

Н. Н. БОРОВКО

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ
АНАЛИЗ
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ**

Н. Н. БОРОВКО

СТАТИСТИЧЕСКИЙ
АНАЛИЗ
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ

21001 5775



Издательство «Н Е Д Р А»
Ленинградское отделение
Ленинград · 1971



Статистический анализ пространственных геологических закономерностей. Б о р о в к о Н. Н. Л., «Недра», 1971. 174 стр.

В книге изложены общие принципы статистического анализа пространственных геологических закономерностей. Рассматриваются следующие задачи: изучение особенностей взаимного расположения объектов на плоскости, сглаживание наблюдаемых значений, описание изменчивости, выявление преобладающих простираний, обработка комплексных данных, опознание геологических объектов по совокупности косвенных признаков. Описан ряд оригинальных, ранее не публиковавшихся методов обработки результатов наблюдений. Приводится значительное число практических примеров из геологического картирования, поисков и прогнозирования месторождений полезных ископаемых, палеогеографических, фациальных и других видов геологических исследований.

Книга рассчитана на широкий круг геологов, геофизиков и геохимиков, на специалистов, интересующихся применением математики в геологии, и студентов геологических специальностей.

Таблиц 17, иллюстраций 64, библиография — 363 названия.

Светлой памяти
Николая
Константиновича
РАЗУМОВСКОГО,
энтузиаста и подвижника
математического анализа
в геологии,
посвящает эту книгу
автор

ВВЕДЕНИЕ

Проблему выявления пространственных статистических закономерностей по результатам геологических наблюдений в самой общей форме можно сформулировать следующим образом. В ряде точек пространства заданы значения некоторой переменной, скалярной или векторной. Что нужно сделать, чтобы выяснить, имеются ли в этих данных какие-либо пространственные закономерности и как их описать? Рассматриваются при этом только те случаи, когда искомые закономерности не очевидны, осложнены случайными отклонениями и не могут быть выделены, скажем, с помощью изолиний (на плоскости) или другими нестатистическими способами. Можно надеяться, что формальные методы не только будут способствовать более объективному выявлению уже подозреваемых тенденций, но в ряде случаев помогут обратить внимание на наличие новых, не предполагавшихся ранее закономерностей. Описываемые в книге методы имеют особое значение именно в геологических исследованиях, в которых существенно взаимное расположение изучаемых объектов в пространстве. Это обстоятельство нашло отражение в специальном термине «геостатистика», предложенном Ж. Матероном [1968] для данной проблемы (правда, в несколько более узком ее понимании).

Задачи выявления пространственно-статистических закономерностей довольно часто встречаются в геологических исследованиях. Вот несколько наиболее простых примеров.

1. Пласт подсечен рядом скважин. Наблюдаются небольшие случайные отклонения его отметок от некоторой плоскости. Как найти среднее падение и простирание пласта?

2. Несколько месторождений определенной генетической группы располагаются в области развития гранитных интрузий. Имеются ли формальные основания для утверждения о контролирующей роли этих интрузий, что нужно знать для того, чтобы оценить надежность такого утверждения, и как выполнить такую оценку?

3. Изучается расположение тех или иных месторождений на площади. Как установить, какие участки более благоприятны для обнаружения крупных месторождений — с повышенной плотностью расположения других месторождений того же полезного ископаемого, или, наоборот, с пониженной, или же, наконец, такая зависимость вообще отсутствует?

4. Рассматривается расположение зерен некоторого акцессорного минерала в плоскости шлифа. Проявляется ли в этом расположении какое-либо преимущественное направление — линейность, полосчатость? Как поступать, если ответ на этот вопрос не очевиден?

5. Несколько участков изучаемой территории сопоставляются по степени изменчивости некоторого признака, например концентрации того или иного элемента или мощности определенного горизонта. Как количественно охарактеризовать эту изменчивость, чтобы сделать сопоставление объективным?

Во всех подобных задачах предполагается, что изучаемая переменная зависит от координат пространства, т. е. в ее изменении проявляется (или может проявляться) некоторая пространственная закономерность. Кроме того, предполагается, что переменная содержит незакономерные (неконтролируемые) отклонения от этой закономерности, которые удобно рассматривать как случайные.

Применение методов пространственно-статистического анализа позволяет решать большое число различных геологических задач, кроме указанных выше, в геологическом картировании, в металлогенических исследованиях, при поисках и разведке месторождений полезных ископаемых, в геофизических, геохимических, литологических, морфоструктурных и других исследованиях. С помощью этих методов решаются такие задачи, как установление направления сноса обломочного материала терригенных отложений по концентрациям в нем тех или иных минералов, выявление тонких черт зональности интрузивных массивов или рудных тел по концентрациям различных элементов и минералов и по значениям физических свойств пород, выделение рудоконтролирующих факторов и перспективных участков по их совокупности и многие другие.

Применению статистических моделей в геологических исследованиях посвящено уже значительное количество публикаций, в том числе работы проблемного характера, специальные монографии и руководства [Бондаренко, 1967; Вистелиус, 1963а; Дементьев, 1966; Крамбейн, Грейбилл, 1969; Миллер, Кан, 1965; Родионов, 1964; Шарапов, 1965; Griffiths, 1967]. Однако пространственно-

статистические модели в этих работах рассматриваются с меньшей глубиной и в меньшем объеме, чем они того заслуживают. Исключением является лишь книга Д. А. Родионова [1968] и особенно монография Ж. Матерона [1968], в которой обращено внимание на эту проблему и обстоятельно разобрана одна из задач, весьма важная для разведки месторождений с сильно неравномерным распределением.

Предпринятое нами специальное рассмотрение проблемы в общем виде в отдельной работе позволило систематизировать известные задачи, сопоставить между собой их различные решения, а также сформулировать ряд новых важных задач и обсудить возможные пути их решения.

Следует подчеркнуть, что с помощью изложенных в книге методов можно значительно увеличить объем новой полезной информации по сравнению с той, которая извлекается из имеющихся данных чисто пространственными (не статистическими) и чисто статистическими (не пространственными) способами.

Использование описанных методов в практике геологических исследований подготовлено большим потоком получаемой новой геологической информации и наличием вычислительных машин.

Проблема в названной выше общей форме, в сущности, не имеет границ, поскольку искомые закономерности можно произвольно усложнять и умножать число их разновидностей, которые потребовали бы особых способов исследования. Обсуждение ограничено поэтому лишь теми видами пространственных закономерностей, изучение которых, на наш взгляд, представляет наиболее широкий интерес для современных геологических исследований и исследований ближайшего будущего. При этом принимался во внимание доступный в настоящее время объем исходной информации.

В книге рассматриваются в основном задачи, связанные со сравнительно мелкомасштабными геологическими исследованиями, картированием и поисками. Такие задачи можно объединить в следующие группы.

1. Анализ особенностей расположения объектов в пространстве.
2. Описание скалярных случайных полей.
3. Описание случайных полей векторных величин.
4. Использование пространственных закономерностей для прогноза значений признака.

Речь идет, таким образом, о формальной части процесса геологического истолкования имеющейся (привязанной к точкам простран-

ства) геологической информации. Анализ существа выделяемых закономерностей, естественно, занимает здесь подчиненное место и затрагивается лишь применительно к отдельным, частным примерам. Кроме того, приведенные геологические примеры для наглядности и краткости изложения сильно схематизированы.

Отдельные части проблемы изучены в совершенно различной степени. Одни разделы, такие как выделение фона или построение поверхностей тренда, имеют историю, исчисляемую уже десятилетиями, и широко освещены в печати. Другие же разделы, например локальная задача распознавания и т. п., насколько известно, обсуждаются впервые, по крайней мере в приложении к геологическим задачам. Соответственно неравномерно и изложение отдельных разделов проблемы. Одни из них являются, по сути дела, лишь очень кратким и приблизительным конспектом соответствующей обширной отрасли знания, другие же, напротив, содержат только самые общие соображения о возможных путях решения той или иной задачи.

Законченные математические решения имеются пока лишь для наиболее простых и доступных задач. В частности, эти решения справедливы только при соблюдении довольно жестких ограничивающих условий. Поэтому значительную часть задач приходится решать интуитивно, с применением алгоритмов, не имеющих достаточно строгого теоретического обоснования.

Проблема рассматривается в основном с позиций инженера, излагаются преимущественно прикладные ее стороны — большое значение придается практической реализуемости вычислительных процедур, приемлемости получаемых выводов и согласованности их с интуитивными оценками. Используемый математический аппарат ограничен наиболее элементарными сведениями из специальных разделов математики и предъявляет поэтому весьма умеренные требования к математической подготовке читателя.

Материал книги систематизирован по формальному признаку — по виду рассматриваемых статистических моделей. Разделы пронумерованы по десятичной иерархической системе. Нумерация рисунков, таблиц и формул подчинена нумерации разделов: первая цифра в номере таблицы, рисунка или формулы совпадает с первой цифрой в номере соответствующего раздела.

Как и любой первый опыт обобщения такой обширной и сложной проблемы, книга, разумеется, не свободна от различных недостатков. Автор заранее признателен читателям за все присланные критические замечания.

Автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность В. В. Алексееву, Г. П. Тафееву и Ю. Д. Евдокимову, чья неизменная поддержка позволила выполнить исследования, результаты которых использованы в книге. Автор благодарен также Л. И. Абрамовичу, О. В. Иванову, Е. Ю. Капелюшнику, А. М. Королеву, Г. А. Павлову, П. И. Хомченко, П. А. Шапорову за помощь в обеспечении работы практическими материалами. Чрезвычайно признателен автор профессору Б. А. Андрееву, В. Н. Бондаренко, Ю. И. Никольскому, А. Н. Олейникову, Д. А. Родионову, Т. Н. Симоненко, В. А. Черепанову, просмотревшим рукопись и сделавшим ценные рекомендации. Особую благодарность приносит автор А. И. Орлову, сотрудничество с которым весьма способствовало разработке затронутых в книге вопросов. Автор признателен также А. И. Егорову, А. А. Ивановой, В. А. Ильину и В. И. Карпенкову за добросовестное и качественное выполнение большого объема вычислительных и вспомогательных работ.

1.

ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ПРОБЛЕМЫ

1.1.

Общие представления о пространственных статистических закономерностях

В геологических исследованиях важное место занимают выделение и описание неоднородности изучаемой части пространства по тем или иным признакам — по химическому и минеральному составу, структуре пород, особенностям соответствующих комплексов пород, характеру их залегания и т. д. Сведения о выявленных неоднородностях являются той экспериментальной основой, на которой строятся различные выводы (например, реконструкция геологической истории района) и практические решения (прогнозные оценки отдельных районов и участков, заключения о целесообразности и направлении дальнейших исследований).

Для последующего изложения необходимо рассмотреть принципиальные взаимоотношения между характером изучаемых неоднородностей и результатами наблюдений, а также уточнить используемую в этом вопросе терминологию.

Наблюдение. Область влияния эксперимента. Наблюдения, проводимые для выявления и описания неоднородностей, представляют собой совокупность операций, в результате которых каждому из изучаемых объектов приписывается то или иное значение какого-либо признака или совокупности признаков.

Объектом наблюдения нередко может служить естественный объект, достаточно четко обособляющийся от окружающей его среды независимо от данного эксперимента, например минеральное зерно, обломок (галька, валун), геологическое тело (шток, дайка, жила) и т. д. Однако чаще всего приходится выделять объект наблюдения искусственно, например, вырезая часть объема пород при опробовании, блоки для подсчета запасов. Такое же искусственное выделение объекта происходит и в ряде других видов исследований (геофизических, гидрогеологических и др.). Часть пространства, входящую в выделяемый для наблюдения объект, М. В. Рац [1968, стр. 29] предлагает именовать областью воздействия эксперимента.

В одних ситуациях существуют в принципе достаточно широкие возможности изменять размеры и даже форму области воздействия. Например, при опробовании бороздой мы вольны (по крайней мере физически) выбирать и сечение, и длину борозды. Также возможно определенное управление областью влияния в ряде геофизических методов (сейсморазведка, активные виды электроразведки и каротажа).

В иных ситуациях эти возможности существенно ограничены физической природой эксперимента (шлиховая съемка, гравирозведка и магниторазведка, радиометрия). Можно, наконец, представить себе ограничение области влияния эксперимента некоторой комбинацией искусственных и естественных границ. Например, тело пробы может быть ограничено по торцам (или по одному торцу) естественными границами — контактом жилы, пласта и т. п., а по образующей — искусственной границей борозды или керна скважины.

В некоторых исследованиях необходимо и оправданно выполнение наблюдений всех известных объектов интересующего вида, например всех галек из данной пробы, всех блоков, на которые расчленена данная залежь. В других исследованиях интересующие объекты описываются по результатам наблюдений некоторой части объектов — по выборке, т. е. применяется выборочный метод исследования. В этом случае возникает важный и сложный вопрос о выборе объектов для наблюдения, в частности о сети наблюдения.

Далеко не всегда объекты непосредственного наблюдения сами по себе являются и объектами предприняемого исследования — целевыми объектами. Весьма часто в исследованиях используется косвенная связь между объектами наблюдения и целевыми объектами [Крамбейн, Грейбилл, 1969, стр. 122], чтобы по первым судить о последних. Так, образцы пород, отобранные из поверхностных обнажений, позволяют лишь приблизительно судить об интересующих свойствах пород, расположенных на глубине и недоступных для непосредственного наблюдения. Еще более сложна и менее определена связь между свойствами интересующих целевых объектов и результатами различных косвенных наблюдений (геофизических измерений, изучения ореолов рассеяния химических элементов и т. п.).

Реальные неоднородности. Статистический характер пространственных закономерностей. Результаты наблюдений, выполненных в различных частях изучаемого пространства (или с точностью до области влияния — в различных точках пространства), позволяют выявить те или иные неоднородности — различия значений измеряемого признака. Однако такие неоднородности являются лишь некоторым отражением реально существующих, истинных неоднородностей. Для того чтобы представить себе последние и характер их проявления в результатах эксперимента, мысленно разделим все изучаемое пространство на равные элементарные объемы, во много раз меньшие области влияния, характеризующей данные наблюдения. Обычно достаточно, если эти объемы будут различаться на один-два порядка. Выполнив наблюдения каждого из элементарных объемов, мы и описали бы истинные неоднородности, существенные для данного эксперимента. Ограничимся рассмотрением только аддитивных свойств-признаков, таких, чтобы свойство в более крупном объеме определялось суммой свойств входящих в него элементарных объемов, например содержания того или иного химического

элемента в породе. Объединяя элементарные объемы в группы, образующие новые, более крупные, объемы, мы будем получать неоднородности, схожие с исходными лишь частично и обнаруживающие новые свойства. Так, группы соседних элементарных объемов могли часто попадать в пределы одного минерального зерна, и содержания в них, следовательно, практически не различались или описывали бы в основном небольшие изменения концентрации интересующего нас элемента в пределах минерального зерна [Шоу, Крафт, 1964]. Объединение же элементарных объемов в более крупные, соизмеримые с размером минеральных зерен, позволило бы выявлять различия концентраций элемента в зернах различных минералов. Дальнейшее увеличение объема привело бы к описанию локальных, а затем и более крупных неоднородностей в химическом составе пород.

Таким образом, в общем случае при каждом размере области влияния на результате эксперимента сказываются неоднородности, сравнимые по своим размерам с областью влияния и существенно превышающие ее. Первый вид неоднородности создает неконтролируемый случайный эффект, т. е. придает случайный характер результату наблюдения. Второй вид неоднородности определяет закономерную часть результатов наблюдения. При расстояниях между точками наблюдения, не очень сильно превышающих размер области влияния, закономерная часть измеренного признака будет изменяться от точки к точке не слишком сильно, будет допускать интерполяцию ее значений между точками наблюдения. Эта закономерная часть неоднородности и является целью исследования, так как лишь ее значения воспроизводятся. Они не должны заметно изменяться при небольшом смещении сети наблюдений. В целом же наблюдаемые признаки содержат в себе закономерную и случайную часть, т. е. их разумно рассматривать как случайные функции пространства и изучать соответствующими методами.

