - 2(\pi_{13} - \pi_{11}) l_3 m_3 - \pi_{14} [(l_2 m_3 + m_2 l_3)(m_1^2 - m_2^2) - 2 m_1 m_2 (l_1 m_3 + m_1 l_3)] - 4\pi_{41} m_3 [m_1 (l_1 m_2 + m_1 l_2) - m_2 (l_1 m_1 - l_2 m_2)] - 2\pi_{44} l_3 m_3 (1 - 2l_3^2);$$

$$A'_4 = (\pi_{11} - \pi_{13} - \pi_{31} + \pi_{33}) l_3^3 m_3 + (\pi_{31} - \pi_{11}) l_3 m_3 + \pi_{14} [m_2 l_3 (l_1^2 - l_2^2) + 2 l_1 l_2 l_3 m_1] + \pi_{44} l_3 m_3 (1 - 2l_3^2) + \pi_{41} [2 l_1 l_2 (l_1 m_3 + m_1 l_3) + (l_1^2 - l_2^2) (l_2 m_3 + m_2 l_3)];$$

$$A'_5 = (\pi_{11} - \pi_{13} - \pi_{31} + \pi_{33}) l_3 m_3^3 + (\pi_{31} - \pi_{11}) l_3 m_3 + \pi_{14} [l_2 m_3 (m_1^2 - m_2^2) + 2 l_1 m_1 m_2 m_3] + \pi_{44} m_3 l_3 (1 - 2m_3^2) + \pi_{41} [2 m_1 m_2 (l_1 m_3 + m_1 l_3) + (m_1^2 - m_2^2) (l_2 m_3 + m_2 l_3)];$$

$$A'_6 = \pi_{11} [1 - (l_3 - m_3)^2] + \pi_{12} (l_1 m_2 - m_1 l_2)^2 - 2(\pi_{13} + \pi_{31} - \pi_{33}) l_3^2 m_3^2 + \pi_{14} [(l_1 m_1 - l_2 m_2)(l_2 m_3 + m_2 l_3) + (l_1 m_3 + m_1 l_3)(l_1 m_2 + m_1 l_2)] + 2\pi_{41} [(l_1 m_1 - l_2 m_2)(l_2 m_3 + m_2 l_3) + (l_1 m_2 + m_1 l_2)(l_1 m_3 + m_1 l_2)] + \pi_{44} [(l_2 m_3 + m_2 l_3)^2 + (l_1 m_3 + m_1 l_3)^2].$$

Здесь через l_i , m_i , n_i обозначены направляющие косинусы осей \hat{x}_i по отношению к x_i .

Полученные результаты полностью применимы и для текстур.

Л и т е р а т у р а

1. Афанасьев И.И., Грах И.И. О методе фотоупругости для кубических кристаллов. В настоящем сборнике.
2. Най Дж. Физические свойства кристаллов. Изд. ИЛ, М., 1960.
3. Бугаков И.И., Грах И.И. Исследование метода фотоупругости анизотропных тел. Вестн. Ленингр. ун-та, № 19, вып. 4, 1968.

ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО
ЧИСТОГО ИЗГИБА МОНО- И БИКРИСТАЛЛА ХЛОРИСТОГО СЕРЕБРА

М.П.Шаскольская, В.Ю.Марковский, С.С.Горбач (Москва)

В /1,2/ приведены данные по измерению напряжений в прозрачных пластически деформированных кристаллах хлористого серебра. Пьезооптическая постоянная A_{ij} $AgCl$ анизотропна, ее знак меняется скачком, когда угол между действующим напряжением и направлением кристалла $[100]$ достигает 26° . В /3/ описан метод одновременного измерения напряжений и деформаций на одном образце с использованием оптически чувствительных покрытий на кристаллах $AgCl$. В настоящем сообщении эти исследования продолжены, причем демонстрируется кинофильм, показывающий постепенное изменение действующих и остаточных напряжений в упруго и пластически изогнутых моно- и бикристаллах.

Бикристалльный образец состоит из двух плоских монокристаллов, ориентировки которых подобраны так, что пьезооптические постоянные обоих зерен по величине одинаковы, а по знаку противоположны. Поэтому при однородном изгибе всего образца деформации и напряжения в зернах одинаковы по величине, но знак разности хода различен, что наглядно видно по картинкам действующих и остаточных изохром. Проведено количественное измерение распределения напряжений в обоих зернах и по границе между зернами. Все наблюдаемые закономерности демонстрируются кинофильмом.

Л и т е р а т у р а

1. Шаскольская М.П., Кочнов В.Е. Труды конф. по поляризац.-опт. методу исслед. напряж. ЛГУ, 1960, 268.
2. Марковский В.Ю., Полухин П.И., Шаскольская М.П. Труды конф. по поляризац.-опт. методу исслед. напряж., ЛГУ, 1966, 152.
3. Марковский В.Ю., Полухин П.И., Шаскольская М.П. Труды конф. по поляризац.-опт. методу исслед. напряж., ЛГУ, 1966, 206.

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ НАПРЯЖЕНИЙ В КРУГЛОМ ДИСКЕ ИЗ ПРОЗРАЧНОГО АНИЗОТРОПНОГО СТЕКЛОПЛАСТИКА

И.И.Грач (Ленинград)

Экспериментальный метод решения плоских задач теории упругости анизотропного тела разрабатывался в /1-8/; при этом в /1-3, 5, 6/ методом сквозного просвечивания изучалось напряженное состояние в моделях из прозрачного анизотропного материала, а в /7, 8/ исследовались методом оптически чувствительных покрытий напряжения в моделях из дерева и непрозрачного стеклопластика. Технологии изготовления механически анизотропного фотоупругого материала на основе полиэфирной и эпоксидной смол и стекловолокна описаны соответственно в /1-3/ и /5, 6/. Там же приведены упругие и фотоупругие характеристики ортотропных материалов. В /3, 5, 7/ исследовались напряжения только на свободных контурах. В /8/ изучалось распределение напряжений внутри области вдоль главного направления упругой симметрии; расшифровка интерференционной картины выполнялась на основе теории, предложенной в /4/.

В настоящей работе эта теория применяется для исследования напряжений в круглом диске диаметром 50 мм и толщиной 3 мм из прозрачного однонаправленного стеклопластика. Способ формования и свойства материала описаны в /6/. Диск сжимался сосредоточенными силами $P = 100$ кг вдоль диаметра под тремя различными углами $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ к направлению армирования.

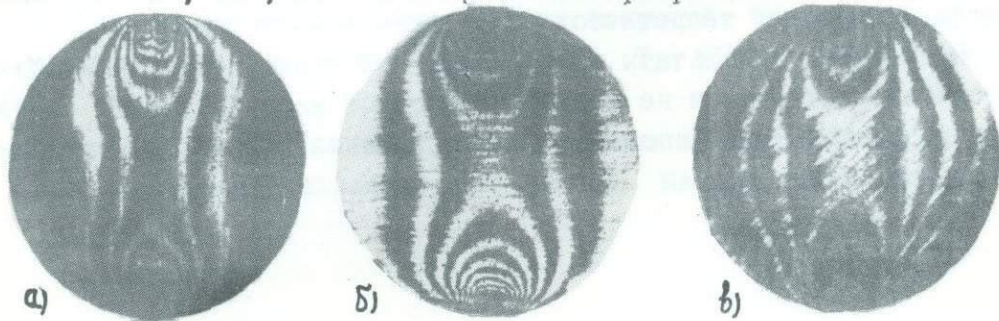


Рис. I.

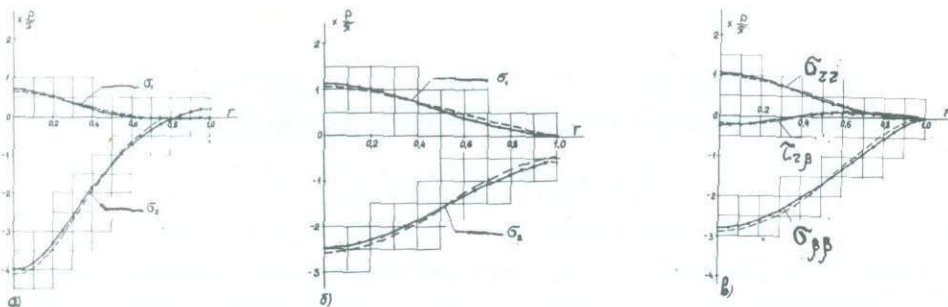


Рис.2.

На рис.1. показаны интерференционные полосы при круговой поляризации монохроматического света ($\lambda = 546,1$ нм.): а) $\theta = 0^\circ$, б) $\theta = 90^\circ$, в) $\theta = 45^\circ$. В случаях а) и б) интерференционная картина естественно является симметричной; по сравнению с изотропным диском замкнутые полосы оказываются вытянутыми в направлении армирования. В случае же в) интерференционная картина несимметрична. Все это объясняется анизотропией механических свойств материала.

На рис.2 приведены для указанных выше значений θ экспериментальные (штриховые линии) и теоретические (сплошные линии) эпюры напряжений по диаметру, перпендикулярному к направлению сжатия. Теоретическое решение задачи было получено, исходя из приведенного в /9/. Программа была составлена на языке АЛГОЛ-60; вычисления выполнялись на БЭСМ-ЗМ. Из рис.2 видно, что экспериментальное решение в общем хорошо согласуется с теоретическим. Некоторое расхождение теоретических и экспериментальных результатов у контура диска (см.рис.2) связано, по-видимому, с ухудшением сходимости теоретического решения в этой области.

Полученные результаты показывают, что применяемые прозрачные материалы, хотя они и не являются в полной мере оптически однородными, могут быть использованы для решения плоских анизотропных задач.

Л и т е р а т у р а

1. Horridge G.A. A polarized light study of glass fibre laminates, *British Journ. Appl. Phys.*, 1955, 6, 314-319.
2. Hayashi T. Photoelastische Untersuchungen der Spannungsverteilung in der durch Fasern verstärkten Platte. "Non-Homogeneity in Elasticity and Plasticity". London-New York. Pergamon Press, 1959.
3. Hayashi T. Photoelastic method of experimentation for stress analysis in orthotropic structures. "4th Internat. Sympos. Space Technol. and Sci. Tokyo 1962, Proc.", Tokyo, 1963.
4. Бугаков И.И., Грах И.И. Исследование метода фотоупругости анизотропных тел. *Вестн. ЛГУ. Сер. матем., механ., астрон.*, 1968, № 19.
5. Нетребко В.П. Поляризационно-оптический метод исследования напряженного состояния анизотропных тел. *Изв. АН СССР. МТТ*, 1971, № 1.
6. Грах И.И., Можанская А.Ф. Об одном типе механически анизотропного оптически чувствительного материала. *Механика полимеров*, 1971, (в печати).
7. Alfirević I. Photoelastic determination of the stress concentration factors in anisotropic materials. *Acta techn. (CSAV)*, 1969, 14, N 2.
8. Ахметзянов М.Х., Жилкин В.А. Особенности исследования анизотропных задач методом фотоупругих покрытий. "Механика деформируемого тела и расчет сооружений". *Тр. НИИЖТа*, 1970, вып.96.
9. Okubo H. The stress distribution in an aeolotropic circular disk compressed diametrically. *Journ. Mathem. Phys.*, 1952, 31, N 1.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СВЯЗУЮЩЕМ СТЕКЛОПЛАСТИКЕ

А.И.Попов, А.А.Наумов, М.Н.Паша (Москва)

В работах / 1,2/ показана возможность применения метода фотоупругости для исследования стеклопластиковых изделий. В продолжение модельных исследований / 3,4 / в настоящей работе метод фотоупругости использован для определения начальных напряжений в связующем натурной стеклоленты.

Напряжения определялись по начальному эффекту двулучепреломления, возникающему в ленте после отверждения связующего. Оптическая разность хода лучей измерялась на поляризационном микроскопе МИН-8. На рис.1 показано изменение оптического эффекта в ленте при

растяжении в направлении армирования ($\beta = 0^\circ$). Линия 1 получена до отверждения связующего и показывает зависимость от нагрузки оптического эффекта стекловолокон m_c . Линия 2, полученная после термообработки ленты, характеризует зависимость от нагрузки оптического эффекта ленты m_l . Оптический эффект ленты при равных нагрузках имеет большие значения, чем эффект стекловолокон. Следовательно, $m_l = m_c + m_m$. Линия 3 характеризует изменение оптического эффекта связующего (матрицы) m_m . Она получена вычитанием ординат графиков 1 и 2. По результатам тарировки стеклоленты

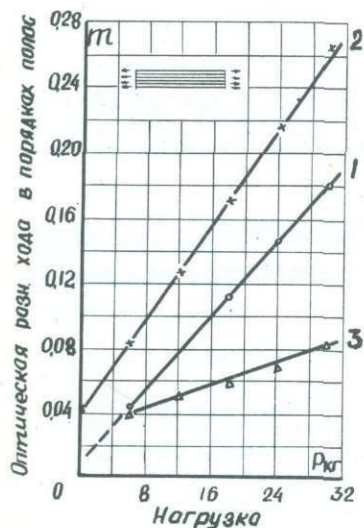


Рис. 1

определены оптические постоянные стекловолокон Т-273, $(\sigma_{0'}^{\beta=0})_c = 180,2$ кг/см пол. и стеклоленты на основе связующего ЭЦТ $(\sigma_{0'}^{\beta=0})_l = 121,5$ кг/см пол., $(\sigma_{0'}^{\beta=90})_l = 70,3$ кг/см пол. и $(\epsilon_{0'}^{\beta=0})_l = 29,2 \cdot 10^{-5}$ см пол. Значение $(\sigma_{0'}^{\beta=0})_l$ хорошо согласуется с расчетным, полученным по правилу смесей, исходя из оптических постоянных компонентов ленты.

По оптическому эффекту m_m (рис.1) определена цена полосы связующего ЭЦТ $(\sigma_{0'}^{\beta=0})_m = 12,49$ кг/см пол., что хорошо согласуется со значением $(\sigma_{0'}^{\beta=0})_m = 12,98$ кг/см пол., полученным при испытании на чистый изгиб балочки из смолы ЭЦТ.

Из условия равновесия сил в системе волокно-связующее, вызванных температурными напряжениями, можно определить соотношения начальных оптических эффектов волокон и матрицы как, $\frac{m_c}{m_m} = \frac{(\sigma_0^{1,0})_m}{(\sigma_0^{1,0})_c}$. Для вышеуказанных волокон и связующего это соотношение равно: для высокоэластического состояния связующего $\frac{m_c}{m_m} = 0,0032$, для стеклообразного состояния - $\frac{m_c}{m_m} = 0,07$, т.е. начальный оптический эффект стеклоленты в основном определяется оптическим эффектом связующего, $m_m \approx m_l$.

Поскольку начальные напряжения в высокоэластическом состоянии

полимера /3,4/ на порядок меньше напряжений в стеклообразном состоянии, в настоящей работе начальные напряжения определены по оптической разности хода $m_m^{стк}$ в стеклообразном состоянии. Эта разность хода определялась по соотношению $\frac{m_c^{стк}}{m_{общ}}$ для модели. По такой методике опре-

Таблица I

Тип связующего	Начальные напряжения в связующем	
	кг/см ²	
	на модели	на ленте
ЭЦТ	40	50
ЭЦТ-20ПА	-	146
УПЭД-ЭН	308	403

делены начальные напряжения в разных связующих стеклоленты (табл. I). Значения напряжений в стеклоленте на 20+30% больше, чем в модели. Получены закономерно большие значения напряжений, так как взаимное влияние стекловолокон /3,4/ приводит к увеличению начальных напряжений в связующем.

Л и т е р а т у р а

1. Hayashi T. Photoelastic method of experimentation for stress analysis in orthotropic structures. "4th Inter. Sympos. Space Technol. on Sci. Tokyo, 1962, Proc." Tokyo, 1963, 156-169
2. Нетребко В.Н., Зленко Л.С., Капшанинова С.С.. Исследование напряженно-деформированного состояния анизотропных тел методом фотоупругости. Вестник МГУ, 1969, № 6, стр.78-83.
3. Попов А.И., Паша М., Наумов А.А. Исследование начальных напряжений в стеклопластике поляризационно-оптическим методом. Тр. МИСИ им.В.В.Куйбышева, 1970, № 86, стр.319-327.
4. Заборовская Е.Э., Николайчик В.И., Паша М.Н., Попов А.И. и др. Поляризационно-оптические модельные исследования начальных напряжений в стеклопластике. "Мех. полимеров", 1970, № 2, деп. № 2745-71.

О МЕТОДЕ ФОТОУПРУГОСТИ ДЛЯ КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

И.И.Афанасьев, И.И.Грах (Ленинград)

1. В работах [1-4] предложена методика определения напряжений в пластинках кубических кристаллов (классы $\bar{4}3m$, 432 , $m\bar{3}m$), вырезанных параллельно плоскости грани куба {100} или плоскости октаэдра {111}. В настоящей работе исследуются фотоупругие свойства тех же кристаллов и рассматриваются вопросы расшифровки результатов поляризационно-оптических измерений в произвольно ориентированной пластинке. Используются обозначения, принятые в [5].

2. Основные оптические уравнения для произвольно ориентированной пластинки кубического кристалла можно записать в виде:

$$\begin{aligned} A_1 \sigma_{11} + A_2 \sigma_{22} + (A_3 - A_4) \sigma_{12} &= \Delta \cos 2\theta, \\ A_3 \sigma_{11} + A_4 \sigma_{22} + A_5 \sigma_{12} &= \Delta \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Расчетные формулы для A_i имеют вид:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} n_0^3 [\pi_{44} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^4 + l_2^4 + l_3^4 - l_1^2 m_1^2 - l_2^2 m_2^2 - l_3^2 m_3^2)], \\ A_2 &= \frac{1}{2} n_0^3 [-\pi_{44} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 m_1^2 + l_2^2 m_2^2 + l_3^2 m_3^2 - m_1^4 - m_2^4 - m_3^4)], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} A_3 &= n_0^3 (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^3 m_1 + l_2^3 m_2 + l_3^3 m_3), \\ A_4 &= n_0^3 (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1 m_1^3 + l_2 m_2^3 + l_3 m_3^3), \\ A_5 &= n_0^3 [\pi_{44} + 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 m_1^2 + l_2^2 m_2^2 + l_3^2 m_3^2)]. \end{aligned}$$

В случае одноосного растяжения или сжатия образца ($\sigma_{11} = \sigma$, $\sigma_{22} = \sigma_{12} = 0$) из (1) следует:

$$\Delta \cos 2\theta = A_1 \sigma, \quad \Delta \sin 2\theta = A_3 \sigma.$$

Отсюда:

$$\Delta = C \sigma, \quad C = \pm \sqrt{A_1^2 + A_3^2}, \quad \operatorname{tg} 2\theta = A_3 / A_1. \quad (3)$$

5. В таблице приведены результаты тарировочных испытаний кристаллов LiF , CaF_2 , BaF_2 (растягивающее напряжение считается положительным).