Какая часть неоднородности будет относиться к случайной, а какая к закономерной, зависит, в частности, от объема влияния эксперимента и сети наблюдений. Ясно, что чем гуще сеть наблюдений, тем более мелкие неоднородности будут изучаться с детальностью, достаточной для того, чтобы они могли быть описаны как закономерные. Однако в этом отношении имеются естественные ограничения. Расположение точек наблюдения на расстояниях, много меньших размеров области влияния эксперимента, нецелесообразно. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в параграфе 1.4.3.

Закономерности, которые могут быть обнаружены в результате данного исследования, ограничены и сверху (размером изученной области пространства). Неоднородности, превышающие по своим размерам изученную часть пространства, в результатах данного исследования проявиться не могут. Размер изученной части пространства, число областей влияния отдельного эксперимента (разрешающая способность эксперимента), уместающихся в изученной

части пространства без перекрытия, и определяют потенциальную информативность данного исследования. В табл. 1.1 изложенные соображения о влиянии неоднородностей различных размеров на результат эксперимента обобщены на примере опробования. В ней охарактеризованы зависимости измеренных величин (содержаний полезного компонента) от координат пространства и основные причины, определяющие форму кривой распределения полученных величин.

Из сказанного следует, что с помощью кривых распределения разумно описывать только случаи, соответствующие варианту 2.

Таблица 1.1. Проявление пространственных неоднородностей в кривых распределения содержания элементов в пробах

Номер варианта	Размеры неоднородности по сравнению с размерами проб	Зависимость содержания в пробе от координат пространства (характеристика содержания как статистического объекта)	Основные причины, определяющие форму кривых распределения, и общая характеристика этих кривых
1	Много меньше размеров пробы	Отсутствует (содержание в пробе — постоянная величина, равная среднему содержанию в опробуемом объеме)	В идеальном случае кривая распределения вырождается в точку, соответствующую среднему содержанию. Практически этому отвечают кривые с весьма малой дисперсией
2	Близок к размеру пробы, но много меньше размеров опробованного объема	Отсутствует (содержание — случайная величина)	Простейшим моделям этого вида соответствуют кривые, удовлетворительно описываемые биномиальным распределением. Форма кривой определяется относительными размерами проб и неоднородностей [Griffiths, 1960; Becker, Hazen, 1961; Четвериков, 1964; Becker, 1964]
3	Сравним по величине с размером опробованного объема и значительно превышает размер пробы	Функциональная зависимость (содержание — функция координат)	Форма кривой полностью определяется видом зависимости, размером и положением опробованного объема
4	Одновременное наличие неоднородностей, сравнимых по величине: а) с размером пробы, б) с размером опробованного объема	Статистическая (содержание — случайная функция)	Форма кривой распределения зависит одновременно от причин, указанных в вариантах 2 и 3

В случаях, соответствующих варианту 3 (и отчасти также тривиальному варианту 1), применение этого способа исследования не имеет смысла. Полученные в варианте 3 кривые не являются кривыми распределения в обычном понимании. Для такого их истолкования пришлось бы сделать весьма искусственные и непривычные допущения о генеральном коллективе, выборки из которого эти кривые могли бы представлять и с которыми можно соотнести полученные из этих выборок оценки среднего, стандарта и т. д. Также бессмысленны в этом случае сопоставления между собой перечисленных «параметров», полученных на различных объектах. Требование, чтобы в изучаемой пространственной системе отсутствовали неоднородности, сравнимые по размерам с изучаемым объемом, — это лишь иначе сформулированное требование о статистической однородности изучаемого коллектива. Никому не придет, вероятно, в голову объединять в одно распределение пробы коренных пород, аллювия, воды и воздуха. Ясно, что результат такого объединения будет отражать прежде всего соотношение числа проб, взятых из различных сред, и окажется по этой причине непригодным для суждения о каких-либо объективных свойствах изучаемой системы. Необходимо уделять достаточно внимания тому, чтобы избежать подобных ошибок в других, менее очевидных случаях.

Так, в случае, отвечающем варианту 4, для того чтобы пользоваться кривыми распределения, необходимо принять специальные меры: ограничить область исследования таким образом, чтобы сделать изучаемую систему более однородной. Это достигается, например, если использовать при построении кривой распределения только те пробы, которые находятся в контурах одного геологического тела, отличающегося по содержанию исследуемого элемента от вмещающих пород, наличие которого обнаруживается в виде крупной неоднородности содержаний.

Указанная связь результата наблюдения с неоднородностями, сравнимыми с размером пробы, определяет, в частности, хорошо известную зависимость распределения от размера пробы [Зенков, 1962; Ehrlich, 1964].

Из сказанного нельзя, однако, делать вывод, что по форме кривой распределения можно судить о наличии пространственных закономерностей, превышающих размер пробы и сравнимых с размером опробованного объема. Одна и та же совокупность значений в зависимости от их расположения в пространстве может иметь как совершенно случайный характер, так и обнаруживать некоторую зависимость от координат и даже образовать неслучайную функцию (рис. 1.1).

Необходимо отметить, что значение пространственных закономерностей вовсе не ограничивается их влиянием на методику решения обычных статистических задач. Пространственные закономерности представляют собой важный самостоятельный объект исследования. Во-первых, в них отражается различие между геологическими объектами по значениям самого измеряемого признака (глава 3.1).

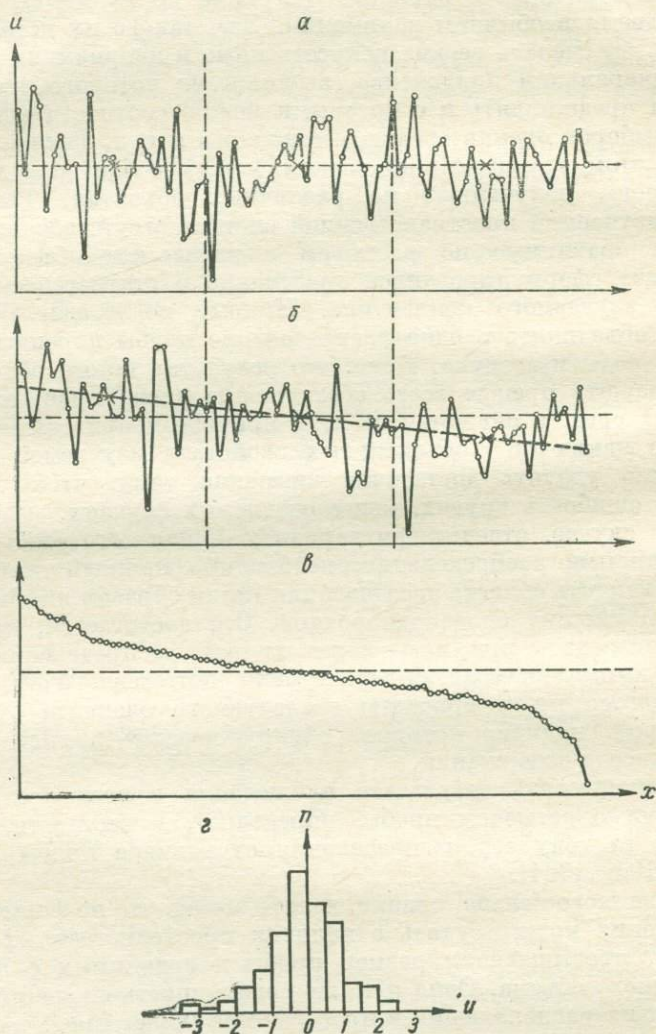


Рис. 1.1. К возможности выявлять наличие пространственной закономерности по виду кривой распределения.

Одна и та же серия значений из таблицы нормальных случайных чисел, расположенных: *a* — в порядке следования в таблице; *b* — с небольшим трендом, отмеченным крестами с пунктиром; *v* — в порядке убывания; *z* — распределение значений в серии.

Во-вторых, определенные особенности таких закономерностей можно использовать для выделения, описания и сравнения геологических объектов (разделы 2, 4, 5, главы 3.2, 3.3).

Из всех многочисленных задач пространственно-статистического характера мы будем дальше уделять наибольшее внимание важным задачам картирования пространственных статистических закономерностей.

Указанная проблема довольно тесно соприкасается с другой важной задачей — выделением полезной информации из имеющейся суммарной. В этой проблеме используется тот основной принцип, что не всякий полезный признак объекта наблюдения может измеряться непосредственно. Во всяком случае, непосредственное измерение признака далеко не всегда целесообразно. Чаще значительно проще вычисление интересующего признака по результатам измерений. В связи с этим предлагается [Синицын, 1965] изменить содержание самого понятия «измерение», включив в него и процесс обработки, играющий нередко важную, а то и определяющую роль.

Область перекрытия двух указанных проблем достаточно велика, потому что сказанное в особенности касается тех случаев, когда в производном признаке используются особенности пространственного расположения точек наблюдения. Но перекрытие названных проблем тем не менее лишь частичное. Не всякий производный признак является пространственно-статистическим по своему смыслу. И проблема изучения пространственных статистических закономерностей не может быть сведена к одному лишь построению вторичных признаков. Однако частичное совпадение этих двух проблем весьма важно, и мы будем далее в отдельных случаях использовать его для того, чтобы несколько выходить за рамки проблемы изучения пространственных статистических закономерностей. В ряде случаев будет целесообразно описывать признаки, которые похожи на статистические лишь по форме вычисления.

1.2.

Краткий исторический обзор

Четко определить, когда начались исследования по рассматриваемой проблеме, довольно сложно. Уже в давних работах [Griswold, Munn, 1907] рассматривается пространственное поведение суммы двух переменных, одна из которых предполагается известной, для отыскания значений второй переменной. Хотя эти способы применялись к довольно гладким, т. е. практически неслучайным, полям, в частности к структурным картам, они близки к решению тех задач, которые будут рассматриваться в разделе 3.1. Давнюю историю имеет и близкая задача сглаживания [Нумеров, 1931; Пенкевич, 1939]. Вероятно, можно при желании найти и другие подобные работы, совершавшиеся «на подступах» к пространственным статистическим моделям.

По-видимому, первые публикации, непосредственно посвященные пространственным статистическим моделям, — это весьма мало

известные труды С. Ю. Доборжинского [1910, 1910—1911, 1911]. В этих работах дано решение задачи об отыскании средних элементов залегания пласта посредством аппроксимации его плоскостью по способу наименьших квадратов. Сделана также попытка решить некоторые другие пространственно-статистические задачи, связанные с разведкой месторождений, в частности оценена вероятность обнаружения тел простой формы равномерной сетью выработок.

Следующий тип пространственно-статистических геологических задач, который привлек к себе внимание исследователей, — это вероятностная характеристика результатов количественного минералогического анализа шлифов под микроскопом. Первая работа, посвященная этому вопросу, принадлежит А. М. Журавскому [1932]. Результаты последующих обширных исследований обобщены в книге Ф. Чейза [1963].

В начале — середине тридцатых годов появляются указания на пространственно-статистический характер задач, с которыми приходится иметь дело при разведке месторождений. О наличии «координированной» (неслучайной) части изучаемых при этом геологических переменных упоминается в работах С. Н. Иванова [1936], В. Г. Соловьева [1938], Н. К. Разумовского [1940]. В послевоенные годы началась разработка способов статистического анализа коррелированных переменных при подсчете запасов [Грудев, 1961; Ермолаев, 1955, 1962; Казаковский, 1948; Каллистов, 1956; Низгурецкий, 1961, 1963; Четвериков, 1962, 1968; Шарапов, 1952; Шехтман, 1959; Agterberg, 1964; Gy, 1964; Krige, 1952, 1964, 1966 и др.].

Наиболее глубоко рассмотрены многие из этих вопросов в трудах Ж. Матерона [1968], основные практические выводы которых приведены в руководстве Э. Карлье [1966]. Ж. Матерон впервые сформулировал проблему в достаточно общем виде и предложил для нее наименование «геостатистика».

В сороковых годах стали применяться статистические методы для описания геофизических, в основном гравитационных и магнитных полей, разделения их на региональную и локальную части и для характеристики случайных полей, моделирующих физические поля [Андреев, 1948; Андреев, Клушин, 1962; Гладкий, 1960, 1967; Клушин, 1959, 1961; Тархов, 1959; Тихонов, Буланже, 1945; Шнеерсон, 1946; Brown, 1955; Elkins, 1940; Grant, 1952, 1957; Grant, West, 1965 и др.].

Ряд геологических задач, включающих представление о пространственных статистических моделях, сформулировал и решил А. Б. Вистелиус [1944; 1949а, б; 1962; 1963а, б; 1968 и др.]. В частности, он применял своеобразного вида аппроксимирующие функции для описания статистической закономерности изменения пористости в разрезе осадочных пород и изучал автокорреляционные свойства этой закономерности. А. Б. Вистелиус предложил оригинальные решения для ряда других задач — для изучения изменчивости литологического состава осадков в разрезе и минерального состава кристаллических пород и др.

Значительное развитие получила проблема в работах У. К. Крамбейна, Р. Л. Миллера и их последователей по использованию пространственных статистических моделей при анализе структурных и фациальных карт, при изучении особенностей минерального и химического составов и физических свойств интрузивных и осадочных пород [Krumbein, 1953; 1956; Merriam, Lippert, 1966; Miller, 1956; Read, Merriam, 1966; Whitten, 1960, 1961 и др.]. Принципы и методика этих исследований изложены в монографиях У. Крамбейна и Ф. Грейбилла [1969], Р. Л. Миллера и Дж. С. Кана [1965].

Особенности картирования векторных полей обсуждаются в работах Ф. П. Агтерберга [Agterberg, 1966, 1967], У. К. Крамбейна [Krumbein, 1955], К. Пельто [Pelto, 1954] и в специальной монографии Д. А. Родионова [1968].

В работах Дж. Аффлека [Affleck, 1963], А. Б. Когана [1967], Р. Лаутербаха [1957], С. У. Хортона, У. Б. Хемпкинса, А. А. Дж. Хоффмана [1966], Ю. Б. Шауба [1963] и других анализируется анизотропия изучаемых геофизических полей.

В последнее десятилетие вышли работы по анализу неоднородности (изменчивости) рельефа дневной поверхности [Бухарцев, 1962; Stone, Dugundij, 1965 и др.] и других геологических переменных.

Существенный вклад в развитие проблемы внесла работа М. В. Раца [1968] о неоднородности физических свойств горных пород.

Приведенная историческая справка по необходимости очень кратка и, разумеется, ей далеко до исчерпывающей. В ней упоминаются лишь наиболее значительные, по крайней мере для своего времени, работы. Несколько более полная библиография будет приводиться далее в каждом из разделов книги. Необходимо, однако, сразу же оговориться, что многие вопросы рассматриваемой проблемы разрабатывались и публиковались часто не самостоятельно, а применительно к решению тех или иных геологических задач, причем применение нового метода не всегда отражалось в заголовке работы. По этой причине и по ряду других идеальной последовательности, когда каждая следующая работа усваивает опыт предыдущих, здесь практически не наблюдается. Все это крайне затрудняет библиографические изыскания и, в частности, сделало бы весьма условными большинство выводов о приоритете, по крайней мере в обычном его толковании.

1.3.

Общие принципы решения задачи¹

С помощью пространственных статистических моделей может решаться в общем значительно более широкий круг задач, чем тот, который приведен в литературном обзоре. Можно рассчитывать, что многие из таких новых задач представляют существенный интерес для геологических исследований. Прежде чем перейти к характеристике данных задач, сформулируем проблему в общем виде.

Пространственные статистические закономерности изучаются для их использования при сопоставлении и различении геологических объектов и ситуаций.

В связи с этим необходимо выяснить: 1) что именно можно называть пространственной статистической закономерностью, 2) какими бывают эти закономерности, 3) что нужно делать для их выявления, 4) стоит ли заниматься этими закономерностями, потеряем ли мы что-либо, если не будем обращать на них внимания?