Кристалл	$n_o^3 \pi_{44}, 10^{-7} \text{см}^2/\text{кг}$	$A = n_o^3 (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}), 10^{-7} \text{см}^2/\text{кг}$
LiF	2,04	1,8
CaF_2	-2,02	6,9
BaF_2	-3,0	12,3

Образцы в виде прямоугольных призм с относительными размерами 3:1:1 вырезались из кристаллов LiF , CaF_2 , BaF_2 (кристаллы были выращены из расплава), после чего механически полировались по четырем боковым граням. Ориентировка образцов контролировалась рентгенометрически на гониометре ГУР-3 со специальной приставкой. Образцы сжимались в рычажном приспособлении. Напряжения варьировались в интервале 10-70 кг/см². Оптические измерения проводились на КСП-7 с компенсатором Сенармона при длине волны света $\lambda = 546,1$ нм. Данные таблицы для LiF и CaF_2 согласуются с /6, 7/.

Величина A , очевидно, является мерой анизотропии фотоупругих свойств кристаллов (для изотропных тел $A = 0$). Для исследованных кристаллов она имеет одинаковый знак и заметно увеличивается в ряду $\text{LiF} - \text{CaF}_2 - \text{BaF}_2$, что является свидетельством ее зависимости от атомного номера катиона.

На рис. I приведены в полярных координатах розетки абсолютных значений C и главных значений θ , вычисленных на М-220 по формулам (3), (2) и данным таблицы. В соответствии с известным фактом, фотоупругие свойства в плоскости $\{III\}$ оказались изотропными. Как было показано еще в /8/ (см. также /2/) даже при незначительном отклонении от этой ориентации свойства становятся заметно анизотропными (см. данные рис. I для грани $\{IIO\}$). Из рис. I также видно, что если образец ориентирован вдоль направлений $\langle I00 \rangle$, $\langle IIO \rangle$, то $\theta = 0$. Направления, для которых $\theta = 0$, имеются также на низкосимметричных гранях типа $\{I20\}$.

Известно, что кубические кристаллы с четверными осями симметрии при давлении вдоль $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$ становятся оптически одноосными. При давлении вдоль других направлений они превращаются в оптически двуосные, т.е. обладают тремя главными показателями преломления: $n_g > n_m > n_p$. На рис.2, составленном по данным /8/ и авторов, показаны особенности оптической поляризации кристаллов LiF , KCl , CaF_2 и BaF_2 при сжатии вдоль $[011]$. Плоскость оптических осей в кристаллах LiF и KCl параллельна, а в кристаллах CaF_2 и BaF_2 - перпендикулярна направлению давления. При нагружении вдоль $[011]$ CaF_2 и BaF_2 обладают одинаковыми знаками индикатрис поскольку острой биссектрисой в CaF_2 и BaF_2 является n_p /9/.

Из рис.2 далее видно, что измеряемая разность хода в кубических кристаллах непрерывно зависит от направлений сжатия и просвечивания. При этом, как известно, в деформированном кристалле имеются направления (оптические оси), при просвечивании вдоль которых $\Delta = 0$. В кристаллах CaF_2 и BaF_2 при давлении вдоль $[011]$ такими (перпендикулярными к $[011]$) направлениями будут $[111]$ и $[112]$ и близкие к ним.

4. Напряжения в произвольно ориентированной пластинке можно определить, следуя /10/. Разрешим уравнения (I) относительно σ_{11} и σ_{22} :

$$\sigma_{11} = B_1 + B_2 \sigma_{12}, \quad \sigma_{22} = B_3 + B_4 \sigma_{12}, \quad (4)$$

$$B_1 = (A_4 \Delta \cos 2\theta - A_2 \Delta \sin 2\theta) / \mathcal{D}, \quad B_2 = [A_2 A_5 - A_4 (A_3 - A_4)] / \mathcal{D},$$

$$B_3 = (A_1 \Delta \sin 2\theta - A_3 \Delta \cos 2\theta) / \mathcal{D}, \quad B_4 = [A_3 (A_3 - A_4) - A_1 A_5] / \mathcal{D}.$$

Предполагаем, что определитель системы (I)

$$\mathcal{D} = A_1 A_4 - A_2 A_3 \neq 0.$$

Подставляя (4) в дифференциальные уравнения равновесия (объемные силы не учитываются) и разрешая полученную систему уравнений относительно производной $\partial \sigma_{12} / \partial x_1$, получаем:

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} = \frac{1}{\mathcal{D}_1} \cdot \left(\frac{\partial B_3}{\partial x_2} - B_4 \frac{\partial B_1}{\partial x_1} \right), \quad \mathcal{D}_1 = (B_2 B_4 - 1) \neq 0. \quad (5)$$

Численным интегрированием (5) находим напряжение σ_{12} вдоль выбранного направления x_1 . После этого из (4) определяются σ_{11} и σ_{22} вдоль того же направления.

Подчеркнем, что если $\mathcal{D} = 0$, то изложенная методика определения напряжений неприменима.

5. Рассмотрим некоторые случаи, когда $\mathcal{D} = 0$. Положение осей x_1, x_2 в плоскости пластинки по отношению к кристаллофизическим \hat{x}_i будем задавать углами Эйлера α, β, γ . Матрица направляющих косинусов имеет вид

$$\begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) & (-\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma) & \sin \alpha \sin \gamma \\ (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma) & (-\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma) & -\cos \alpha \sin \gamma \\ \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}.$$

а) Грань куба $\{100\}$, оси x_i совпадают с кристаллофизическими ($\alpha = \beta = \gamma = 0$). В этом случае:

$$A_3 = A_4 = 0; \quad A_5 = n_0^2 \pi_{44}; \quad -A_1 = A_2 = \frac{1}{2} n_0^3 (\pi_{11} - \pi_{12}).$$

Система (I) принимает вид:

$$A_1 (\sigma_{11} - \sigma_{22}) = \Delta \cos 2\theta, \quad A_5 \sigma_{12} = \Delta \sin 2\theta. \quad (6)$$

б) Грань куба $\{100\}$, оси x_1, x_2 повернуты на некоторый угол по отношению к \hat{x}_1, \hat{x}_2 ($\alpha = \beta = 0, \gamma \neq 0$). Тогда:

$$\begin{aligned} -A_4 = A_2 &= \frac{1}{2} [-n_0^3 (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \sin 4\gamma]; \\ A_5 &= 2n_0^3 [\pi_{44} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \sin^2 2\gamma]; \\ -A_1 = A_2 &= -n_0^3 [\pi_{44} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \cos^2 2\gamma]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_1 (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + 2A_3 \sigma_{12} &= \Delta \cos 2\theta, \\ 2A_2 (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + A_5 \sigma_{12} &= \Delta \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (7)$$

в) Грань додекаэдра $\{110\}$, оси \hat{x}_1 и x_1 образуют угол $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = \gamma = 0$:

$$A_1 = n_0^3 (\bar{\pi}_{11} - \bar{\pi}_{12} + \bar{\pi}_{44}), \quad A_2 = -n_0^3 (\bar{\pi}_{11} - \bar{\pi}_{12});$$

$$A_3 = A_4 = 0; \quad A_5 = 2n_0^3 \bar{\pi}_{44}.$$

$$A_1 \sigma_{11} + A_2 \sigma_{22} = \Delta \cos 2\theta, \quad A_5 \sigma_{12} = \Delta \sin 2\theta. \quad (8)$$

Нетрудно убедиться, что во всех приведенных случаях определители $\Delta = 0$. Хотя системы (6) - (8) несколько отличаются от уравнений для изотропной пластинки, напряжения определяются точно так же, как в классическом методе фотоупругости. Система (7) предварительно разрешается относительно $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ и σ_{12} .

6. В [11] было показано, что уравнения пьезооптического эффекта [8] применимы для монокристаллов хлористого серебра как при упругих, так и при упруго-пластических деформациях. Поэтому приведенная выше методика годится и для решения на монокристаллах хлористого серебра задач теории пластичности.

Л и т е р а т у р а

1. Краснов В.М. Об определении напряжений в кубических кристаллах оптическим методом. Уч. зап. ЛГУ, 1944, №87, вып. 13.
2. Краснов В.М., Степанов А.В. Изучение оптическим методом напряженного состояния анизотропной пластинки, находящейся под действием сосредоточенной силы. ЖЭТФ, 1953, 25, №1.
3. Житников Р.А., Степанов А.В. оптический метод исследования усредненных напряженных состояний в мелкозернистых поликристаллах. МТФ, 1956, 26, №4.
4. Краснов В.М. Анизотропная задача фотоупругости. Сб. "Пolarизационно-оптический метод исследования напряжений", изд. ЛГУ, 1960.

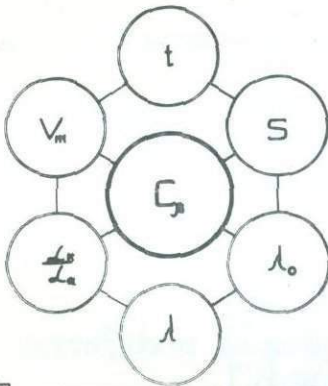
5. Бугаков И.И., Грах И.И., Конакова Н.С. О применении метода фотоупругости к исследованию механических напряжений в кристаллах. См. настоящий сборник.
6. West C.D., Makas A.S. Technical crystals with abnormally large stress birefringence. J. Chem. Phys., 1948, 16, N4.
7. Krishna Rao K.Y., Krishna Murty Y.G. Temperature dependence of the photoelastic behavior of crystals. Proc. Ind. Acad. Sci., 1956, 54A, N1.
8. Pockels F. Lehrbuch der Kristallogoptik. B.G. Teubner, Leipzig u. Berlin, 1906.
9. Шубников А.В. Основы оптической кристаллографии. АН СССР, М., 1958.
10. Бугаков И.И., Грах И.И. Исследование метода фотоупругости анизотропных тел. Вестн. ЛГУ, 1968, №19, вып.4.
11. Goodman L.E., Sutherland J.G. Elasto-plastic stress-optical effect in silver chloride single crystals. J. Appl. Phys., 1953, 24, p.577.

ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ФОТОУПРУГИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ
ПРИ ИЗМЕРЕНИИ НАПРЯЖЕНИИ В КУБИЧЕСКИХ МОНОКРИСТАЛЛАХ
ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

С.С.Горбач, В.Ю.Марковский, А.В.Пахнёв, М.П.Шаскольская (Москва)

К факторам, вызывающим изменение величины фотоупругих коэффициентов в кристаллах, могут относиться температура, длина волны применяемого света, примеси. Кроме того, в кристаллах необходимо учитывать и изменение величины коэффициентов фотоупругости в зависимости от направления, т.е. анизотропию.

Влияние температуры и длины волны на физические параметры кристаллов, определяющих их фотоупругое поведение, схематично показано на рис.1.



- C_p - коэффициент фотоупругости
- t - температура
- V_m - молярный объем
- S - упругая податливость
- λ_0 - деформационно-поляризационная постоянная
- λ - длина волны
- $\frac{\lambda_a}{\lambda}$ - отношение поляризуемостей

Рис.1. Схема влияния различных факторов на фотоупругость ионных кристаллов

При воздействии температуры и длины волны должны меняться соответственно молярный объем, упругая податливость, соотношение поляризуемостей катиона и аниона, степень изменения поляризуемости от деформации λ_0 .

А.В.Степанов и В.М.Краснов /1,2/ учли анизотропию кристалла при определении фотоупругого коэффициента C_p (где β - угол между осями оптического эллипсоида, возникающего в кристалле от воздействия нагрузки, и направлением кристаллографических осей)

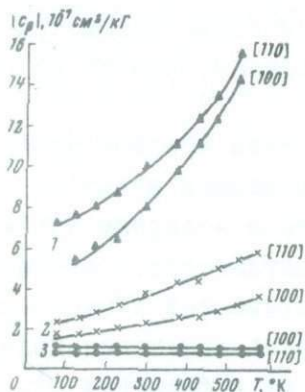
$$C_p = \pm \chi \frac{(\pi_{11} - \pi_{12})\pi_{44}}{\sqrt{\pi_{44}^2 \cos^2 2\beta + (\pi_{11} - \pi_{12})^2 \sin^2 2\beta}} \quad (1)$$

где: χ - постоянная с точностью до показателя преломления,

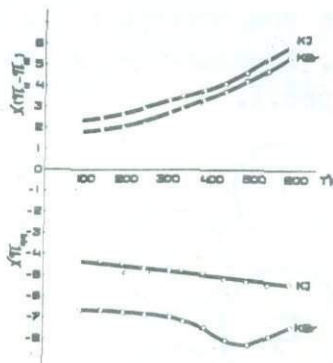
$(\mathcal{P}_{11} - \mathcal{P}_{12})$ - диезооптический коэффициент, равный коэффициенту фотоупругости при приложении напряжения вдоль кристаллографического направления $[100]$ в плоскости наблюдения (100) , а \mathcal{P}_{44} для направления $[110]$ в той же плоскости наблюдения.

Нами изучалось влияние температуры, длины волны и примесей на величину фотоупругих коэффициентов ряда щелочно-галогидных кристаллов. Для компенсации величины двупреломления применялся метод Сенармона.

На рис. 2а) и б) показана полученная авторами зависимость величины фотоупругих коэффициентов кристаллов NaCl , KCl , KBr , KJ , RbJ от температуры. Измерения проводились при $\lambda = 5540 \text{ \AA}$ в специально сконструированном оптическом криостате и термостате [3].



а)



б)

Рис. 2. Зависимость фотоупругих коэффициентов от температуры
а) RbJ (1), KCl (2), NaCl (3) б) KBr , KJ

Как видно на рис. 2а) и б), температура оказывает значительное влияние на фотоупругие коэффициенты. В общем случае фотоупругие коэффициенты увеличиваются с ростом температуры. Для кристаллов NaCl такого изменения в пределах ошибки измерения нами обнаружено не было.

По уравнению (I) рассчитаны полярные диаграммы для всех исследованных кристаллов, которые показаны на рис. 3а) и б).

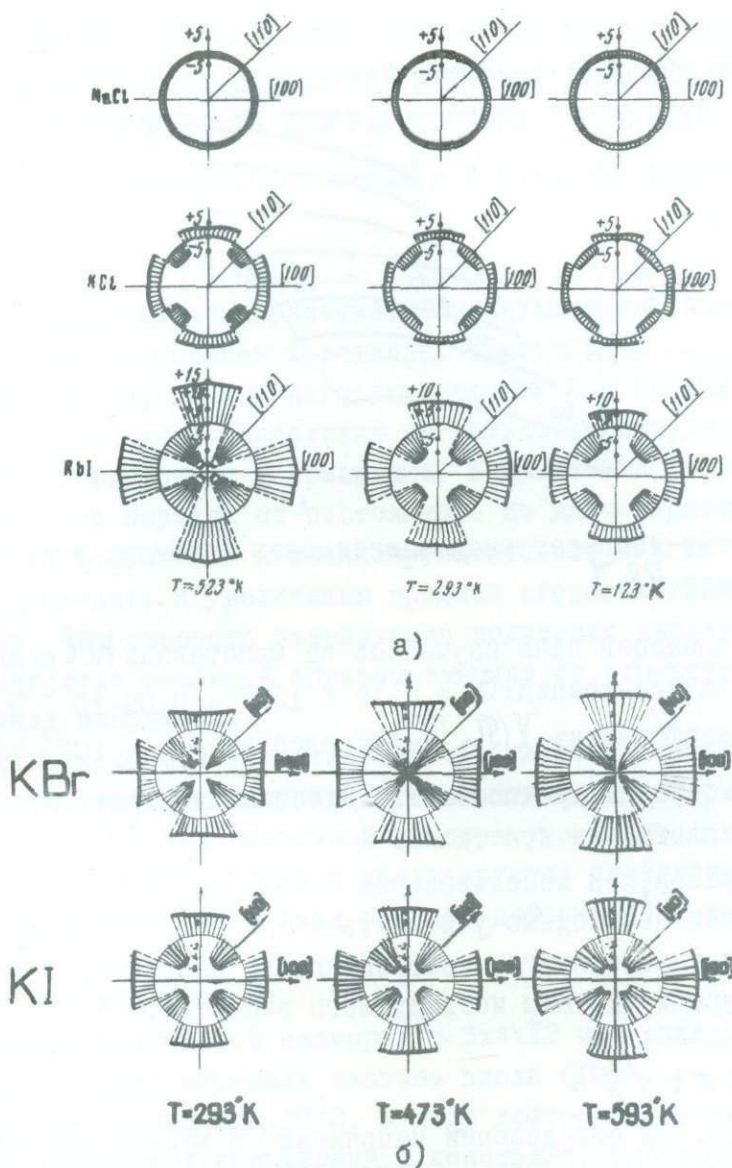


Рис. 3. Влияние анизотропии кристаллов на зависимость фотоупругих коэффициентов от температуры: а) NaCl, KCl, RbI б) KBr, KI

Для кристаллов RbI проводились одновременные измерения зависимости фотоупругого коэффициента χ ($\Pi_{11} - \Pi_{44}$) от длины волны и температуры. Результаты показаны на рис. 4 в виде пространственной диаграммы. Как видно из рис. 4, с ростом температуры и длины

волны фотоупругий коэффициент увеличивается, при этом интервал длин волн, при которых начинается резкое уменьшение $C_B = \chi(\pi_{11} - \pi_{12})$ сдвинут в сторону высоких температур.

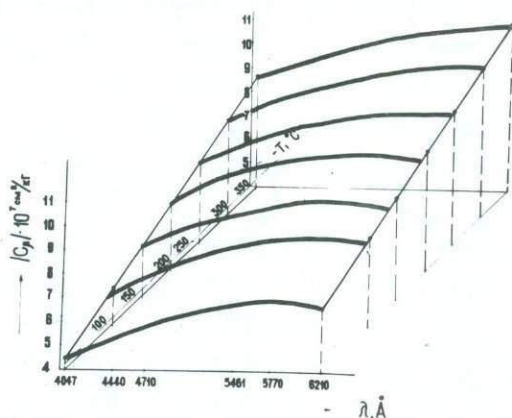


Рис. 4. Частотно-температурная зависимость фотоупругого коэффициента кристаллов **RbJ**

Влияние примесей нами изучалось на кристаллах **KCl** с добавкой **Pb⁺⁺**. Для концентраций **Pb⁺⁺** = $2,14 \cdot 10^{-2}$ - $8,05 \cdot 10^{-2}$ % вес., фотоупругий коэффициент $\chi(\pi_{11} - \pi_{12})$ менялся от $2,5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{см}^2}{\text{KT}}$ до $4,3 \cdot 10^{-7} \frac{\text{см}^2}{\text{KT}}$. Можно предположить, что влияние примесей связано с изменением плотности кристалла.