Предполагается, что имеющиеся исходные данные представляют собой результат наблюдения случайного поля в точках некоторой плоскости. Например, это может быть аддитивное случайное поле, описываемое выражением

$$u = f(x, y) + \varepsilon, \quad (1.1)$$

где u — изучаемая переменная; x, y — координаты пространства; $f(x, y)$ — неслучайная часть поля; ε — случайные, неконтролируемые отклонения поля от $f(x, y)$, не зависящие от координат x, y .

Деление поля u на закономерную и случайную части условно и в различных задачах может осуществляться различным образом. Как крайнюю в этом отношении можно представить себе такую ситуацию, когда при одном и том же исходном поле u в одних задачах будет считаться, что $f(x, y) = \text{const}$, т. е. все изменения поля относятся к ε , а в других задачах, напротив, будет приниматься $\varepsilon = 0$, т. е. все изменения того же поля будут рассматриваться как закономерные. Подробнее этот вопрос будет обсуждаться далее в соответствующих разделах.

Для проверки того или иного предположения о характере случайного поля, например в выражении (1.1) о виде функции $f(x, y)$, т. е. для проверки выбранной модели и для описания этого поля, применяется некоторый оператор $\nabla[u]\Omega$, в котором операции выполняются со значениями поля u в области Ω плоскости, на которой это поле задано. Вид оператора определяется видом проверяемой модели.

Приведем следующий простой пример. Пусть в нескольких точках на плоскости задано положение (высотные отметки) некоторой поверхности, какого-либо маркирующего горизонта. Требуется определить средние элементы залегания этой поверхности. В качестве таковых разумно выбрать элементы залегания плоскости, наилучшим образом аппроксимирующей имеющуюся поверхность. Таким образом, в качестве модели изучаемой величины (высотные отметки поверхности), результаты наблюдения которой обозначим u_i , выбирается аддитивное случайное поле вида (1.1), где $f(x, y)$ — линейная функция координат, т. е.

$$f(x, y) = a_1x + a_2y + a_3. \quad (1.2)$$

Начало отсчета удобно поместить в центр измеренных значений x, y, u_i с координатами

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \quad \bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i, \quad (1.3)$$

где n — общее число заданных значений u_i .

Тогда, обозначив

$$\xi = x - \bar{x}; \quad \eta = y - \bar{y}; \quad \zeta = u_i - \bar{u}, \quad (1.4)$$

можно записать уравнения (1.1), (1.2) в виде

$$\zeta = f(\xi, \eta) + \varepsilon; \quad f(\xi, \eta) = a_1 \xi - a_2 \eta. \quad (1.5)$$

Если аппроксимировать ζ плоскостью по методу наименьших квадратов, то коэффициенты a_1 и a_2 уравнения (1.5) плоскости отыскиваются из выражений

$$a_1 = \frac{\sum \eta^2 \sum \xi \zeta - \sum \xi \eta \sum \eta \zeta}{\sum \xi^2 \sum \eta^2 - (\sum \xi \eta)^2}; \quad a_2 = \frac{\sum \xi^2 \sum \eta \zeta - \sum \xi \eta \sum \xi \zeta}{\sum \xi^2 \sum \eta^2 - (\sum \xi \eta)^2}, \quad (1.6)$$

где индекс i у переменных ξ , η и ζ опущен и суммирование производится по всем i от 1 до n .

Искомые элементы залегания плоскости (средние элементы залегания изучаемой поверхности) определяются из выражений: азимут простирания γ , отсчитываемый от оси y ,

$$\gamma = \arctg \left(-\frac{a_2}{a_1} \right); \quad (1.7)$$

угол падения β , отсчитываемый от горизонтали,

$$\beta = \arccos \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}}. \quad (1.8)$$

В качестве иллюстрации приведем следующий пример (табл. 1.2). Для наглядности в нем использованы однозначные числа. Чтобы пример выглядел более правдоподобным, будем считать, что имеем дело с десятками метров. По суммам соответствующих столбцов табл. 1.2, пользуясь выражениями (1.6), вычисляем

$$a_1 = 1 \frac{10 \cdot 16 - (-5) \cdot 21}{26 \cdot 10 - (-5)^2} = \frac{160 + 105}{260 - 25} = \frac{265}{235} = 1,13;$$

$$a_2 = \frac{26 \cdot 21 - (-5) \cdot 16}{26 \cdot 10 - (-5)^2} = \frac{546 + 80}{260 - 25} = \frac{626}{235} = 2,67.$$

Таблица 1.2. Определение средних элементов залегания пласта по методу наименьших квадратов

i	Исходные значения переменных			Центрированные переменные			ξ^2	η^2	$\xi\eta$	$\xi\zeta$	$\eta\zeta$	$f(\xi, \eta)$	$\zeta - f(\xi, \eta)$	$[\zeta - f(\xi, \eta)]^2$
	x	y	u	ξ	η	ζ								
1	1	5	10	-3	2	2	9	4	-6	-6	4	1,95	0,05	0,0025
2	2	2	3	-2	-1	-5	4	1	2	10	5	-4,93	-0,07	0,0049
3	4	3	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	6	1	5	2	-2	-3	4	4	-4	-6	6	-3,08	0,08	0,0064
5	7	4	14	3	1	6	9	1	3	18	6	6,06	-0,06	0,0036
Сумма	20	15	40	—	—	—	26	10	-5	16	21	—	—	0,0174
Среднее	4	3	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Значения $f(\xi, \eta)$ в точках задания поля вычисляются, таким образом, из уравнения

$$f(\xi, \eta) = 1,13\xi + 2,67\eta.$$

Искомые оценки элементов залегаения равны

$$\gamma = \arctg\left(-\frac{2,67}{1,13}\right) = \arctg(2,36) = 113^\circ;$$

$$\beta = \arccos \frac{1}{\sqrt{1,28 + 7,13 + 1}} = \arccos(0,33) = 72^\circ.$$

Большинство других пространственно-статистических моделей имеет значительно более сложный вид.

Модели, которые мы будем рассматривать, разумно классифицировать по следующим признакам.

Размерность пространства, в котором изучается поле. Как уже говорилось, в основном мы будем иметь дело с двухмерными моделями, т. е. с полями, заданными на плоскости. Лишь в отдельных случаях будут привлекаться представления о полях, заданных на прямой. Значительная часть выводов справедливых для двухмерного пространства, справедлива и для трехмерного. Четырехмерное пространство, включающее координату времени, представляет значительный интерес во многих видах геологических исследований. Однако ряд специфических черт задач, решаемых в таком пространстве, требует особого обсуждения и в данной работе не рассматривается.

Мерность случайной величины, образующей случайное поле. По этому признаку будем различать скалярные и векторные случайные поля. Последние будут моделировать как векторы, ориентированные в реальном трехмерном или двухмерном пространстве, так и комплекс различных скалярных переменных, например комплекс геохимических данных.

По области их существования среди скалярных случайных величин будут различаться дискретные и непрерывные. Примером первых может быть описание литологического (песчаник, алевролит и т. д.) или петрографического (гранит, гранодиорит и т. д.) состава пород, примером вторых — сведения об их химическом составе (процентные содержания того или иного элемента или окисла).

Дискретные случайные величины будем различать по наличию или отсутствию метрики на метрические и неметризуемые. Например, гранулометрическая характеристика породы, даваемая даже в словесной форме (аргиллит, алевролит, песчаник, гравелит) в принципе может быть хотя бы приблизительно метризована. Различные ее значения по крайней мере могут быть упорядочены, т. е. расположены в едином естественном порядке, указанном в нашем примере, и пронумерованы. Петрографическое же описание породы обычно

не может быть метризовано даже в такой приблизительной форме. Подробнее этот вопрос рассматривается в параграфе 2.2.2.

Модели будут различаться также по характеру описываемых ими особенностей случайного поля. В этом смысле будут различаться модели, описывающие закономерную часть поля, его отклонения от этой закономерной части (изменчивость) и анизотропию поля, в частности градиент поля и границы однородных совокупностей. Для описания особенностей векторных случайных полей предназначены также модели, учитывающие изменение в пространстве характера связи между компонентами вектора. С помощью моделей последнего типа не только описывается случайное поле, но изучаемые связи между компонентами используются также для прогноза неизвестных компонент вектора по известным значениям остальных компонент.

Наконец, во многих случаях удобно различать модели по *детальности описания* отражаемых в них пространственных закономерностей. Будем говорить, что модель (и решаемая с ее помощью задача) общая, если в ней отражается только сам факт наличия закономерности данного вида. Напротив, модель (и соответствующая задача) будет именоваться локальной, если ею описываются изменения того или иного статистического свойства поля в различных точках изучаемой площади. В некоторых случаях разделение моделей и задач на общую и локальную может быть несколько искусственным, но в целом граница между ними довольно очевидна.

Возможные виды моделей и способы проверки их пригодности для описания имеющихся эмпирических данных излагаются в последующих разделах книги. Остановимся еще на том, как мы будем ставить вопрос о практической целесообразности изучения таких закономерностей. В этом отношении можно представить себе следующие основные ситуации.

1. Для описания и различения данных геологических объектов вполне достаточно признаков, выделяемых без привлечения пространственных статистических моделей и без соответствующей специальной обработки исходной информации.

2. Пространственные статистические закономерности необходимо привлекать при описании объектов, но они в общем видны и на глаз, так что специальные приемы обработки только способствуют более объективному выделению этих закономерностей.

3. Пространственные статистические закономерности на глаз не обнаруживаются, а специальные приемы обработки позволяют их выделить и использовать для различения геологических объектов.

4. Применение специальных приемов не позволяет выделить таких пространственных закономерностей, которые внесли бы что-то новое в проблему различения геологических объектов.

Мы постараемся показать, что ситуации вида 2 и 3 практически встречаются достаточно часто, что и оправдывает специальное изучение рассматриваемой нами проблемы. Что же касается ситуации 4,

то представляется, что она во многих случаях может свидетельствовать о недостатке или недоброкачественности имеющегося материала, а не только о принципиальной неразрешимости задачи.

1.4.

Некоторые методические вопросы

1.4.1.

Требования, предъявляемые к признакам

В главе 1.3 уже говорилось о тех признаках, которые можно рассматривать в качестве переменных в описываемых ниже задачах. Здесь мы сформулируем лишь некоторые общие требования, которым должен удовлетворять исходный признак в данных задачах, как, впрочем, и в любых других задачах по обработке информации.

Предполагается, что признак:

1) измерим, т. е. известна процедура, которая позволяет определить значение признака с погрешностью, допустимой в данном исследовании;

2) воспроизводим, т. е. повторение процедуры должно приводить к значениям, отличающимся от первоначальных не более чем на ту же допустимую погрешность;

3) изменчив, т. е. среди объектов наблюдения, вовлекаемых в данное исследование (сопоставляемых в его процессе), обнаруживаются такие, у которых значения признака различаются хотя бы на погрешность его измерения.

Представления о погрешности измерения (наблюдения), использованные в определении измеримости, воспроизводимости и изменчивости, достаточно очевидны лишь в применении к признакам, обладающим метрикой. В применении к неметризуемым признакам погрешность наблюдения можно, видимо, определить через матрицу переходных вероятностей (параграф 2.2.2) первичных и повторных наблюдений, в частности по проценту расхождений, как это делается в задачах распознавания (раздел 5).

1.4.2.

Критерии надежности выявляемой закономерности

Можно представить себе следующие основные пути оценки значимости выявляемых закономерностей.

1. Установить геологический смысл выявляемой закономерности специальными наблюдениями. Это исчерпывающий способ, так как им непосредственно проверяется реальность выявляемой закономерности и выясняется целесообразность ее использования при решении тех или иных геологических задач. Однако он требует также и наибольших затрат времени и средств на свою реализацию по сравнению с другими способами, которые рассматриваются далее

в порядке убывания их способности выявлять наиболее тонкие закономерности и по мере одновременного уменьшения необходимых затрат и необходимой исходной информации на их реализацию.

2. Оценить значимость выявляемой закономерности с помощью объективных критериев, исходя из известных особенностей случайной части изучаемого поля.

3. Установить способность признака, описывающего данную закономерность, формально различать какие-либо геологические объекты — или самостоятельно, или в совокупности с другими признаками (раздел 5). Оценить значимость получаемой информации и отличие ее от информации, даваемой другими признаками. Этим способом можно пропустить часть эффективных признаков, т. е. признать их за неэффективные, так как традиционными геологическими наблюдениями обычно документируется (в отличие от специальных наблюдений, предусмотренных п. 1) лишь часть доступной характеристики геологических объектов. Кроме того, что тоже нередко случается, имеющиеся материалы могут быть просто недостаточно детальными для того, чтобы эта проверка была вполне эффективной.

4. Выявить корреляционную зависимость признака с какими-то другими признаками. Это еще более слабый способ проверки. Вопрос о наличии независимой части в полученной информации остается при этом открытым. В известном смысле способ 3 является частным вариантом способа 4.

5. Установить автокоррелируемость признака при расстояниях (сдвигах), превышающих размер площадки трансформации. Это наименее эффективный способ проверки надежности. В некоторых случаях в отношении закономерностей, надежность которых подтверждена данным способом, может оставаться подозрение, связаны ли они вообще с какими-либо геологическими объектами или являются результатом тех или иных особенностей процедурного характера — методики съемки и обработки материала. Впрочем, последнее сомнение может быть обычно выяснено достаточно тщательным анализом возможных технических причин появления наблюдаемой особенности поля.

В целом, как упоминалось выше, критерии 3—5 можно рассматривать как приемлемые, но не необходимые. Иначе говоря, признак может быть эффективным, но не коррелироваться ни с какими другими признаками и не обладать значимой автокорреляцией. Такие признаки формально можно себе представить, однако можно также ожидать, что они будут встречаться не очень часто. Во всяком случае опыт работ показывает, что, пользуясь даже наиболее слабыми критериями вида 4 и 5, можно выявить значительный объем новой полезной информации, заключенной в новых, ранее не использовавшихся признаках. Это не устраняет, конечно, необходимость разрабатывать проблему более глубоко и выявлять более тонкие особенности имеющейся информации с помощью более мощных критериев 1 и 2.

Вопрос о способах изучения пространственных статистических закономерностей чрезвычайно важен и в то же время довольно слабо изучен. Когда пространственные закономерности отсутствуют, т. е. свойства членов изучаемого статистического коллектива не зависят от координат пространства, размещение наблюдений в пространстве не сказывается (в статистическом смысле) на результатах исследования. Выборка из генеральной совокупности будет представительной, если только при ее составлении не учитываются значения изучаемой переменной, регистрируемые в каждом элементарном наблюдении, т. е. вопрос о включении того или иного члена генеральной совокупности в выборку решается независимо от соответствующего ему значения переменной. Таким образом, если исследуемой системой (генеральной совокупностью) являются, скажем, породы того или иного геологического тела, например интрузивного массива, то при отсутствии пространственных закономерностей безразлично, как будут размещены пробы в пределах изучаемого тела: будут ли они отобраны из одного обнажения или же будут равномерно распределены по выходу тела на дневную поверхность или даже по всему его объему.

Вопрос о системе опробования, о размещении точек наблюдения в пространстве в пределах опробуемого объекта возникает только потому, что исследуемым объектам свойственны пространственные закономерности. Приступая к исследованию такого объекта, мы обычно допускаем, что такая закономерность может иметь место, а значит, должны принимать меры к тому, чтобы узнать возможно больше о таких закономерностях, разместить наблюдения оптимальным в этом смысле образом. Однако более четкие критерии такой оптимизации еще недостаточно разработаны.

Вид сети. В геологической литературе [Крамбейн, Грейбилл, 1969, стр. 124; Baird и др., 1964; Griffiths, 1967; Rosenfeld, 1954 и др.] рассматриваются следующие основные системы опробования: равномерное, случайное, многостадийное. При равномерном опробовании точки наблюдения располагаются на плоскости по правильной геометрической сети, например по квадратной или ромбической. При случайном опробовании положение точек наблюдения выбирается наудачу, например с помощью таблицы случайных чисел. Многостадийное опробование заключается в следующем. Исследуемая территория делится на приблизительно равные части на нескольких уровнях. Пусть, например, территория разделена на 7 квадратов площадью по 1 км^2 (квадраты первого уровня). Каждый из этих квадратов разделен на девять квадратов второго уровня. Последние в свою очередь делятся каждый на четыре квадрата третьего уровня, составляющие, таким образом, $\frac{1}{36}$ от квадрата первого уровня и $\frac{1}{252}$

от всей исследуемой территории. На каждый из квадратов третьего уровня приходится несколько пунктов возможного опробования, например, обнажений. Пункты для опробования отбираются случайным образом на каждом из уровней.

В решении многих задач наиболее эффективной или вполне приемлемой оказывается равномерная сеть. Например, это будет показано ниже в отношении изучения изменчивости поля (глава 3.2), его анизотропии (особенно сложной анизотропии, изучаемой на больших площадях, глава 3.3). Лишь в отдельных специальных случаях более эффективными представляются другие виды сети. Так, при наличии отчетливой цикличности с периодом порядка двух средних шагов сети несколько более эффективной оказывается случайная сеть [Gu, 1967, стр. 173; Madow, 1946]. Однако даже в этом случае преимущества случайной сети незначительны. Выигрыш в эффективности оказывается много меньше того выигрыша, который получается при использовании равномерной сети в остальных случаях.

При оконтуривании выявленных объектов выгоднее динамическая система исследования, в которой положение каждого следующего наблюдения основывается на результатах всех предыдущих. При изучении анизотропии автокорреляции более полные данные при равном числе наблюдений дает полярная сеть. Изложенные соображения обобщены в табл. 1.3.

Вероятно, именно благодаря описанным преимуществам равномерной сети она применяется на практике чаще, чем случайная. По крайней мере, это справедливо для тех случаев, где имеется возможность выбора, например при размещении горных выработок, буровых скважин, пунктов геофизических наблюдений. По-видимому, в этом сказывается не только относительная простота реализации равномерных сетей. В дальнейшем мы будем в основном оперировать представлением о равномерных сетях исследования.

Плотность сети. Дискретные модели. Вероятность обнаружения объекта поисковой сетью. Обнаружением объекта в рассматриваемой задаче считается попадание в него хотя бы одной точки сети либо нескольких точек не менее заданного их числа. Указанной теме посвящено уже значительное число работ, начало которым положено еще в XVII в. трудами К. Бюффона [Kendall, Moran, 1963, стр. 70, 104]. В геологических исследованиях, насколько известно, первым обратил внимание на эту проблему С. Ю. Доборжинский [1910—1911]. Он рассмотрел вероятность случайного пересечения кругового объекта сетью параллельных прямых и некоторыми простыми вариантами точечных сетей, а также вероятность пересечения прямолинейного отрезка перпендикулярной к нему системой прямых. Далее начала разрабатываться проблема вероятностной характеристики исследований шпифов под микроскопом [Глаголев, 1963; Журавский, 1932; Иванов, Фаас, 1964; Чейз, 1963; Krumbein, Pettijohn, 1938, стр. 130; Plas, Tobi, 1965].

Таблица 1.3. Характеристика эффективности различных вариантов сети при решении отдельных задач

Характеристика модели	Решаемая задача	Критерий оптимизации сети	Предпочтительный вид сети
Дискретные модели	Обнаружение объектов	Доля пропущенных объектов	Равномерная, особенно при повышенном интересе к наиболее крупным объектам
	Оконтуривание объектов	Ошибка в определении положения границы	Направленная, динамическая система изучения
Непрерывные модели	Описание закономерной части поля	Ошибка в оценке закономерной части поля	Равномерная
	То же при наличии существенной периодичности Описание изменчивости поля (глава 3.2) Описание сложной анизотропии (глава 3.3) Описание простой анизотропии (зависимость автокорреляции от направления) и некоторых специальных видов анизотропии (например, концентричности)	То же Ошибка в оценке изменчивости Ошибка в оценке направления и степени анизотропии То же	Случайная сеть несколько предпочтительнее равномерной Равномерная » Полярная

Проблемой эффективности сети при поисках занимался Б. А. Андреев [1938]. Интенсивная разработка этой проблемы началась с середины пятидесятых годов [Булгаков, Панченко, 1967; Евдокимов, 1964; Еремков, 1962; Россман, 1967; Саврасов, 1962; Шурыгин, 1967; Agocs, 1955; Alliot, Bonnet, Sarcia, 1961; Brown, 1961; Lilley, 1968; Marshall, 1964; Slichter, 1955]. Наиболее законченные решения достигнуты И. Д. Савинским [1964] и О. Г. Семеновой [1964 а, б; 1966, 1968]. В работах Р. Эллиса, Дж. Блекуэлла (Ellis, Blackwell, 1959) и других авторов [Горбунов, Мишин, 1968; Celasun, 1964; Griffiths, Drew, 1964; Kurala, 1964] анализируется экономическая сторона проблемы и вводится в рассмотрение третье измерение — глубина залегания объекта.

Общий принцип решения подобных задач заключается в отыскании геометрической меры благоприятных исходов и через нее искомой геометрической вероятности. Так как задача решается на пло-

скости, эта мера является мерой площади и соотносится с площадью исследуемой территории.

Выше упоминалось, что К. Бюффеном найдена вероятность обнаружения иглы-объекта пренебрежительно малой ширины и длины w системой равноотстоящих (с интервалом c) прямых линий:

$$P = \frac{2w}{\pi c}. \quad (1.9)$$

Другие, более сложные решения не приводятся нами, так как требуют самостоятельного, достаточно детального изложения. Ограничимся поэтому лишь краткими ссылками. Л. В. Сличтер [Slichter, 1955] дал решение для вероятности обнаружения правильной системой точек объектов, имеющих форму кругового кольца и прямоугольных, произвольно ориентированных. У. Б. Эгоск [Agocs, 1955] нашел выражение для вероятности пересечения произвольно ориентированных прямоугольных объектов системой равноотстоящих прямых линий. И. Д. Савинский [1964] вывел вероятность обнаружения объектов эллиптической формы правильной системой точек и рассчитал соответствующие таблицы.

О. Г. Семенова [1964; 1966] нашла общее решение для определения вероятности обнаружения объекта любой заданной формы, содержащее в себе в виде частных случаев остальные решения. Кроме того, О. Г. Семенова предложила решение для определения вероятности пересечения системой равноудаленных параллельных прямых группы объектов прямоугольной формы. Основной принцип этого решения достаточно нагляден и может, по-видимому, найти применение во многих задачах. Схема реализации этого принципа пояснена на рис. 1.2.

При заданном направлении сети и некотором произвольном положении ее относительно объектов определяется вероятность пересечения сетью каждого из объектов по его проекции на нормаль к направлению сети. Далее межмаршрутные отрезки этой нормали совмещаются, как показано на рис. 1.2. Особо отмечаются при этом случаи перекрытия проекций двух (как на рис. 1.2) или большего числа объектов на каждом из таких отрезков. Наконец, по совмещенным проекциям объектов определяются геометрические меры вероятности не менее чем однократного (1), не менее чем двукратного (2) и более многократных пересечений данной группы объектов при заданной ориентировке и густоте сети. При другой ориентировке сети вероятности получатся, разумеется, иными.

О. Г. Семенова нашла также вероятностную оценку доли объектов, обнаруживаемых при двукратных поисках с различной ориентировкой сетей.

Плотность сети. Модели с непрерывными переменными. Обычный критерий выбора сетей при изучении полей непрерывных переменных — обеспечение заданной погрешности интерполяции поля в промежутке между пунктами наблюдения. Чаще всего эта ошибка оценивается эмпирически по результатам наблюдений при различной

густоте сети [Попов, 1962]. Имеются решения, связывающие ошибку интерполяции с автокорреляционными свойствами поля [Калашников, 1959; Карасик, 1967]. Делаются попытки определения оптимальной сети на моделях [Зубов и др., 1966]. Представляется, однако, что ошибка интерполяции не всегда является подходящим критерием оптимизации сети. Если целью исследования является не точное значение поля в произвольной точке площади, а некоторые отдельные особенности его, например «фон» или аномалии определенных размеров (глава 3.1), его изменчивость (глава 3.2) или анизотропия (глава 3.3), то и сеть нужно подбирать такой, чтобы обеспечить заданную точность определения этих непосредственно ненаблюдаемых особенностей поля. В частности, для получения сглаженного значения поля на площадке некоторых размеров с дисперсией порядка s_0^2 необходимо, чтобы на эту площадку попало не менее $n = \frac{s^2}{s_0^2}$ точек, где s^2 — дисперсия случайной, подавляемой части поля ϵ в выражении (1.1). При этом предполагается, что значения ϵ в соседних точках наблюдения независимы.

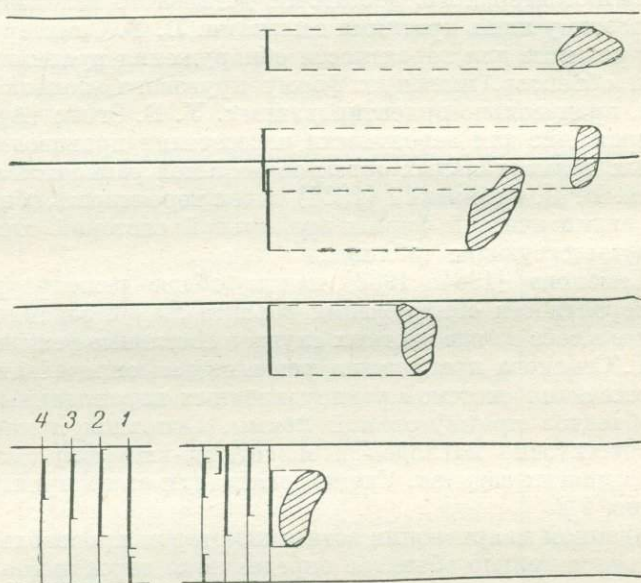


Рис. 1.2. Оценка вероятности обнаружения группы объектов произвольной формы системой параллельных равноудаленных прямых.

В целом шаг выбирается таким, чтобы обеспечить надежность определения вычисляемого признака и возможность выявления участков интересующего размера, выделяющихся по значениям этого признака. Так, при изучении дисперсии поля (см. главу 3.2), для того чтобы обеспечить выявление участков поля с дисперсией,

отличающейся от средней на 50%, при размере участка Ω , m , требуемый шаг можно определить следующим образом. Стандарт $\sigma_{\hat{\sigma}^2}$ оценки $\hat{\sigma}^2$ генеральной дисперсии σ^2 по выборке из n наблюдений при нормальном распределении равен, как известно, [Дунин-Барковский, Смирнов, 1955, стр. 227]

$$\sigma_{\hat{\sigma}^2} = \sigma^2 \sqrt{\frac{2}{n}}. \quad (1.10)$$

Отсюда, считая, что отличие дисперсии от средней устанавливается надежно, если оно превышает выборочный стандарт $s_{\hat{\sigma}^2}$ по крайней мере в 2 раза (правило двух сигм), т. е. при $s_{\hat{\sigma}^2} < 0,25 \sigma^2$, требуемое количество наблюдений в выборке должно быть не менее

$$n = \frac{2}{\left(\frac{s_{\hat{\sigma}^2}}{\sigma^2}\right)^2} = 2 \cdot 16 = 32,$$

т. е. шаг должен быть не менее $\frac{\Omega}{32}$, m .

Когда вычисления выполняются по площади, как это часто делается [Озерцова, 1967], найденное требуемое количество наблюдений распределяется между линиями наблюдений, попадающими на участок вычисления дисперсии поля, и шаг соответственно увеличивается пропорционально числу таких линий.

В целом этот вопрос еще весьма слабо изучен и нуждается в дальнейшей глубокой разработке.

1.4.4.

П а р а м е т р ы п р и м е н я е м ы х о п е р а т о р о в

Выбор параметров используемых операторов обсуждается ниже, при рассмотрении этих операторов. В данном разделе укажем лишь на общие положения о выборе двух параметров, существенных при использовании операторов вида скользящих трансформаций — базы оператора (размер площадки трансформации) и шага скольжения (вычисления).

Размер площадки трансформации в общем должен определяться наилучшим решением поставленной задачи и в зависимости от таковой может быть существенно различным в одной и той же ситуации. Однако полезно при этом учитывать и следующие общие правила.

1. Каждая трансформация наиболее чувствительна к особенностям поля, сравнимым по своим размерам с размерами площадки трансформации.

2. Увеличение размера площадки трансформации приводит к большей надежности результата, так как в нем учитывается большее число исходных наблюдений, и позволяет поэтому выявлять более тонкие особенности исходного поля, характеризующиеся меньшей амплитудой.

3. С увеличением площадки трансформации увеличивается полоса по краям задания исходного поля, в которой вычисляемый признак не определяется. По этой причине сильное увеличение площадки трансформации нежелательно.

Совместное рассмотрение трех названных критериев обычно довольно сильно ограничивает возможность выбора размеров площадки трансформации.

При выборе шага вычислений (сдвиг площадки трансформации) нужно учитывать, что соседние вычисленные значения при перекрывающихся площадках трансформации находятся в корреляционной зависимости с коэффициентом линейной корреляции порядка δ , где δ — перекрываемая часть площадки [Низгурецкий, 1961а]. По этой причине перекрытие площадки трансформации более чем на 0,5 не приносит существенной дополнительной информации и может рассматриваться только как мера, подобная интерполяции, облегчающая дальнейшее построение карты изолиний вычисляемого признака.

2.

ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ (ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ОБЪЕКТОВ НА ПЛОСКОСТИ)

В данном разделе обсуждаются задачи, связанные с изучением дискретных случайных полей. По своему смыслу они сводятся в основном к изучению особенностей расположения объектов на плоскости.

В главе 2.1 рассматриваются модели с двумя возможными состояниями переменной, в главе 2.2 — с числом состояний, превышающим два.

Вообще говоря, для дискретных полей справедливы многие выводы, которые делаются в отношении непрерывного поля в разделе 3. Однако очевидные особенности таких полей и особенности соответствующих им задач оправдывают самостоятельное их рассмотрение в данном разделе.

Доступный в настоящее время объем исходного материала, который может быть использован при решении таких задач, и связанный с этим уровень разработки соответствующих методических вопросов заставляют ограничиться рассмотрением только общей задачи в указанном выше смысле. Лишь применительно к моделям с однородными точечными объектами будет рассмотрена также и локальная задача.

2.1.

Модели с двумя состояниями

В данной главе рассматриваются случайные поля, образуемые такими переменными, которые могут принимать лишь одно из двух возможных значений, например 0 или 1. Во многих задачах удобно считать, что одно из значений (пусть это будет 1) описывает наличие объекта какого-то определенного типа, а другое (0) — отсутствие таких объектов. Дальнейший материал систематизирован по тем особенностям указанных объектов, которые представляют интерес в каждой данной задаче. Различаются объекты, которые могут моделироваться точками на плоскости (параграф 2.1.1), линиями и, наконец, областями — двухмерными фигурами с конечной площадью (параграф 2.1.2).

2.1.1.

Взаимное расположение точечных объектов

Рассмотрим способы изучения особенностей расположения на плоскости точечных объектов. Точечными будем считать объекты, размерами которых можно пренебречь по сравнению

с расстоянием между ними. Представляет интерес решение следующих задач.

1. *Общая.* Установить, случайно ли расположение объектов в плане, или же имеют место какие-либо тенденции к их взаимному сближению («роению») или, наоборот, к взаимному удалению объектов («отталкиванию»).

2. *Локальная.* Выделить области относительного сгущения и разрежения точек.

Общая задача была поставлена приблизительно в такой формулировке в экологии растений и животных. Способы, предложенные для ее решения [Clark, 1956 и др.], подробно изложены в монографии Р. Л. Миллера и Дж. С. Кана [1965, стр. 370]. Мы ограничимся здесь кратким изложением сути проблемы.

Решение задачи заключается в сравнении наблюдаемого размещения точек с моделью, получаемой при случайном расположении точек на плоскости. При этом расположение точек называется случайным, если:

1) каждая точка имеет одинаковую вероятность занять любое положение на изучаемой площади;

2) положение каждой точки не влияет на расположение всех остальных точек.