Таким образом, при использовании фотоупругого эффекта для различных целей необходимо учитывать целый ряд факторов, влияющих на величину фотоупругих коэффициентов, например, длины волны, температуры и чистоты исследуемого вещества.

Л и т е р а т у р а

1. Краснов В.М. Об определении напряжений в кубических кристаллах оптическим методом. Уч. зап. ЛГУ, 1944, № 87, 97.
2. Краснов В.М., Степанов А.В. Исследование зародышей разрушения оптическим методом. ЖЭТФ, 1952, 23, № 8, 199.
3. Горбач С.С., Делцова Л.А., Добжанский Г.Ф., Марковский В.ю., Шаскольская М.П. Пьезооптические постоянные монокристаллов **LiF, NaF, NaCl, NaJ, KCl, KBr, KJ, RbJ**. Кристаллография, 1969, 14, № 4, 729.

ПОЛЕ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ ДЕФОРМИРУЕМЫХ КРИСТАЛЛОВ И СТАДИЙНОСТЬ ДЕФОРМАЦИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ

В. С. Бенгус, С. Н. Комник, В. И. Старцев (Харьков)

Поле внутренних напряжений, формирующееся в процессе пластической деформации кристалла, существенно сказывается на динамике его деформационного упрочнения. Это проявляется во влиянии на динамику скольжения не только амплитуды этого поля, но и его конфигурации в кристалле. В частности, недавно было показано, что переход от постоянного по длине кристалла поля внутренних напряжений к осциллирующему полю той же амплитуды должен приводить к увеличению средней скорости дислокаций $/I/$. Очевидно, что скорость размножения подвижных дислокаций и их пробег тоже решающим образом зависят от структуры поля внутренних напряжений.

В работе сообщаются некоторые результаты изучения геометрии поля внутренних напряжений в пластически деформируемых кристаллах КСВ при комнатной температуре с помощью поляризационно-оптического метода и анализируется изменение характерных особенностей этого поля с ходом деформационного упрочнения кристалла.

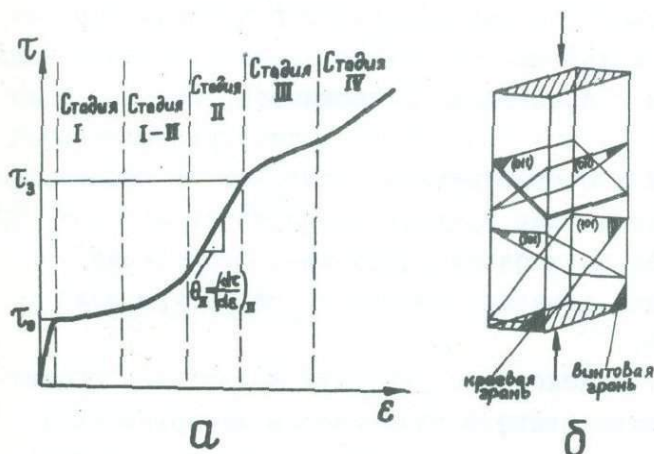
М е т о д и к а

Образцы кристаллов размером $\sim 3 \times 4 \times 12$ мм³ выкалывали по спайности и деформировали сжатием вдоль $\langle 100 \rangle$ на релаксометре типа Регеля-Дубова при 20°С. В ходе деформации регистрировали картину внутренних напряжений в кристалле, рассматривая кристалл одновременно в направлениях $[100]$ и $[010]$ в скрещенных николях при сжатии вдоль $[001]$. Знак внутренних напряжений определялся с помощью компенсатора Сенармона по знаку угла поворота анализатора, необходимому для компенсации наведенной разности хода. По картинам двупреломления судили об изменении пространственного распределения внутренних напряжений в ходе деформации, характеризуем также изменение действующих систем

скольжения. Изучались "мягкие" кристаллы с пределом текучести 50-70 г/мм² (чистые) и "жесткие" (легированные Ва⁺⁺ и состаренные).

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Вид типичной кривой упрочнения кристаллов КСВ, обнаруживающих 4 стадии упрочнения, показан на рис.1а. Рис.1б показывает системы скольжения $\langle 110 \rangle \{1\bar{1}0\}$, действующие при сжатии кристалла вдоль $[001]$.



На рис.2 показано изменение картины двупреломления "жесткого" кристалла со стороны "краевой" и "винтовой" граней одновременно (рис.1б объясняет эти названия граней). Стрелки с цифрами 1 и 2 обозначают соответственно первичную и ортогональную системы скольжения, а 3 и 4 - соответственно две наклонные системы скольжения.

Рис.1. а) схема кривой упрочнения кристалла КСВ ;
б) схема систем скольжения $\langle 110 \rangle \{1\bar{1}0\}$, действующих при сжатии кристалла вдоль $[001]$.

Так как хорошо видимое двупреломление вызывает лишь краевая дислокация $/2/$ (при наблюдении вдоль ее оси), то очевидно, что наблюдаемая картина связана с краевыми дислокациями, имеющимися в кристалле. Это дислокации, скопившиеся вдоль активных плоскостей скольжения, а также - образовавшие стенки механической полигонизации - дислокационные мультиполи, ортогональные действующим системам скольжения $/3/$.

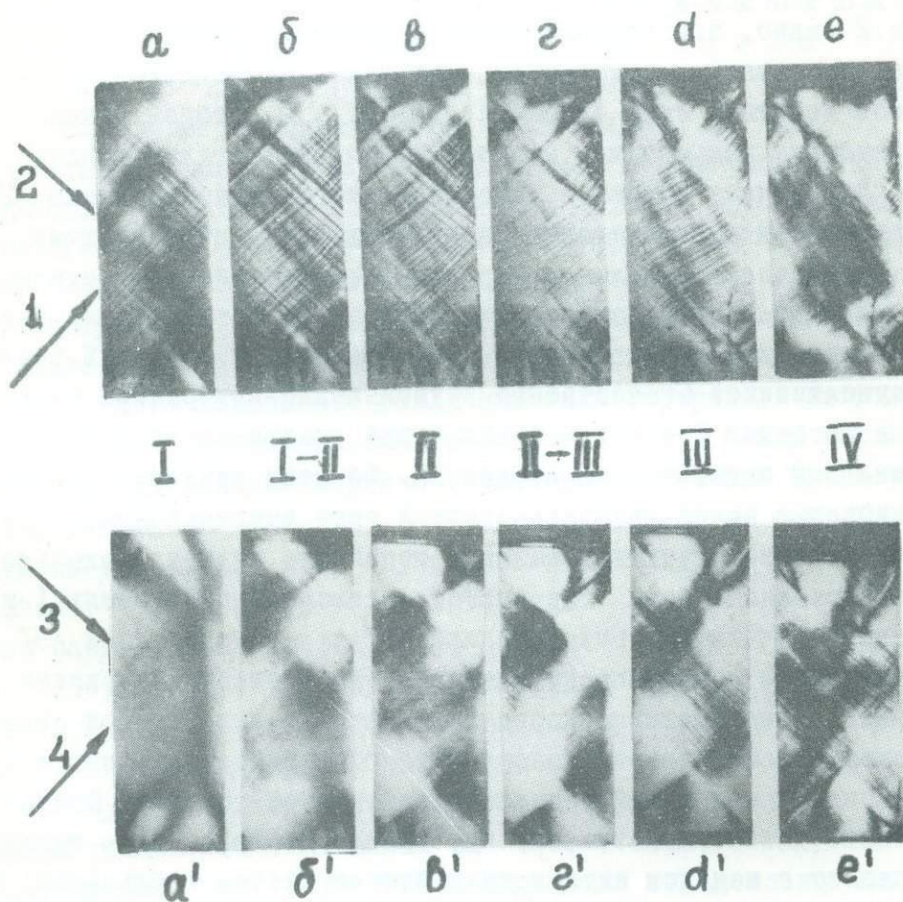


Рис.2. Изменение картины дупреломления "жесткого" кристалла KCl ($\tau_0 \sim 250 \text{ г/мм}^2$) в ходе деформационного упрочнения.

$a-e$ - краевая грань кристалла, $a'-e'$ - винтовая грань. Римские цифры обозначают стадии упрочнения. 1, 2, 3, 4 обозначают последовательно действующие системы скольжения $\langle 110 \rangle \{1\bar{1}0\}$. Увеличение 10^x

Стадийность деформационного упрочнения и природа его

III стадии

Из рис. 2 видно, что первоначально скольжение возникает во всех четырех системах скольжения, однако затем наблюдается преимущественное действие лишь одной системы /1/, в которой локализируются внутренние напряжения, и этому отвечает I стадия упрочнения. Стадия II отвечает активное действие ортогональной системы /2/, что приводит к возникновению двупреломления в этой системе, а также к искривлению полос двупреломления системы I. Ветвление и изломы полос двупреломления характерны для этой стадии при попеременном действии систем I и 2. Переходу к стадии III отвечает существенное (качественно) уменьшение внутренних напряжений в системах I и 2 и возникновение скольжения в наклонных системах 3 и затем 4 - на стадии IV. Об этом свидетельствует возникновение полос двупреломления в этих системах (рис. 2), а также изменение формы кристалла и появление ступеней скольжения на "краевой" грани, где они отсутствовали на стадиях I и 2.