Можно представить себе два крайних варианта упорядоченного расположения точек на плоскости. В первом случае все точки собраны в пределах одной узко локализованной части площади, а на остальной площади они отсутствуют. Это крайняя степень скученности точек, их роения. В другом случае точки располагаются равномерно по строгой геометрической сетке, например по квадратной, подобно плотнейшей упаковке атомов в кристаллической решетке. Это крайняя степень взаимного удаления, отталкивания точек. Все мыслимые расположения точек на плоскости, в том числе и случайные, занимают некоторые промежуточные положения между двумя указанными вариантами упорядоченного их размещения. Таким образом, при указанном сравнении должно выясняться не только отличие расположения точек от случайного, но и характер выявляемой закономерности в расположении точек: «роение» или «отталкивание».

Известные способы такого сравнения имеют две основные разновидности. Первый заключается в подсчете числа объектов в ячейках постоянного размера (обычно квадратных). При случайном (в указанном смысле) расположении точек распределение вероятностей ячеек с разным числом объектов должно подчиняться закону Пуассона. Соответствие наблюдаемого распределения закону Пуассона проверяется с помощью критерия χ^2 . Предполагается, что отличие распределения от закона Пуассона свидетельствует о неслучайном расположении объектов, а совпадение — о случайном. Именно в таком смысле применял этот критерий Л. Б. Сликтер [Slichter, 1960; Slichter, Dixon, Myer, 1962] при проверке случайности расположения рудных месторождений.

Однако совершенно очевидно, что в этом способе указанный выше первый признак случайного расположения точек вовсе не проверяется. Можно, например, подобно тому, как это сделано на рис. 1.1, один и тот же набор ячеек с точками расположить так, чтобы размещение их было неотличимо от случайного, и, напротив, так, чтобы в их размещении обнаружилась отчетливая закономерность.

В качестве примера используем расположение медных месторождений в западной части штата Аризона [Kinkle, Peterson, 1962]. Если площадь, изображенную на рис. 2.1, *а*, разделить на квадраты по 1000 км^2 в каждом, то выяснится, что распределение месторождений между ячейками незначимо отличается от распределения Пуассона. Следуя описанному правилу, нужно, таким образом, считать, что распределение месторождений на площади случайно. К оценке

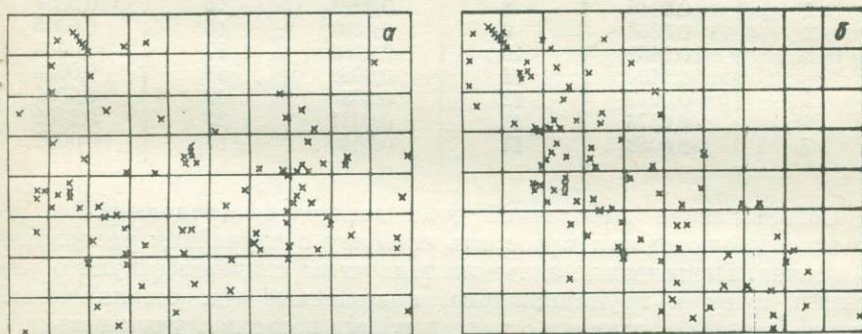


Рис. 2.1. Пример возможности суждения по распределению числа точек в ячейках о наличии пространственной закономерности в расположении точек: *а* — расположение медных месторождений западной части штата Аризона; *б* — тот же набор ячеек после того, как их поменяли местами.

справедливости этого утверждения мы еще вернемся позднее. Поменяв ячейки местами, можно получить расположение месторождений, показанное на рис. 2.1, *б*. Распределение числа месторождений между ячейками осталось неизменным, оно по-прежнему согласуется с распределением Пуассона. Однако размещение точек на плоскости стало явно отличным от случайного. Таким образом, описанный способ не учитывает самых существенных особенностей взаимного расположения точечных объектов на плоскости и не годится поэтому для проверки гипотезы о случайном характере этого расположения.

Второй способ — так называемый способ ближайшего соседа — заключается в следующем. Выбирается один из точечных объектов и отыскивается ближайший к нему соседний объект. Выясняется, взаимно ли это соотношение, т. е. является ли первый объект ближайшим для второго. Выполнив такие наблюдения для многих точек, получают некоторую выборку. Такие же расчеты могут быть выполнены и для второй, третьей и т. д. ближайшей точки. Вероятность

указанного взаимного соотношения для k -й ближайшей точки равна

$$P_k = \left(\frac{6\pi}{8\pi + 3^2} \right)^k = (0,6215)^k. \quad (2.1)$$

Значения P_k приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Вероятность взаимной близости точек при случайном их расположении

k	P_k	k	P_k	k	P_k
1	0,6215	8	0,0223	15	0,0008
2	0,3863	9	0,0138	16	0,0005
3	0,2401	10	0,0086	17	0,0003
4	0,1492	11	0,0053	18	0,0002
5	0,0927	12	0,0033	19	0,0001
6	0,0576	13	0,0021	20	0,0001
7	0,0358	14	0,0013	21	0,0001

Сопоставление выборочной доли взаимных соотношений с теоретической позволяет проверить гипотезу о случайном расположении точек. Повышенные значения этих чисел свидетельствуют о тенденции точек к группированию, пониженные — к отталкиванию. Данный способ в отличие от предыдущего позволяет учитывать наиболее важные особенности пространственного расположения точечных объектов. Однако существенным недостатком метода является значительная трудоемкость операций по определению расстояний. По указанной причине трудно рекомендовать этот способ для массового применения.

Таким образом, желательно получить какой-либо более удобный способ решения рассматриваемой задачи. Можно предложить два варианта решения в зависимости от плотности расположения точек (объектов) на рассматриваемой территории. Вернемся снова к системе квадратных ячеек, между которыми распределены точечные объекты. Если точек в целом мало и многие ячейки соответственно остаются пустыми, можно использовать следующее рассуждение. Пусть часть p ($0 < p < 1$) ячеек содержит точки (по одной или более) и соответственно оставшая часть $1 - p$ пустые. Выберем наудачу новый квадрат, включающий N исходных квадратных ячеек ($N = 4, 9, 16 \dots$). Тогда вероятность того, что новый квадрат пустой, при случайном расположении точек равна

$$P_N = (1 - p)^N. \quad (2.2)$$

Нужно, следовательно, перебрать все возможные варианты объединения исходных ячеек в квадраты по 4, 9, 16 и т. д. ячеек и найти долю пустых ячеек P'_N при каждом из N . Сопоставив эти значения P'_N

со значениями P_N , соответствующими случайному расположению точек, можно оценить отличие наблюдаемой ситуации от случайной.

Повышенная доля P'_N пустых ячеек свидетельствует о ситуации, более неравномерной, чем случайная, а пониженная — о более равномерной. В качестве примера используем данные о расположении медных месторождений в западной части штата Аризона (рис. 2.1). Исходными ячейками здесь послужили квадраты с площадью 250 км^2 , составляющие 0,25 от площади квадратных ячеек, изображенных на рис. 2.1.

Результаты подсчета числа пустых ячеек при разных размерах квадрата приведены на рис. 2.2 как для истинного расположения

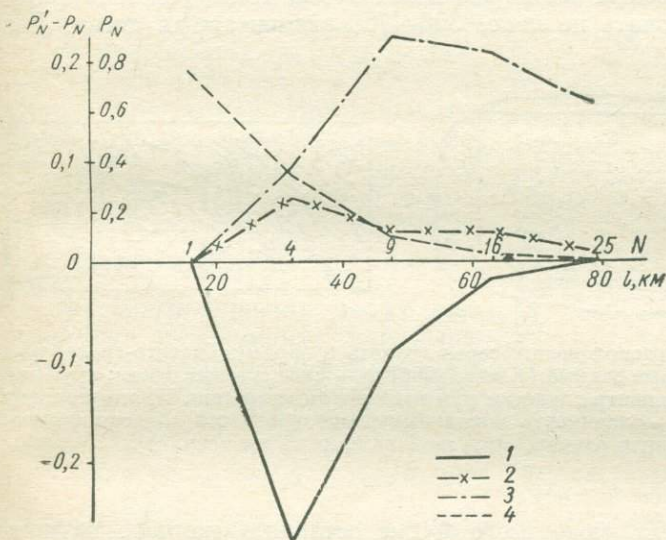


Рис. 2.2. Пример проверки гипотезы о случайном расположении точечных объектов. Доля пустых квадратов P'_N при разной длине l стороны квадрата.

1, 4 — теоретические зависимости для равномерного (1) и случайного (4) расположения; 2 — расположение медных месторождений западной части штата Аризона (рис. 2.1, а); 3 — результат перестановки ячеек (рис. 2.1, б).

месторождений, так и для упоминавшегося результата искусственной перестановки квадратных ячеек. Там же для сравнения приведены теоретические закономерности, соответствующие случайному расположению точек и расположению заполненных исходных ячеек по равномерной сетке. В последнем случае вероятность наличия пустых квадратов определяется из соотношения площади квадрата данных размеров и площади, приходящейся на одну заполненную элементарную ячейку. Как видим, расположение месторождений четко отличается от случайного — во всех четырех точках P'_N заметно превышает P_N . Результат перестановки ячеек, естественно, отличается от случайного еще более резко. Все это хорошо согласуется с интуитивными оценками.

Результат применения описанного способа в известной мере зависит от размеров исходной ячейки. Вопрос об оптимизации размеров ячейки нуждается в самостоятельном исследовании. Однако во многих практических ситуациях эти размеры диктуются ограни-

ченностью исходного материала. Действительно, для достаточно надежного подсчета числа заполненных и пустых ячеек исходная ячейка должна значительно превосходить размеры тех объектов, которые описываются рассматриваемыми точками. По той же причине не имеет смысла делать сторону этого элементарного квадрата меньше 2—3 мм. Удобно принять его равным 5 мм в масштабе исходной карты. С другой стороны, для получения устойчивых результатов нужно получить по крайней мере 4—5 значений P'_N , а это значит, что размер наибольшего квадрата должен составлять 25—36 исходных ячеек. По-видимому, желательно иметь возможность расположить такой наибольший квадрат на изучаемой территории по крайней мере 10—20 способами без перекрытия. Тогда исследуемая территория должна включать не менее 300—700 элементарных ячеек. Два

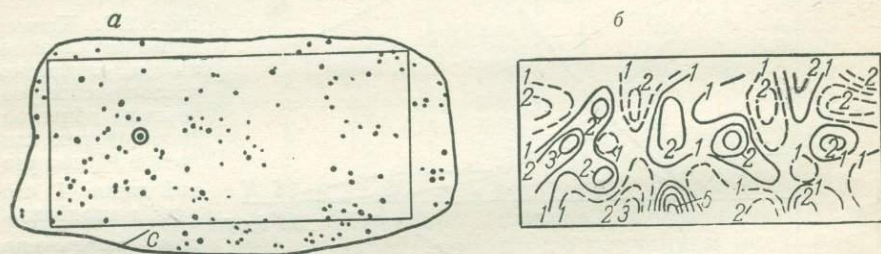


Рис. 2.3. Изучение расположения зерен граната в образце биотито-гранатовых сланцев: *a* — исходные данные [Kretz, 1966] (*c* — след сланцеватости; кружком показано положение центра палетки при подсчете анизотропии. Прямоугольник 3,00 × 6,67 см); *b* — значимость локальных палетки 3 мм (стр. 41).

указанных предела чаще всего будут оставлять немного возможностей для варьирования размеров элементарной ячейки.

При большой плотности расположения точечных объектов, когда пустых ячеек немного, описанный способ не пригоден, так как с увеличением размеров квадрата число пустых ячеек быстро дойдет до нуля. В этом случае целесообразнее исследовать непосредственно число точек в ячейках как непрерывное случайное поле способами, рассматриваемыми в разделе 3. В таком исследовании (раздел 3) может проверяться не только наличие закономерных повышений и понижений плотности расположения точечных объектов, но и такие более тонкие особенности их расположения, как анизотропия.

Однако о последней особенности в расположении объектов при небольшой площади можно составить хотя бы грубое представление и непосредственно, без трансформации исходных данных в непрерывное поле. Построим для этого квадрат, разбитый на равные по ширине прямоугольные ячейки (полосы), параллельные одной из его сторон. Если наложить такой квадрат на исследуемую совокупность точек, то их распределение между ячейками при отсутствии анизо-

тропии не должно зависеть от ориентировки этих ячеек. Проверять наличие такой зависимости естественнее всего по дисперсии распределения чисел точек в ячейках.

Такого рода подсчет был применен к расположению зерен граната в образце биотито-гранатовых сланцев (рис. 2.3) [Kretz, 1966]. Р. Кретц характеризует это расположение как случайное, по-видимому, понимая под этим, в частности, независимость расположения зерен от сланцеватости, след которой приведен на рис. 2.3. Сторона квадрата при подсчете была выбрана 32 мм, ширина ячейки — 4 мм. При положении центра квадрата в точке, указанной на рис. 2.3, получена роза дисперсии, изображенная на рис. 2.4. До построения розы исходные значения дисперсий были сглажены осреднением по трем соседним азимутам. Направление наибольших значений дисперсии хорошо согласуется с направлением сланцеватости. Интересно, что такая отчетливая анизотропия обнаруживается лишь в левой части образца. В средней и правой частях образца аналогичными подсчетами не выявлено таких характерных простираций.

Описанные приемы могут применяться, по-видимому, для выявления закономерностей в расположении различных геологических объектов — месторождений, мелких интрузивных тел, соляных штоков, а также геофизических и геохимических аномалий.

Большой интерес для геологических исследований представляет вторая задача — локальная. Решая ее, мы выделяем отдельные участки, зоны преимущественной локализации интересующих нас объектов или, напротив, относительно редкого их расположения, т. е. получаем важные в практическом и познавательном смысле сведения (о рудоконтролирующих факторах и т. д.). Классические правила требуют решить сначала общую задачу — проверить наличие сгущений и оценить их значимость в целом на исследуемой площади и лишь затем, в случае утвердительного ответа («значимая неоднородность имеет место»), переходить к решению локальной задачи. Однако во многих случаях неоднородность может оказаться настолько очевидной, что не будет иметь смысла тратить время на оценку ее значимости в целом. С другой стороны, нередко могут представлять практический интерес отдельные, относительно небольшие сгущения, которые на общем однородном в среднем фоне могут не обнаруживаться, квалифицироваться как незначимые при указанном способе исследования. Таким образом, можно считать

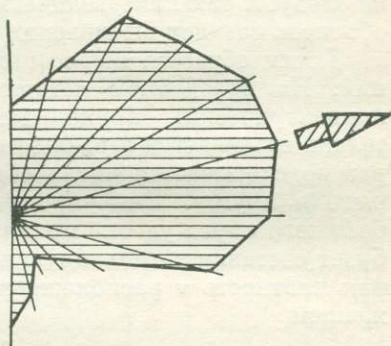


Рис. 2.4. Роза дисперсий — характеристика анизотропии в расположении точечных объектов. Зерна граната в образце (рис. 2.3). Стрелкой показано направление сланцеватости.

целесообразным в тех или иных случаях, минуя решение общей задачи, сразу приступить к локальной.

Способ решения локальной задачи обоснуем следующим образом. Из интуитивных представлений, которые связываются обычно с понятием сгущения или разрежения, следует, что требуется сравнить плотность расположения объектов в пределах некоторого участка с плотностью на прилегающих к нему участках. Форму обоих участков естественно выбрать изометричной, например круговой, чтобы исключить влияние направления на результат вычислений. Размеры большего участка для повышения устойчивости результатов следует сделать в несколько раз превышающими меньший участок по площади. Слишком сильно увеличивать размеры большего участка не следует, так как увеличение при этом числа попадающих на него объектов сделает вычисления более трудоемкими.