Начало стадии III в гцк металлах /4/ и шгк кристаллах /5/ (и последующее поведение кристалла на этой стадии) принято связывать с уменьшением скорости упрочнения в первичной системе скольжения вследствие поперечного скольжения винтовых дислокаций из их скоплений у препятствий в этой системе. Однако полученные данные показывают, что начало деформации на стадии III совпадает с началом активного действия систем скольжения, не дававших вклада в деформацию на стадиях I и II. Отсюда следует, что поперечное скольжение первичных дислокаций не может быть ответственно за начало стадии III в щелочно-галогидных кристаллах, т.к. такое поперечное скольжение (по {111} или по {100}) не может перевести дислокации из ранее действовавших систем в наклонные, активные на стадии III.

Можно полагать, что для начала стадии III должно быть достигнуто критическое напряжение сдвига, необходимое для возникновения и движения дислокаций в наклонных системах скольжения /6/. В этом смысле напряжение τ_3 является аналогом предела текучести τ_0 кристалла, обладающего высокой плотностью дислокаций леса, роль которых играют дислокации

систем, действовавших на предыдущих стадиях упрочнения.

Пространственная осцилляция поля внутренних напряжений деформируемого кристалла

Характер поля внутренних напряжений на стадии I и его измерение с деформацией ϵ видны на рис. 3. Перпендикулярно действующей системе скольжения (указана стрелкой на рис. 3-5) возникают полосы дупреломления, чередующиеся с темными полосами, отвечающими областям кристалла, свободным от напряжений - своеобразный гофр поля внутренних напряжений. Увеличение пластической деформации кристалла сглаживает гофр, уменьшая количество и ширину ненапряженных полос. Рис. 4 показывает различный знак внутренних напряжений в различных рассматриваемых светлых полосах; таким образом, движение дислокаций первичной системы скольжения (в направлении, указанном стрелкой) на стадии I происходит в осциллирующем по координате поле внутренних напряжений τ_i . Рис. 5 показывает, что характер гофра внутренних напряжений не изменяется при разгрузке кристалла и что внешние и внутренние напряжения достаточно аддитивны (при качественной оценке): в ненапряженных полосах возникли растягивающие напряжения при снятии сжимающей нагрузки (причем такое изменение обратимо). Это свидетельствует об устойчивости против разгрузки дислокационных конфигураций, ответственных за τ_i , а также о том, что рассматриваемое поле внутренних напряжений обусловлено неподвижными дислокациями. Найденные свойства поля внутренних напряжений на стадии I позволяют считать, что их источником являются группы стенок механической полигонизации - дислокационные мультиполи /3/.

Осциллирующий характер поля внутренних напряжений должен оказывать существенное влияние на процесс размножения (зарождения) подвижных дислокаций. Очевидно, что этот процесс происходит в тех частях гофра, где действие внутренних напряжений складывается с действием внешнего приложенного и существенно его превышает, как, например, в /7/. Так как остановка подвижных дислокаций происходит на тех "гребнях" гофра, где внутренние напряжения τ_i направлены навстречу внешним прило-

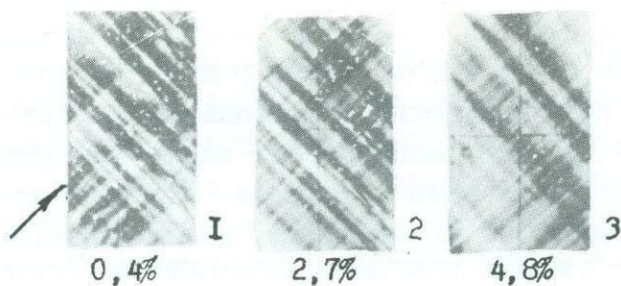


Рис.3. Изменение картины дупреломления на I стадии деформационного упрочнения "жесткого" кристалла
Увеличение $9\times$

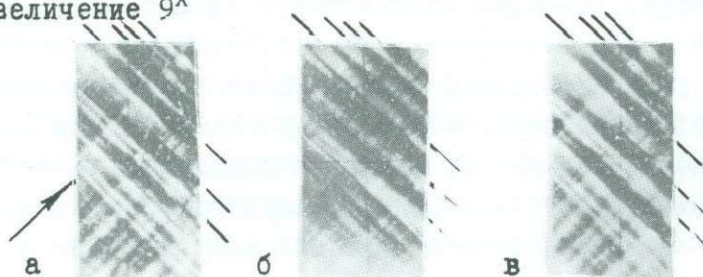


Рис.4. Картины дупреломления "жесткого" кристалла при различной компенсации разности хода, обусловленной внутренними напряжениями, при $\epsilon = 1,5\%$.
а - отсутствие компенсации, б - частичная компенсация сжимающих напряжений, в - частичная компенсация растягивающих напряжений.

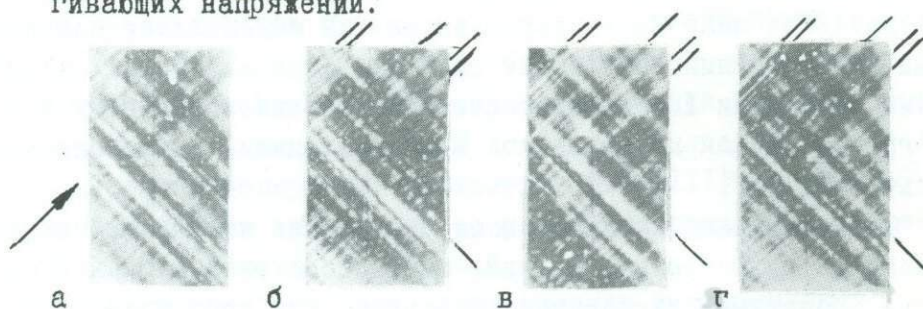


Рис.5. Картины дупреломления "жесткого" кристалла в нагруженном (а) и разгруженном (б, в, г) состоянии при $\epsilon = 2,7\%$. а, б - отсутствие компенсации, в - частичная компенсация сжимающих напряжений, г - частичная компенсация растягивающих напряжений.

женным (при $\tau_i > \tau$) то очевидно, что средняя длина свободного пробега дислокации (от места ее генерации до остановки или выхода из кристалла) определяется средним расстоянием между "ямой" и "гребнем" поля внутренних напряжений. Из рис.3 следует, что "измельчение" гофра с деформацией кристалла сопровождается исчезновением "ям", т.е. уменьшением числа возможных источников дислокаций, а также уменьшением размера (и исчезновением) областей кристалла, где скорость дислокаций существенно может превышать среднюю скорость. Такое представление согласуется с установленным ранее фактом уменьшения средней скорости дислокации в деформируемом кристалле с ростом деформации на I стадии упрочнения /8/.

Л и т е р а т у р а

1. Li J.C.M. Dislocation dynamics. N.Y., McGraw-Hill, 1968, 87.
2. Mendelson S. J. Appl. Phys., 1961, 32, 1999.
3. Комник С.Н. ФТТ, 1968, 10, 1959.
4. Зеегер А. Сб. "Дислокации и механические свойства кристаллов", М., ИИЛ, 1960, 179.
5. Haasen P., Davis L.A., Aladag E., Gordon R.V. Scr. Met., 1970, 4, 55.
6. Бенгус В.З., Комник С.Н., Левченко В.А. Сб. "Физика конденсированного состояния", ФТИНТ АН УССР, Харьков, 1969, №5, 152.
7. Обреимов И.В., Шубников Л.В. ЖРФХО, 1926, 58, 817.
8. Бенгус В.З., Комник С.Н., Табачникова Е.Д. ФТТ, 1971, 13, 135.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПЬЕЗООПТИЧЕСКИХ
И УПРУГООПТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ НЕКОТОРЫХ ЩЕЛОЧНОГАЛОИДНЫХ
КРИСТАЛЛОВ /ЩГК/

М.С.Каплан, И.М.Красовицкая, И.В.Смушков, В.И.Сумин /Харьков/

Целью работы является получение данных о температурной зависимости пьезооптических \mathcal{P}_{mn} и упругооптических P_{mn} констант, необходимых для применения поляризационно-оптического метода в исследованиях процесса возникновения и изменения напряжений при высоких температурах в ЩГК.

Требуемые значения констант $\mathcal{P}_{11}-\mathcal{P}_{12}$ и \mathcal{P}_{44} находились из измерений на специальной установке /I/, представляющей собой деформационную машину сжатия, величины разности хода δ , возникающей в образце при одноосном напряжении σ

$$\delta = -\frac{n_0^3}{2} (\mathcal{P}_{11}-\mathcal{P}_{12}) \sigma t \quad \text{или} \quad \delta = -\frac{n_0^3}{2} \mathcal{P}_{44} \sigma t$$

/в зависимости от ориентации образца/.

Использованная установка отличается от обычно применяемых для аналогичных целей приборов некоторыми особенностями, позволившими получить совпадение методов измерения исследуемой величины δ и вызывающей ее возникновение нагрузки P , что достигается применением оптического динамометра и использованием для измерения двойного лучепреломления прямой фотоэлектрической регистрации интенсивности светового потока за анализатором. Причем, с целью исключения влияния собственного свечения образца, весьма существенного при высоких температурах, измерения ведутся в модулированном монохроматическом свете /2/.

Эти особенности установки позволили сравнительно легко получить точность измерения величины P в 5 г и разности хода - до 0,5 нм, что обеспечило принципиальную возможность измерения \mathcal{P}_{mn} при высоких температурах /в некоторых случаях предплавильных/.

Действительно, применение поляризационно-оптического метода для измерения пьезооптических констант возможно только в области линейной зависимости между δ и σ , которая даже при комнатной температуре простирается для ШГК лишь до значений σ в несколько кг/см². При повышении температуры эта область уменьшается до нескольких десятков грамм на см². Как в силу этого, так и благодаря малости величин Π_{mn} ШГК одновременно возникает и необходимость измерения небольших значений δ . Таким образом, только соответствующая техника измерений, одним из возможных вариантов которой является описанная установка, позволяет надеяться расширить исследуемый температурный диапазон и изучить наиболее интересную область высоких температур, которая раньше не исследовалась/I/.

Результаты измерений величин Π_{mn} для кристаллов KCl, KBr, KJ, RbJ, NaCl, LiF, проведенных на указанной установке, приведены на рис. 1, 2, откуда видно, что для кристаллов KCl, KBr и KJ кривые $\Pi_{11}-\Pi_{12}$ и Π_{44} мало отличаются. В области температур до 300°C наблюдается их монотонное незначительное изменение, а затем происходит резкое /в несколько раз/ возрастание измеряемых вели-

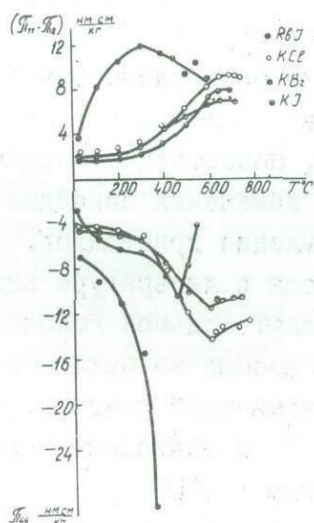


Рис. 1. Температурная зависимость $\Pi_{11}-\Pi_{12}$ и Π_{44} для KCl, KBr, KJ, RbJ.

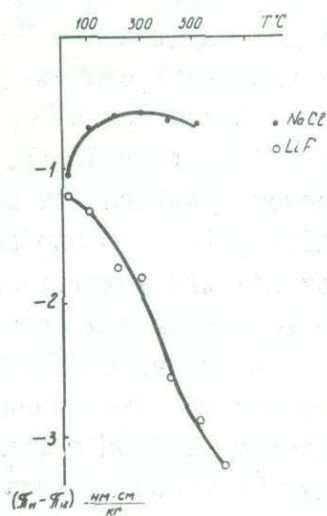


Рис. 2. Температурная зависимость $\Pi_{11}-\Pi_{12}$ для NaCl и LiF.

чин, переходящее в насыщение. При этом, для низкотемпературного участка /до 300°C/ обнаруживается хорошее совпадение с литературными данными /1/. Таким образом, замена аниона при таком катионе, как калий, сравнительно мало меняет характер получаемых зависимостей. Замена же катиона приводит к более резким изменениям. Из рис. 1,2 видно, что абсолютные значения констант и ход их температурной зависимости различаются сильно у KJ и RbJ и в еще большей степени у KCl и NaCl.

Приведенные данные могут быть в некоторых случаях дополнительно обработаны с целью получения сведений о температурной зависимости не только $\mathcal{P}_{11}-\mathcal{P}_{12}$, но и \mathcal{P}_{11} , \mathcal{P}_{12} , а также упругооптических коэффициентов P_{11}, P_{12} . Такая обработка основывается на полученных в /3/ соотношениях, которые после несложных преобразований дают выражение:

$$kP_{11}+P_{12} = \frac{2}{n_0^3} [3L(1-k-2k^2) - M(1-2k)], \quad (I)$$

где: $M = (n^2 - 1)^2 (n^2 + 5) / 15n$, $L = (n^2 - 1)(n^2 + 2) / 6n$, k - коэффициент Пуассона, что вместе с вычисленными из экспериментально найденных значений $\mathcal{P}_{11}-\mathcal{P}_{12}$ величинами $P_{11}-P_{12}$, даёт систему уравнений для определения P_{11}, P_{12} и затем $\mathcal{P}_{11}, \mathcal{P}_{12}$.

Из указанной системы уравнений были определены значения P_{11} и P_{12} , а затем \mathcal{P}_{11} и \mathcal{P}_{12} у кристаллов KCl, KBr, KJ и RbJ /для NaCl и LiF соотношение (I), по-видимому, недостаточно надёжно/. При расчете учитывались температурные изменения линейных размеров, констант $C_{il}(T), S_{il}(T)$, показателя преломления кристаллов.

Так как для кристаллов RbJ имеющиеся в литературе значения C_{il} при комнатной температуре обнаруживают большой /около 20%/ разброс, а данные о зависимости $C_{il}(T)$ вообще не были обнаружены- было проведено определение C_{il} , при комнатной температуре ультразвуковым методом с точностью до 10^{-4} , и вычислены необходимые значения $C_{il}(T)$ по формулам, предложенным в /4/

Зависимости $\mathcal{P}_{11}(T)$ и $\mathcal{P}_{12}(T)$ кристаллов KCl, KBr, KJ, RbJ приве-

дены на рис.3,4. Кривые $\pi_{11}(T), \pi_{12}(T)$ для всех четырёх кристаллов обнаруживают заметное сходство за исключением $\pi_{11}(T)$ кристалла RbJ.

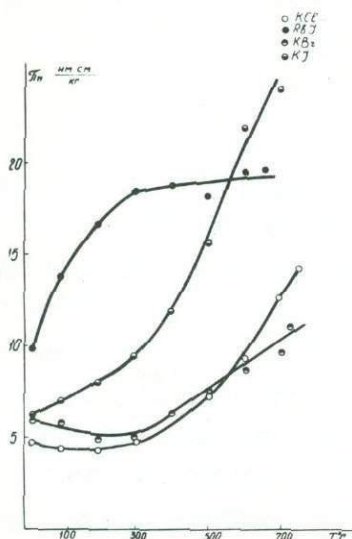


Рис.3. Температурная зависимость π_{11} для KCl, KBr, KJ, RbJ

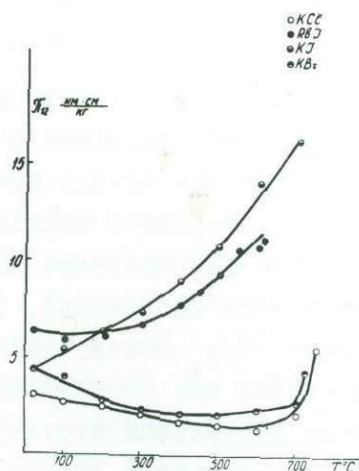


Рис.4. Температурная зависимость π_{12} для KCl, KBr, KJ, RbJ

Л и т е р а т у р а

1. Смушков И.В., Каплан М.С., Сумин В.И. Температурная зависимость пьезооптических констант кристаллов KCl, KBr, ФТТ, 1970, 12, 7, 1937-1940.
2. Смушков И.В., Каплан М.С., Апилат В.Я. Способ количественного измерения напряжений. Авт. свидет. №247553, Бюл. изобр. 1969, №22, 94.
3. Bansigir K.G., Iyengar K.S., Piezo-Optic Birefringence in NaCl Structure Crystals, Part 1 Theory, Acta Crystallogr. 1961, 14, 6, 670-674.
4. Мицкевич В.В. О температурных коэффициентах упругих постоянных щелочногалогидных кристаллов. ФТТ, 1964, 6, 10, 3020-3026.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРУПНОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ
И РАСТВОРА В ЛЕГКИХ БЕТОНАХ
В.В.Бабков, Г.И.Спеляниди (Уфа)

Механизм взаимодействия крупного заполнителя и песчано-цементного раствора является в настоящее время одним из основных звеньев для построения теории прочности бетонов на легких заполнителях.

Зерно крупного заполнителя в растворе при различии модулей упругости фаз раствора (матрицы) E_1 и заполнителя E_2 является концентратором напряжений. Для бетонов на тяжелых заполнителях соотношение E_1/E_2 обычно находится в пределах $0,3 \div 1,0$, на легких заполнителях оно составляет $2 \div 10$. Характер напряженного состояния в поле двухфазной структуры для случая однородного сжатия вытекает из решений теории упругости для одиночной впаиванной шайбы /1/ и одиночного сферического включения /2/.

Решение задачи, соответствующей конструктивному содержанию заполнителя в бетоне, для случая взаимного влияния включений при достаточно близком их расположении сложно. В связи с этим в настоящей работе эта задача решалась экспериментальным путем.

В целях упрощения техники эксперимента и возможности использования наиболее эффективного в данном случае метода фотоупругости была выбрана плоская схема исследования.