Таким образом, вырисовывается следующая процедура вычислений. На прозрачном материале изготавливается палетка из двух концентрических окружностей (рис. 2.5). Центр палетки последовательно помещается в различные точки изучаемой площади, и каждый раз подсчитывается число объектов в пределах меньшего m и большего n кругов. Для упрощения дальнейших вычислений площадь большего круга удобно принять за 1, тогда площадь меньшего круга будет составлять некоторую часть p от площади большего. Избыточная плотность v расположения объектов может быть описана выражением

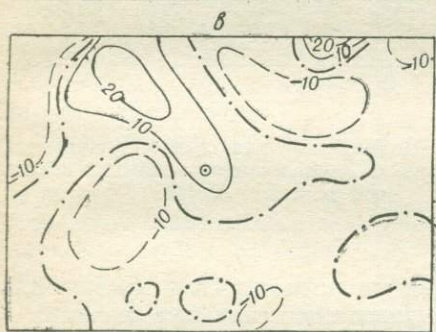
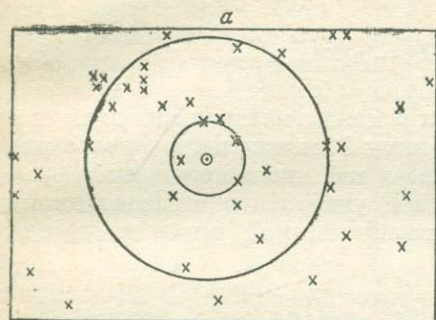
$$v = \frac{m}{p} - n. \quad (2.3)$$

В примере, показанном на рис. 2.5, v , $m = 4$, $n = 20$, $p = \frac{1}{9}$, $v = 16$.

В случаях, когда числа n объектов оказываются слишком большими, можно несколько изменить методику подсчета. Разобьем для этого всю площадь на квадраты и подсчитаем число объектов в каждом из них (рис. 2.6). Каждые 9 смежных квадратов образуют при этом новый квадрат со стороной, в 3 раза большей. Количество объектов в большом квадрате n нетрудно будет найти как сумму чисел m в составляющих его 9 малых квадратах. В этом случае отношение площадей квадратов равно 9, т. е. $p = \frac{1}{9}$. Для того чтобы получить возможность обходиться меньшим числом вспомогательных таблиц, это же число $p = \frac{1}{9} \approx 0,11$ примем и для отношения площадей в случае круговых площадок.

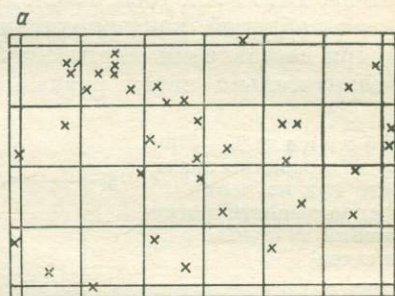
Оценка значимости сгущения (разрежения) определяется следующим образом. Вероятность случайного попадания не менее чем m объектов из общего их числа n в область с относительными размерами p (в нашем случае $p = \frac{1}{9}$) описывается биномиальным распределением

$$P_1 = \sum_{i=m}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i}. \quad (2.4)$$



0 20 40 60 80 100 км

Рис. 2.5. Количественная характеристика локальной неравномерности расположения точечных объектов: *a* — исходные данные — медные месторождения западной части штата Аризона [Kinkle, Peterson, 1962]; *б* — значимость неоднородности P_1 и $[P_2]$; *в* — неоднородность χ .



б

3	6	3	0	0	2
1	0	3	1	3	0
0	1	1	1	1	2
1	1	2	0	1	0

в

		18			
	0			9	
			1		

Рис. 2.6. Пример подсчета числа точечных объектов: *a* — исходные данные; *б* — результат подсчета в элементарных квадратах; *в* — объединение элементарных квадратов в группу и подсчет числа объектов в ней.

Вероятность случайного попадания не более чем m объектов при тех же условиях (p и n)

$$P_2 = \sum_{i=0}^m C_n^i p^i (1-p)^{n-i}. \quad (2.5)$$

Величину P_1 по заданным m , n и p можно найти в таблицах (например, Tables..., 1950, 1952). Величину P_2 можно найти, пользуясь той же таблицей, как дополнение чисел таблицы до единицы.

При составлении карты значений P удобно проводить изолинии приблизительно через равный логарифмический интервал и для

Таблица 2.2. Пример кодирования значимости при изучении неравномерности расположения точечных объектов

P	Оцифровка изолиний
0,001	9
0,002	8
0,005	7
0,010	6
0,02	5
0,05	4
0,10	3
0,2	2
0,5	1

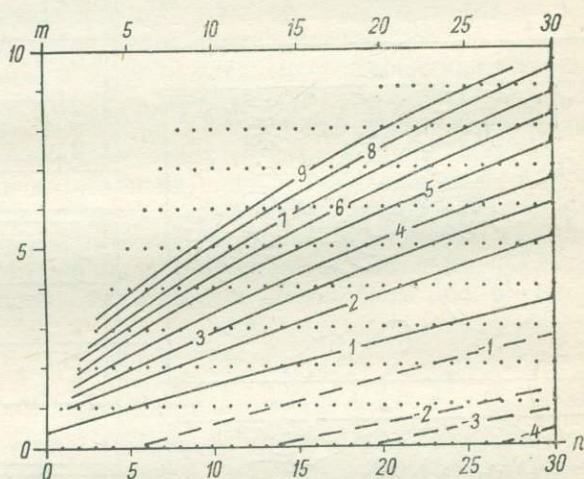


Рис. 2.7. Номограмма для оценки значимости неравномерного расположения точечных объектов $p = 0,11 \approx 1/9$.

Обозначения уровней значимости даны в табл. 2.2.

упрощения именовать их однозначными числами, как в табл. 2.2.

Для определения кодированных указанным способом значений P по заданным m и n при $p = 0,11$ можно воспользоваться графиками рис. 2.7. Так, значениям $m = 4$ и $n = 20$ в приведенном примере (рис. 2.5) соответствует $P_1 = 0,17$ [Tables..., 1950], а по рис. 2.7 можно установить, что P_1 находится между 2-м и 3-м уровнями в принятой кодировке (т. е. между 0,1 и 0,2). На рис. 2.5, б это отражено в положении данной точки между изолиниями 2 и 3. Наличие сгущения или разрежения отмечается соответственно знаком плюс или минус.

На рис. 2.8 показан пример вычислений описанным способом (с круговой палеткой) локальных особенностей в расположении медных месторождений в западной части штата Аризона (рис. 2.1)

[Kinkle, Peterson, 1962]. Радиусы большего и меньшего кругов были взяты при этом 60 и 20 км и площади их соответственно равны 11 300 и 1260 км². Как видно на рис. 2.8, б, в результате подсчетов обнаруживаются отдельные узлы и зоны, т. е. изометричные и вытянутые области повышенной плотности расположения месторождений, в том числе и довольно значимые. Сравнение этой карты с картой Δg того же района показывает, что выделенные зоны даже при уровне значимости 0,2 (2 — в нашей кодировке) довольно четко согласуются в своем расположении с особенностями гравитационного поля. По-видимому, и в тех и в других данных разным способом проявляется наличие каких-то единых региональных рудоконтролирующих структур.

Другой пример выявления локальной неравномерности расположения точечных объектов приведен на рис. 2.3, б. Радиусы кругов были взяты 3 и 9 м. Локальные зоны сгущения в левой части рисунка хорошо согласу-



Рис. 2.8. Пример выявления неравномерности в расположении точечных объектов: а — медные месторождения западной части штата Аризона [Kinkle, Peterson, 1962]; б — значимость неоднородности P_1 и P_2 ; в — карта гравитационного поля [Woolard, 1964].

ются по направлению с ориентировкой сланцеватости, влияние которой на расположение зерен граната в образце обнаруживается, как уже говорилось, в виде анизотропии.

В настоящее время разрабатываются способы автоматического выявления анизотропии в расположении точечных объектов с помощью специальных оптических устройств [Leymarie, 1968].

2.1.2.

Объекты произвольной формы и точечные

Модель, которой посвящен данный раздел, соответствует двум группам объектов, некоторым образом расположенным на плоскости, причем одна из них представлена точечными объектами, а вторая — объектами произвольной формы, т. е. объектами с конечной площадью.

Рассмотрим следующую задачу. Можно ли считать взаимное расположение указанных двух групп объектов случайным, взаимно независимым? Если же обнаруживается зависимость во взаимном расположении двух групп объектов, то как оценивать ее значимость?

Воспользуемся прежними обозначениями. На изучаемой площади известно n объектов первой группы (точечных), причем m из них ($m \leq n$) попадает в область, занятую объектами второй группы. Эта область составляет часть p от изучаемой территории ($0 < p < 1$). По формальным признакам задача сводится к описанной выше, в параграфе 2.1.1, задаче по оценке значимости группировки объектов. О взаимном влиянии одной группы объектов на расположение другой опять-таки можно судить по нарушению равенства

$$\frac{m}{n} = p.$$

Для простоты рассуждений будем рассматривать только случаи $\frac{m}{n} > p$. Как и в 2.1.1, вероятность P_{mn} случайного совпадения, приводящего к наблюдаемому результату, определится по формуле (2.4).

Если P_{mn} оказывается весьма малым, предположение о случайном совпадении отбрасывается и связь между двумя группами объектов можно считать доказанной. Если же P_{mn} велико, приходится ограничиться тем, что предположение о случайном совпадении не противоречит имеющимся данным.

Хотя приведенные рассуждения приложимы к довольно большому кругу геологических задач, ограничимся в качестве иллюстрации одним типом таких задач: использованием геофизических данных при выделении наиболее перспективных частей территории по признаку преимущественной приуроченности к ним каких-либо месторождений. Речь идет, таким образом, о вероятностной оценке формально выделяемых поисковых критериев. Неравенство $\frac{m}{n} \neq p$

в данном случае означает, что вероятность встретить месторождение в двух частях территории, соответствующих наличию и отсутствию данного геофизического признака, не одинакова.

Пусть на некоторой территории по результатам гравиметровой съемки выделены области максимумов, занимающие 0,45 от всей изученной площади. Замечено, что в эти области попадает 28 из 40 известных на данной территории месторождений определенного генетического типа. Как видим, $\frac{m}{n} = \frac{28}{40} = 0,70$ превышает $p=0,45$,

т. е. $\frac{m}{n} > p$. Какова значимость поискового критерия, основанного на этом неравенстве и гласящего, что месторождения располагаются преимущественно в областях максимумов Δg ?

По таблицам [Tables. . ., 1952] находим $P_{mn} = 0,00122$, т. е. связь между рассматриваемыми группами объектов (месторождения и аномалии) нужно считать весьма значимой.

К той же схеме сводится и решение аналогичной задачи, когда одна группа объектов по-прежнему представлена точками, а вторая линиями, т. е. объектами, шириной которых можно пренебречь по сравнению с их длиной и с расстоянием между ними.

Наиболее простым представляется следующее решение. Нужно построить полосы, объединяющие геометрические места точек, удаленных от ближайшей линии не более чем на некоторое расстояние l . Ширина полос будет, таким образом, равняться $2l$. Эти полосы представляют собой уже объекты с конечной, вполне измеримой площадью, и задача о случайности совпадения точек другой системы с такими полосами может быть решена, как это делалось выше по вероятности, определяемой биномиальным законом распределения. Меняя ширину полос ($2l$), мы будем получать в общем различные значения P_{mn} , поскольку при этом будет изменяться как площадь выделяемой области, так и число попадающих в нее точечных объектов. Естественно принять за значимость совпадения наименьшее из P_{mn} , получаемых при различных l . Для отыскания этого минимума нужно исследовать весь диапазон возможных значений l — от нуля до l , равного наибольшему наблюдаемому расстоянию любого из точечных объектов до ближайшей к нему линии. Если такой минимум существует, то он, естественно, будет наблюдаться при l , точно соответствующем одному из объектов рассматриваемой системы точек.

В качестве примера рассмотрим оценку контролирующей роли тектонических нарушений в отношении расположенных на территории рудопроявлений. Тектонические нарушения в данном случае были выделены по комплексу геофизических и геоморфологических признаков. Известные на территории 26 рудопроявлений можно разделить на четыре генетические группы. Проверка описанным способом гипотезы о случайности взаимного расположения рудопроявлений относительно тектонических нарушений осуществлялась по схеме, показанной в табл. 2.3. Для упрощения

Таблица 2.3. Пример исследования взаимного расположения линейных и точечных объектов

Номер генетической группы	Номер рудопроявления в группе	m	l , км	$2lL$, км ²	$120l^2$, км ²	Σl , км	$p = \frac{\Sigma l}{\Sigma l}$	P_{mn}
1	1	1	0,6	1500	0	1 600	0,11	0,3726
	2	2	1,1	2900	150	2 800	0,20	0,1808
	3	3	3,5	9200	1500	7 600	0,54	0,3748
	4	4	7,5	—	—	11 300 *	0,81	0,4605
2	1,2	2	0,3	800	0	800	0,06	0,0319
	3	3	0,5	1300	0	1 300	0,09	0,0063
	4	4	0,8	2100	100	2 000	0,14	0,0017
	5	5	1,0	2600	100	2 500	0,18	0,0002
3	1	1	0,2	500	0	500	0,04	0,0052
	2	2	0,5	1300	0	1 300	0,09	0,2254
	3	3	0,9	2300	100	2 200	0,16	0,2064
	4	4	1,0	2600	100	2 500	0,18	0,0883
	5	5	1,1	2900	100	2 800	0,20	0,0328
	6	6	1,3	3400	200	3 200	0,23	0,0130
	7	7	1,6	4200	300	3 900	0,28	0,0070
	8	8	2,0	5200	500	4 700	0,34	0,0039
	9	9	2,1	5500	500	5 000	0,36	0,0007
	10	10	5,8	—	—	10 400 *	0,74	0,0492
4	1	1	0,3	800	0	800	0,06	0,3515
	2	2	0,6	1600	0	1 600	0,11	0,1750
	3,4	4	1,2	3100	100	3 000	0,21	0,0394
	5	5	1,5	3900	300	3 600	0,26	0,0153
	6	6	2,1	5500	400	5 100	0,36	0,0105
	7	7	2,3	6000	500	5 500	0,39	0,0014
1—4	1	1	0,2	500	0	500	0,04	0,3460
	4	4	0,4	1100	0	1 100	0,08	0,1501
	8	8	0,6	1600	0	1 600	0,11	0,0054
	9	9	0,8	2100	100	2 000	0,14	0,0068
	12	12	1,0	2600	100	2 500	0,18	0,0009
	18	18	1,5	3900	300	3 600	0,26	0,00000
	20	20	2,0	5200	500	4 700	0,34	0,00001
	23	23	2,5	6500	800	5 700	0,41	0,00000
	24	24	3,5	9100	1500	7 600	0,54	0,00003
	25	25	5,8	—	—	10 400 *	0,74	0,0040
	26	26	7,5	—	—	11 300 *	0,81	0,0042

* Значения площади Σl вычислялись непосредственно с помощью планиметра. По приближенной формуле при l , равном 5,8 и 7,5 км, получены соответственно значения 11 300 и 13 000 км².

процедуры площадь подсчитывалась приближенно с помощью выражения

$$\Xi_l = 2lL - ql^2, \quad (2.6)$$

где L — общая длина линий; q — коэффициент, зависящий, в частности, от числа взаимных пересечений линий. Вообще говоря, q должно быть различным для разных l , однако, учитывая приближенность расчетов и малость второго члена формулы при умеренных значениях l , можно в качестве q взять постоянную величину, найденную из соотношения

$$\Xi = 2l_{\max}L - ql_{\max}^2, \quad (2.7)$$

где Ξ — общая площадь территории. За максимальное значение l (l_{\max}) разумно принять радиус наибольшего круга, вписанного в систему рассматриваемых линий. Формула должна давать удовлетворительные результаты по крайней мере до $l = \frac{\Xi}{4L}$. При больших расстояниях l необходимо контролировать результаты, хотя бы частично, непосредственным измерением площадей, например с помощью планиметра. Относительная часть площади определяется из очевидного соотношения $p = \frac{\Xi_l}{\Xi}$.