Распределение напряжений вблизи кругового включения в этом случае несколько отличается от аналогичного распределения для объемного случая. В частности, коэффициенты концентрации в пиковых точках на границе включения и матрицы в случае плоского напряженного состояния (соответствующем нашей схеме исследования) будут приблизительно в 1,5 раза выше по сравнению с объемным случаем. Отметим, что погрешность при использовании полученных результатов для описания напряженного состояния и прочности реального материала с включениями будет сводиться к минимуму при относительном сравнении прочностей двух структур с двумя разными наполнениями.

Целью первого этапа исследований было определение наибольших нормальных напряжений в поле двухфазной структуры с круговыми

включениями в зависимости от двух факторов:

- геометрического - отношения диаметра включения к расстоянию между осями включений d/b при их ромбической упаковке (рис.1);
- механического - отношения модулей упругости E_1/E_2 .

Получение зависимостей для определения наибольших нормальных напряжений открывает возможность подхода и построению теории прочности бетона на основе, например, I теории прочности, из оценки разрушающей нагрузки по наибольшему нормальному напряжению.

Одной из технических трудностей современной фотоупругости остается проблема разделения напряжений. В нашем случае разделение достигалось путем совмещения двух схем исследования: на моделях из оптически-активного материала ЭДБ-М с круговыми включениями получали поле разностей главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$, на пластинах из плотного мелкозернистого песчано-цементного раствора с круговыми включениями из органического стекла (в данном случае варьирование E_1/E_2 достигалось путем изменения марки раствора) с помощью фотоупругих наклеек в точках концентрации напряжений А и В (см.рис.1) определялись деформации ε_x и ε_y . Такая экспериментальная схема обеспечила определение компонентов напряженного состояния σ_1 и σ_2 (σ_x, σ_y) в точках А и В, при этом для контроля и уточнения оставалось одно дополнительное условие.

Обработка экспериментальных данных, таким образом, сводилась к увязке данных первого эксперимента $\sigma_1 - \sigma_2$, являющихся основными ввиду высокой точности этой схемы исследования, и данных испытания песчано-цементных призм.

Значения коэффициентов Пуассона в первой серии экспериментов были $\mu_1 = 0,33$ и $\mu_2 = 0,35 \div 0,33$, во второй $\mu_1 = 0,15$ и $\mu_2 = 0,35$. Такое соотношение отвечало условию $\mu_1 < \mu_2$, имеющему место в бетонах на легких заполнителях.

Значения коэффициентов Пуассона в двух сериях экспериментов для заполнителя были одинаковыми и соответствовали значениям этой константы у легких заполнителей (керамзитового гравия, аглопорита).

В то же время в опытах на моделях из оптически-активного материала величина μ отличалась от коэффициента Пуассона раствора. Совмещение этих экспериментальных данных при обработке дало резуль-

таты для некоторого среднего значения коэффициента Пуассона материала матрицы ($\mu_1 \approx 0,24$).

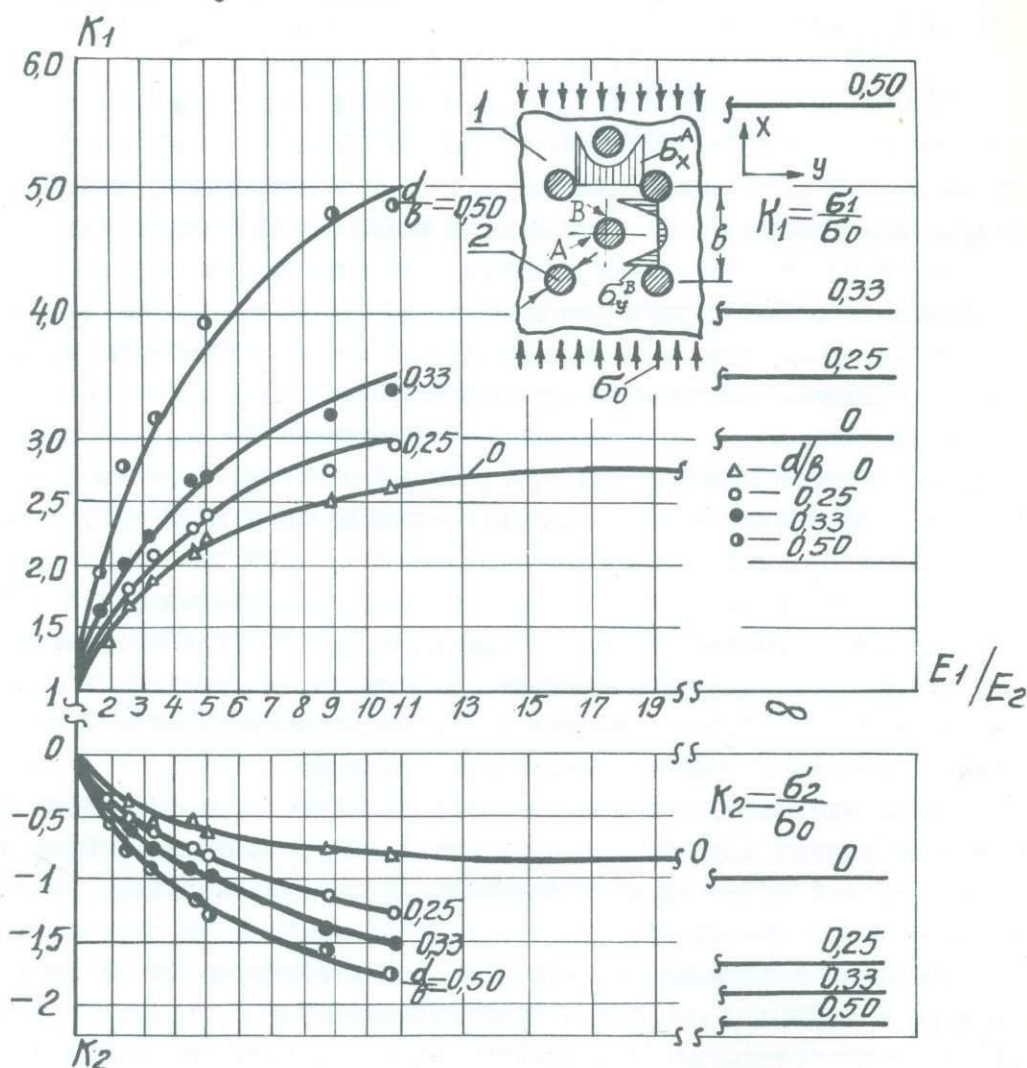


Рис. I. Результаты экспериментов по исследованию зависимостей K_I и K_2 от E_1/E_2 , d/b

На основе обработки результатов эксперимента (см. рис. I) получены зависимости для коэффициентов концентрации — для наибольшего сжимающего напряжения, действующего в точке А матрицы:

$$K_1 = \frac{\sigma_x^A}{\sigma_0} = 1 + 0,7 \text{ еп } E_1/E_2 [1 - 1,16 d/b + 7,9 (d/b)^2], \quad (I)$$

и для наибольшего растягивающего напряжения в точке В матрицы:

$$K_2 = \frac{\sigma_y^B}{\sigma_0} = - (0,35 + 0,79 \alpha/\beta) \rho_n E_1/E_2. \quad (2)$$

Эти зависимости обеспечивают точность $2 \div 5\%$ для диапазона параметров

$$0 < \alpha/\beta < 0,65, \quad 1 < E_1/E_2 < 10,8, \\ \mu_1 = 0,15 \div 0,33, \quad \mu_2 = 0,33 \div 0,35.$$

Напряженное состояние в поле одиночного кругового включения является однородным. Эксперименты методом фотоупругости и с помощью фотоупругих покрытий показывают, что и в случае поля включений для исследованного диапазона α/β напряженное состояние во включении также близко к однородному.

Из этого условия однородности и граничных условий $\xi_{x1}^A = \xi_{x2}^A$, $\xi_{y1}^B = \xi_{y2}^B$ можно получить формулу для сжимающего напряжения в поле включения σ_x^0 . В частности, для случая плоского напряженного состояния эта формула будет иметь вид:

$$\sigma_x^0 = \frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{1}{1-\mu_2^2} [\sigma_{x1}^A (1-\mu_1\mu_2) + \sigma_{y1}^B (\mu_2-\mu_1)] \quad (3)$$

Из (3) следует приближенная формула для определения σ_x^0

$$\sigma_x^0 = K_1 \sigma_0 E_2/E_1 \quad (4)$$

Отметим, что использование полученных экспериментальных данных для определения напряжений σ_y^A и σ_y^0 было бы недостаточно корректным ввиду соизмеримости этих напряжений с погрешностью эксперимента.

Полученные зависимости (1)–(4) нашли подтверждение при нагружении в упругой стадии призм песчано-цементного раствора с ромбическими ячейками цилиндрических вставок гранул керамзита.

Л и т е р а т у р а

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., "Наука", 1966.
2. Блох В.И. Теория упругости. Харьков, Издательство Харьковского Государственного университета им.А.М. Горького, 1964.



Экспериментальный комбинат "Бит"
Таллин, ул. Цикк, 68

Ответственные за выпуск:
Х.К.Абен и Н.И.Пригоровский

Подписано в печать 17. IX 1971. Тираж 1000 экз.
Бумага 30x41. Уч.-изд.л. 8,57. Усл.печ.л. 19,20.
МБ - 08016. Заказ # 1968-1952.

Ротапринт ЭК "Бит", Таллин, Цикк, 68
Цена 59 коп.

Цена 59 коп.

5746