В рассматриваемом примере $\Xi = 14\,000 \text{ км}^2$, $L = 1300 \text{ км}$, $l_{\max} = 11 \text{ км}$. Тогда $q = \frac{2l_{\max}L - \Xi}{l_{\max}^2} \approx 120$. Величина $\frac{\Xi}{4L} = 2,7 \text{ км}$. Вычисления Ξ_l выполнялись по приближенной формуле (2.6) до $l = 3,5 \text{ км}$, а далее с помощью планиметра. Расхождение между приближенной оценкой и истинным значением Ξ_l при $l = 3,5 \text{ км}$ не превышало 5%.

Значения P_{mn} определены по таблицам [Tables. . ., 1952]. За m при этом принималось число рудопроявлений, расположенных на расстоянии, равном или меньшем данного l от ближайшего нарушения. Всего выполнено 5 серий расчетов: отдельно для четырех групп рудопроявлений и для 26 рудопроявлений всех 4 групп.

В каждой серии расчетов за n принималось общее число рудопроявлений в данной группе, т. е. наибольшее m в группе соответственно: 4, 5, 10, 7 и 26. Анализ значений P_{mn} показывает, что расположение рудопроявлений 2, 3 и 4-й групп относительно нарушений явно неслучайно, рудоконтролирующая роль этих нарушений доказывается низкими значениями вероятностей, соответственно 0,0002, 0,0007 и 0,0014. В результате обоснована и неслучайность расположения всех 26 рудопроявлений, рассматриваемых совместно. Наличие в этой последней серии 4 рудопроявлений первой группы, не обнаруживающих заметной связи с нарушениями, не может, естественно, затушевывать существенный контроль в целом.

Глава посвящена дискретным моделям, в которых рассматриваемая переменная (признак) может принимать более двух различных значений, т. е. имеет более двух состояний. По наличию метрики у переменной различаются случаи метрической переменной (2.2.1) и неметризуемой переменной (2.2.2).

2.2.1.

Метрические переменные

Дискретные модели, включающие метрические переменные с большим числом состояний, позволяют, вообще говоря, решать многие задачи, которые решаются на моделях с непрерывными переменными средствами, рассматриваемыми в разделе 3. Метрические же дискретные переменные с числом состояний порядка 5—7 и более в большинстве задач просто неотличимы от непрерывных. Однако можно полагать, что существует и достаточно широкий класс задач, специфичных именно для дискретных моделей. В настоящее время возможный круг таких задач еще недостаточно ясен, и мы обсудим в качестве примера лишь один их тип, представляющий, по-видимому, существенный интерес для геологических исследований.

Рассмотрим модель из точечных объектов, в которой последние различаются между собой по какому-либо признаку или, иначе говоря, могут быть разделены по этому признаку на некоторое количество классов. На таких моделях можно решать задачи, касающиеся особенностей взаимного расположения в пространстве объектов различных классов.

Наиболее простой и очевидной из таких задач является выяснение различий распределения объектов между классами в разных частях изучаемой территории. Назовем это свойство неоднородностью пространственного размещения объектов. Неравномерность расположения объектов в целом независимо от их принадлежности к тому или иному классу рассматривалась в параграфе 2.1.1. Здесь же будет изучаться лишь распределение объектов между классами независимо от общей плотности расположения месторождений всех классов. Если распределение между классами в различных частях изучаемой территории незначимо отличается от общего распределения для всей территории, то такое расположение объектов назовем однородным. Если же значимые различия распределений обнаружатся, то расположение будет именоваться неоднородным. Необходимо, следовательно, отыскать средства для выявления факта неоднородности расположения объектов и оценки его значимости. Ввиду сложного характера моделей здесь снова придется в большинстве случаев ограничиться решением одной лишь общей задачи.

Ниже рассматриваются преимущественно лишь такие искусственно выделенные ситуации, когда имеются сведения лишь о про-

странственном размещении самих исследуемых точечных объектов. При наличии дополнительной информации возможны и целесообразны более тонкие и содержательные исследования особенностей пространственного расположения объектов.

В типичных задачах данной категории в качестве объектов рассматриваются месторождения того или иного полезного ископаемого, причем признаком, по которому они различаются между собой, являются их размеры. В таких случаях больше всего интересуют те особенности распределения точечных объектов (месторождений), которые характерны для областей развития наиболее крупных месторождений. Такие особенности, будучи обнаруженными, могли бы использоваться в числе других критериев при выделении перспективных областей и поисках соответствующих месторождений. Убедиться в наличии подобных закономерностей — значит доказать противоречивость наблюдаемого расположения месторождений гипотезе о случайном распределении месторождений по их размерам, не зависящем от координат пространств. Проверить эту гипотезу можно различными способами. Опишем некоторые из них на конкретных примерах.

В качестве исходного материала были использованы карты [Kinkle, Peterson, 1962; Knight, Newman, Neyl, 1962; Koschman, Bergendahl, 1962] расположения месторождений золота, меди и цинка на территории США масштаба 1 : 3 168 000 (в этом масштабе $1 \text{ см}^2 = 1000 \text{ км}^2$). На указанных картах месторождения разделены на классы по их размерам. Месторождения золота разделены на три класса * по суммарному количеству добытого металла: крупные — более 30 т, средние — 3—30 т и мелкие — 0,3—3 т**. Месторождения меди разделены на четыре класса по количеству металла, включая суммарную продукцию и запасы: крупнейшие — более 1 млн. т, крупные — 50 тыс. т — 1 млн. т, средние — 1—50 тыс. т и мелкие — 50—1000 т. Месторождения цинка разделены на три класса также по суммарному количеству металла, включая добытую часть и запасы: крупные — более 1 млн. т, средние — 50 тыс. т — 1 млн. т и мелкие — 1—50 тыс. т.

Первый из применявшихся способов проверки названной гипотезы заключается в следующем. Если проверяемое предположение справедливо, т. е. локальные распределения месторождений того или иного металла по крупности не отличаются от общего, регионального, то такое же утверждение должно быть справедливо и в отношении любой независимой выборки. Будем отбирать месторождения, ближайшие к каждому из наиболее крупных месторождений, и регистрировать, к какому классу они относятся. С точки зрения проверяемой гипотезы полученная выборка независима, и распределение частостей не должно, следовательно, отличаться от общего распре-

* Названия классов здесь и далее введены нами для удобства изложения.

** В оригинале количество золота исчисляется в унциях (около 30 г). Названные границы классов равны соответственно $1 \cdot 10^6$; $1 \cdot 10^5$ и $1 \cdot 10^4$ унций золота.

деления более, чем это допустимо для случайной выборки. Значит, сопоставив полученную выборку с общим распределением, например с помощью критерия χ^2 , мы можем оценить соответствие проверяемого предположения имеющимся данным. Ход рассуждений не изменится, если вместо одного ближайшего месторождения каждый раз регистрировать два или несколько ближайших месторождений. Ниже приводятся результаты подсчетов для одного ближайшего и трех ближайших месторождений. Например, у крупного месторождения золота Бьютт (рис. 2.9) первым ближайшим оказывается

среднее месторождение, вторым — также среднее и третьим — мелкое.

После соответствующего подсчета для всех 43 крупных месторождений золота США получены процентные соотношения месторождений в выборке, приведенные в табл. 2.4. Там же даны процентные соотношения p соответствующих классов месторождений на территории США в целом.

Аналогичные подсчеты выполнены для крупных месторождений цинка и крупнейших месторождений меди. Для меди в качестве нормальных использованы процентные соотношения месторождений в западных штатах США. В табл. 2.4 крупнейшие месторождения меди объединены условно в один класс с крупными.

Сопоставление генерального и выборочного распределений с помощью критерия χ^2 выполнялось только для случая трех ближайших

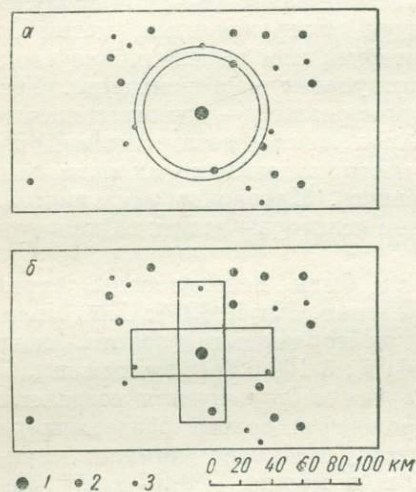


Рис. 2.9. Иллюстрация техники подсчета: а — выделение трех ближайших объектов; б — характеристика относительной плотности расположения объектов.

Размер месторождения золота, т: 1 — более 30 (м-ние Бьютт, Монтана); 2 — от 3 до 30; 3 — от 0,3 до 3.

соседей, так как при одном ближайшем выборка оказывалась слишком малой, особенно для меди и цинка. Как видим, отличия выборочного распределения от теоретического для всех трех металлов характеризуются повышенным количеством крупных и средних месторождений и пониженным — мелких. Отличия выборочного распределения от теоретического у меди и золота весьма существенны даже для каждого металла в отдельности. В целом же полученные результаты, несомненно, свидетельствуют о том, что проверявшееся предположение о случайном расположении месторождений противоречит данному фактическому материалу.

Второй способ проверки того же предположения состоит в подсчете доли крупных месторождений, расположенных в области максимумов плотности размещения всех месторождений, считая средние

Таблица 2.4. Распределение месторождений, ближайших к крупнейшим месторождениям, по классам их размеров

Металл (число месторожде- ний)	Характери- стика выборки *	Доля месторождений, %			χ ² ₀	Вероятность при двух степе- нях свободы P (χ ² > χ ² ₀)
		круп- ных	средних	мелких		
Золото (43)	1	12	53	35	18	< 0,001
	3	19	47	34		
	p	10	40	50		
Цинк (17)	1	18	18	64	5,8	≈ 0,05
	3	16	24	60		
	p	8	18	74		
Медь (19)	1	5	32	63	22	< 0,001
	3	7	25	68		
	p	3	9	88		

* Здесь указывается число ближайших соседей (1 или 3), из которых составлена выборка, или индекс p , соответствующий распределению в генеральной совокупности.

и мелкие. Для этого с точкой, соответствующей одному из крупных месторождений, совмещался центр квадрата того или иного размера и подсчитывалось общее число m месторождений в пределах этого квадрата (не считая находящегося в центре) и числа k_1, k_2, k_3, k_4 месторождений в четырех смежных квадратах того же размера (рис. 2.9 б). Различались следующие пять вариантов соотношения m и k_i : абсолютный максимум — $m > k_{\max}$, т. е. больше любого из k_i ; локальный максимум — $k_{\max} \geq m > \bar{k} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 k_i$; локальный минимум — $\bar{k} > m \geq k_{\min}$; абсолютный минимум — $m < k_{\min}$, т. е. меньше любого из k_i ; наконец, нейтральный вариант $m = \bar{k}$ представлен главным образом случаем нулевых m и k . В примере, показанном на рис. 2.9, б, $m = 0, k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$, следовательно, данное крупное месторождение (Бьют) при квадрате со стороной $L = 30$ км расположено в области абсолютного минимума в принятой выше терминологии.

В описанной схеме результат подсчета зависит от направления, по которому ориентированы указанные квадраты. Для учета и исключения этого фактора вычисления выполнялись в двух вариантах — с ориентировкой стороны квадрата параллельно меридиану, проходящему через соответствующее крупное месторождение (центр квадрата), и под углом 45° к этому меридиану. На рис. 2.10 сопоставляются результаты подсчета при этих двух ориентировках

системы квадратов. По оси абсцисс здесь откладывалось L — сторона квадрата, по оси ординат — p — доля всех крупных месторождений, которые при данной стороне квадрата попадают в область абсолютного или относительного максимума.

Разница между двумя сравниваемыми вариантами подсчета невелика, особенно при большом количестве исходных данных, как это имело место для месторождений золота. У месторождений меди и цинка, учитывавшееся количество которых меньше, разница более ощутима, но не настолько, чтобы существенно исказить общую закономерность. В дальнейшем использовались суммарные данные, включающие результаты подсчета в обоих вариантах ориентировки квадратов.

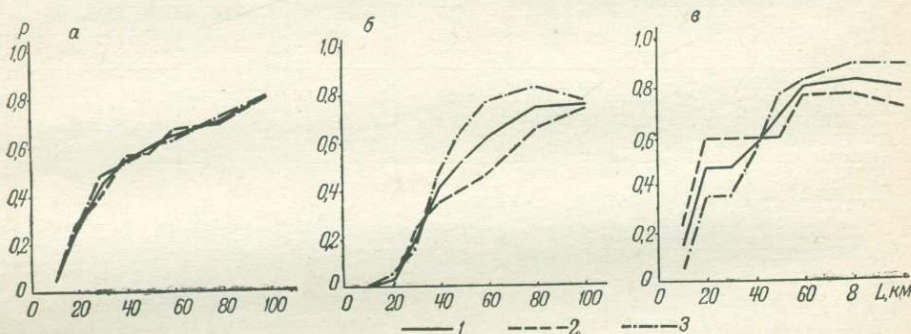


Рис. 2.10. Сопоставление результатов подсчета при разной ориентировке квадратов. Доля крупных месторождений, попадающих в область абсолютного или относительного максимума: *a* — месторождения золота, *b* — цинка, *v* — меди.

1 — общее количество; 2 — при ориентировке квадрата по азимуту 0° ; 3 — то же по азимуту 45° .

Результаты вычислений приведены на рис. 2.11 и 2.12. На рис. 2.11 показана доля крупных месторождений золота, попадающих в области с различной густотой расположения других месторождений. На рис. 2.12 показана доля крупных месторождений золота, цинка и меди, попадающих в область абсолютного максимума плотности минерализации.

Таким образом, при выделении достаточно крупных металлогенических единиц, чему соответствуют большие значения L , ссылка на повышенную плотность минерализации (области абсолютных или относительных максимумов) оправдывается приведенными данными: около 80% крупных месторождений золота располагается в таких областях. Около половины крупных месторождений золота, меди и цинка попадает при $L = 100$ км в области абсолютных максимумов. Однако по мере уменьшения L , что соответствует переходу к более крупным масштабам прогнозных исследований, доля крупных месторождений, попадающих в область повышенной плотности мине-

рализации, резко уменьшается. Наконец, при L порядка первых десятков километров около 40% крупных месторождений оказывается в областях пониженной плотности минерализации (абсолютных и относительных минимумов). Резко возрастает при этом и доля крупных месторождений, располагающихся в областях, соответствующих нейтральному варианту с нулевыми значениями m и k_l .

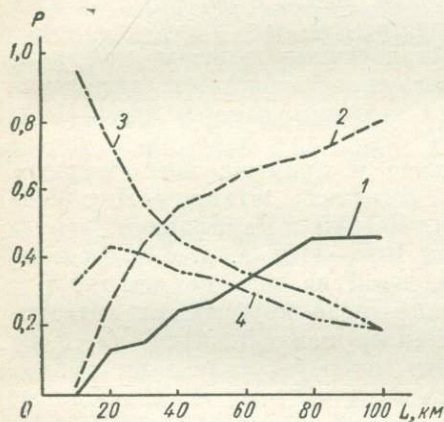


Рис. 2.11. Доля крупных месторождений золота, попадающих в области абсолютного максимума (1), абсолютного или относительного максимума (2), не попадающих на максимум (3) и попадающих в область абсолютного или относительного минимума (4).

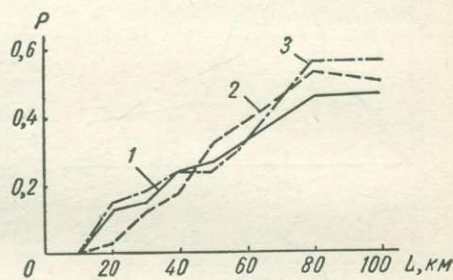


Рис. 2.12. Доля крупных месторождений золота (1), цинка (2), меди (3), попадающих в область абсолютного максимума плотности минерализации.

Третий способ проверки предположения о постоянстве распределения месторождений по размерам заключался в подсчете плотности расположения крупных месторождений в ячейках с постоянной площадью при различном количестве в этой же ячейке месторождений других классов. Эти вычисления выполнены для месторождений меди при трех размерах ячеек.

Наиболее крупные из использовавшихся ячеек представляли собой трапеции $0^{\circ},5 \times 0^{\circ},5$ с площадью в среднем около 2400 км^2 . Максимальное отклонение крайних южных и крайних северных трапеций от среднего не превышало по площади 12%, и в данных приблизительных расчетах им пренебрегли. Подсчеты выполнены для западных штатов США — территории, расположенной к западу от условно выбранного меридиана 105° з. д. Результаты подсчета показаны на рис. 2.13. Если проверяемое предположение справедливо, то средняя плотность крупных классов должна расти пропорционально общему числу $\sum n$ месторождений в ячейке. Такие «нормальные» прямые, соответствующие доле данных классов на всей

территории в целом (в генеральном коллективе), показаны на том же рис. 2.13. Как видим, ожидаемая пропорциональность соблюдается лишь до определенной плотности расположения месторождений, приблизительно до 5—7 на ячейку. Далее (при $\sum n \approx 7 \div 10$) плотность расположения крупных месторождений значительно превышает нормальную, а затем резко падает до значений, во много раз меньших нормального.

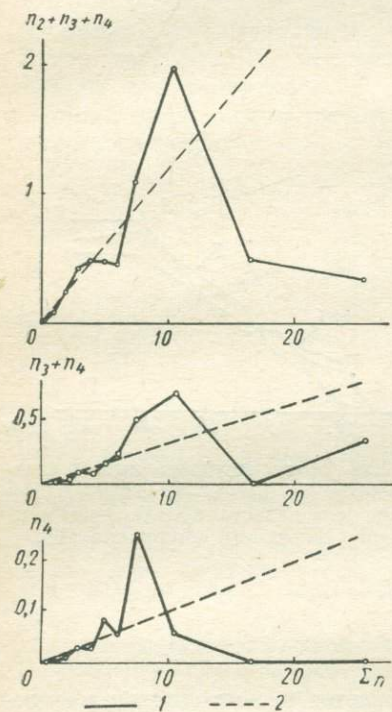


Рис. 2.13. Среднее число месторождений меди относительно крупных классов в ячейках $0^{\circ},5 \times 0^{\circ},5$ в зависимости от общего числа Σn месторождений в ячейке. Западные штаты США.

n_2, n_3, n_4 — число месторождений в ячейке соответственно средних, крупных и крупнейших. 1 — фактические данные; 2 — зависимость, соответствующая соотношению классов в среднем.

Аналогичные выводы получены и в результате подсчетов, выполненных с меньшим размером ячеек (1000 и 250 км^2) для территории штата Аризона и примыкающих территорий соседних штатов — Нью-Мексико, Невады и Калифорнии, в пределах 107° — 115° з. д. и от границы с Мексикой на юге до широты 37° . Среднее число крупнейших месторождений n_4 , приходящихся на одну ячейку, по мере увеличения общего числа $n_1 + n_2 + n_3$ остальных месторождений в ячейке растет до какого-то предела, а затем уменьшается до нуля (рис. 2.14).

Таким образом, и эта проверка выявляет различия в распределении месторождений по размерам в отдельных частях территории. Так же, как это наблюдалось при проверке первым способом, наиболее благоприятными для обнаружения крупнейших месторождений оказываются участки с относительно повышенной долей месторождений средних классов (в случае с медью при четырех классах — это средние и крупные месторождения).

Следовательно, металлогеническое обособление отдельных участков земной коры проявляется не только в изменении плотности минерализации (например, в количестве месторождений на единицу площади), но и в изменении соотношений между количеством различных по размеру месторождений. Именно таким образом и нужно, по-видимому, понимать указание С. С. Смирнова [1941] о необходимости изучать экстенсивность оруденения (площадь его распространения) и его интенсивность (т. е. долю промышленных месторождений). Вообще говоря, эти

сторождений на единицу площади), но и в изменении соотношений между количеством различных по размеру месторождений. Именно таким образом и нужно, по-видимому, понимать указание С. С. Смирнова [1941] о необходимости изучать экстенсивность оруденения (площадь его распространения) и его интенсивность (т. е. долю промышленных месторождений). Вообще говоря, эти

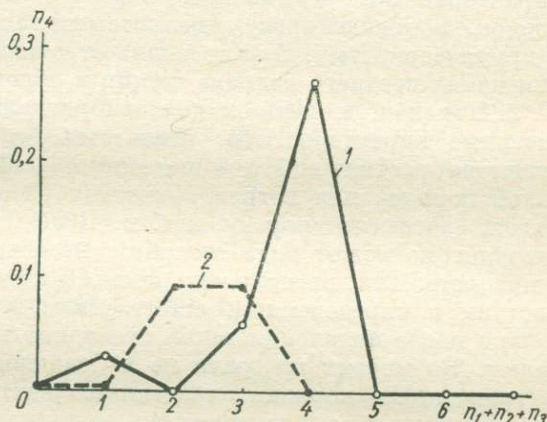
показатели (а в особенности экстенсивность) имеют смысл лишь постольку, поскольку в них учтена изученность территории [Смирнов, 1941]. Возможно, это обстоятельство тем или иным образом сказывается и в нашем случае.

Таким образом, выделение наиболее перспективных территорий по одной лишь повышенной плотности размещения известных месторождений и пренебрежение территориями с пониженной плотностью могут приводить к серьезным ошибкам и, в частности, к пропуску крупных месторождений.

Подобные закономерности требуют, разумеется, более детального изучения с учетом особенностей геологической ситуации и генетических типов месторождений, с более дробным подразделением

Рис. 2.14. Среднее число крупнейших месторождений меди в ячейках площадью 1000 (1) и 250 км² (2) в зависимости от числа месторождений относительно мелких классов в ячейке. Территория штата Аризона и прилегающих частей штатов Невада, Нью-Мексико и Калифорния.

n_1, n_2, n_3, n_4 — число месторождений в ячейке соответственно мелких, средних, крупных и крупнейших.



промышленных месторождений по размерам, чем это имело место в использованных нами материалах.

Общий принцип решения подобных задач — проверка гипотезы о случайном характере распределения объектов по их классам на различных участках изучаемой территории.

2.2.2. Неметризуемые переменные

В геологических исследованиях большую роль играет изучение переменных, не обладающих метрикой, таких, что различным их значениям нельзя единым, наперед заданным образом приписать какую-либо численную характеристику [Krumbein, 1962]. Будем различать три основные ситуации, встречающиеся при обращении с переменными, не обладающими метрикой.

1. Известен порядок, в котором должны располагаться искомые количественные характеристики переменной, но неизвестно соотношение этих характеристик или их масштаб. В этом случае разумнее всего приписать различным состояниям системы хотя бы самые

грубые количественные характеристики и исследовать структуру полученного поля как обычных полей метризованных величин (раздел 3). Так поступают, например, А. В. Королев и П. А. Шехтман [1965, стр. 204—208], характеризующие с помощью балльных оценок степень вторичного изменения пород — скарирования, серицитизации, окварцевания, пиритизации, причем каждому баллу соответствует определенный набор признаков вторичных изменений. В некоторых случаях природа рассматриваемой неметризуемой переменной позволяет воспользоваться для ее характеристики неравномерной шкалой количественных оценок. Так, А. Б. Вистелиус [1949а; 1963а] при изучении осадочных разрезов «арифметизировал» (или «метризовал» в нашей терминологии) словесные литологические характеристики обломочных пород с помощью количественных оценок, изменяющихся у мелкозернистых разностей сильнее, чем у крупнозернистых. В этом нашла отражение общая закономерность изменения среднего размера частиц в обломочных породах.

2. Порядок, в котором должны располагаться искомые количественные характеристики, неизвестен, он никак не вытекает из существа рассматриваемой переменной. Мы не можем установить такой порядок для петрографических разновидностей пород, минералов, слагающих породу, и т. п. В некоторых случаях указанное затруднение может быть связано с несовершенством наших знаний о предмете. Так, расположить хотя бы некоторые цветовые характеристики в определенном, естественном порядке стало возможным только после появления такой очевидной меры, как длина световой волны. Во многих же, если не в большинстве, случаях отсутствие «естественного» порядка определяется векторным, многомерным характером изучаемой переменной. Упомянутые цветовые характеристики в большинстве своем определяются не одной, а несколькими линиями спектра. Отнесение данного минерала к той или иной разновидности определяется содержанием в нем нескольких химических элементов и особенностями его кристаллической решетки, т. е. опять-таки многими переменными. Того же характера рассуждение справедливо и применительно к петрографическим разновидностям пород и ко многим другим неметризуемым переменным, изучаемым в геологических исследованиях. О способах обращения с многомерными (векторными) полями мы будем говорить в разделе 4. Можно, однако, рассчитывать на получение каких-либо приемов для описания структуры полей таких неметризуемых величин без ссылок на их векторный характер и обращения к значениям определяющих их компонент.

3. Особое место занимает ситуация, рассмотренная в главе 2.1, когда исследуемая переменная может принимать лишь одно из двух возможных значений. Эту ситуацию можно рассматривать как частный случай обеих названных выше.

Далее мы будем говорить только о переменных вида 2 как собственно неметризуемых. Для таких переменных в настоящее время известно решение лишь одной задачи — выявление и описание авто-

корреляции значений переменной в смежных точках плоскости. Возможные характеристики этой особенности структуры поля неметризуемой переменной удобнее всего описать на примере изучения шлифов горных пород, хотя близкие приемы, вероятно, с успехом могут быть применены и при изучении различных геологических макрообразований.

В рассматриваемом случае автокоррелируемость поля агрегата минеральных зерен в значительной мере определяется размерами этих зерен. Если бы зерна были расположены в пространстве совершенно случайно, то автокорреляция полностью определялась бы их размерами. Однако минеральные зерна того или иного вида могут образовывать скопления, т. е. встречаться рядом друг с другом чаще, чем это можно было бы ожидать при случайном их расположении. Именно эту особенность расположения зерен и можно рассчитывать описать с помощью характеристик автокорреляции.

А. Б. Вистелиус [1966; 1967] предложил описывать закономерности расположения минеральных зерен в плоскости шлифа матрицей переходных вероятностей. Действительно, пусть мы имеем матрицу (рис. 2.15) числа случаев перехода от зерен i -го минерала к зернам j -го ($1 \leq i \leq k$; $1 \leq j \leq k$; k — число различаемых минералов). При достаточно большом объеме выборки, в результате которой составлена эта матрица, она должна стремиться к симметричной относительно главной диагонали ($i = j$), т. е.

$$n_{12} \approx n_{21}, n_{23} \approx n_{32}, \dots, n_{ij} \approx n_{ji} (i \neq j), \dots$$

Точно так же

$$n_{10} \approx n_{01}, \dots, n_{i0} \approx n_{0i}, \dots$$

Далее, при равномерной зернистости породы и при случайном расположении зерен разных минералов

$$\frac{n_{10}}{n_0} = p_1, \quad \frac{n_{20}}{n_0} = p_2, \dots, \quad \frac{n_{i0}}{n_0} = p_i, \dots,$$

где p_i — доля зерен i -го минерала.

Нарушения этих равенств свидетельствуют, таким образом, о неслучайном расположении зерен различных минералов, о тенденции к сближению зерен некоторых минералов, расположению их группами или же, напротив, их взаимному удалению. Значимость нарушения указанных равенств А. Б. Вистелиус оценивает с помощью критерия χ^2 . Подчеркнем еще раз, что указанные характеристики описывают неслучайность расположения минеральных зерен только при умеренном различии размеров этих зерен.

В более ранних работах А. Б. Вистелиус [1949б; 1961; 1962; Вистелиус, Фаас, 1965] применял тот же способ для оценки взаимосвязи литологического состава смежных пластов в разрезе.

	1	2	3	4
1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	n_{14}
2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	n_{24}
3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	n_{34}

	j
n_{1j}	
n_{2j}	
n_{3j}	

	k	\sum_j
n_{1k}	n_{10}	
n_{2k}	n_{20}	
n_{3k}	n_{30}	

i	n_{i1}	n_{i2}	n_{i3}	n_{i4}
-----	----------	----------	----------	----------

n_{ij}

n_{ik}	n_{i0}
----------	----------

k	n_{k1}	n_{k2}	n_{k3}	n_{k4}
\sum_i	n_{01}	n_{02}	n_{03}	n_{04}

n_{kj}
n_{0j}

n_{kk}	n_{k0}
n_{0k}	n_{00}

Рис. 2.15. Матрица переходных вероятностей.

Ф. Е. Викман [Wickman, 1961] предложил использовать матрицу переходов генетических комплексов пород, вычисляемую по геологической карте, для характеристики особенностей фациальной обстановки соответствующей территории.

В целом же методика статистического описания структуры полей неметризуемых случайных переменных еще ожидает своей разработки. Далек не ясны многие существенные вопросы обращения с такими моделями. Пристального внимания требует и само соответствие таких моделей реальным геологическим объектам.

Подводя итог изложенному в данном разделе, нужно обратить внимание на то, что в проблеме описания полей дискретных случайных переменных еще остается много трудных и нерешенных вопросов. Перечисленные модели учитывали в общем лишь самые общие, грубые, особенности структуры таких полей и нуждаются, разумеется, в дальнейшем усовершенствовании. Практически отсутствуют пока альтернативные (неслучайные) модели, которые позволяли бы перейти к более тонким, дуальтернативным, оценкам и получать соответственно более содержательные выводы.

Тем не менее рассмотренные в данном разделе модели включают большое число разнообразных пространственных статистических закономерностей, представляющих существенный интерес в геологических исследованиях. Общий принцип проверки предположения о наличии закономерности — сопоставление наблюдаемых данных со случайной моделью, случайным расположением объектов, не зависящим от координат пространства. Значимые отличия наблюдаемой ситуации от такой совершенно случайной модели принимаются за доказательство наличия закономерности проверяемого вида.

3.

ПОЛЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СКАЛЯРНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

3.1.

Выделение фона и локальных аномалий

3.1.1.

Общие представления о случайном непрерывном поле и его статистическом описании

Как уже упоминалось в разделе 1, многие геологические переменные можно рассматривать как случайные функции координат пространства, т. е. величины, образующие случайные поля [Обухов, 1954]. Рассмотрение удобнее начать со способов статистического описания одномерных случайных полей — случайных функций одной переменной [Корн, 1968; Свешников, 1968; Романенко, Сергеев, 1968; Феллер, 1967; Харкевич, 1962; Яглом, 1952]. В связи с тем, что во многих других приложениях такой переменной является время, одномерные случайные функции именуется также случайными процессами. Значительная часть теории случайных процессов посвящена оценке различных их характеристик с помощью средних величин, вычисляемых по совокупности (ансамблю) реализаций случайного процесса (средние по ансамблю). Этот путь представляет существенный интерес и для геологической практики, так как в качестве реализаций можно рассматривать результаты наблюдений по одной и той же линии в разное время при изучении быстротечных геологических процессов, а также и результаты наблюдений по нескольким смещенным линиям наблюдения, считая изменения поля в направлении смещения случайными.

Однако наибольший интерес представляют, видимо, статистические способы описания случайного поля по одной его реализации с помощью так называемых средних по времени. При задании поля на дискретной равномерной сети точек основные выборочные характеристики поля могут быть записаны в виде

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i; \quad (3.1)$$

$$\Lambda(\tau) = \frac{1}{n-\tau} \sum_{i=1}^{n-\tau} (u_i - \bar{u})(u_{i+\tau} - \bar{u}), \quad (3.2)$$

где \bar{u} — выборочное среднее значение случайной функции u_i на участке задания (n точек); $\Lambda(\tau)$ — автокорреляционная функция при сдвиге на τ точек.

Отношение $\Lambda^*(\tau) = \frac{\Lambda(\tau)}{\Lambda(0)}$ называется нормированной функцией автокорреляции, или коэффициентом автокорреляции.

Процесс именуется стационарным (однородным), если \bar{u} и $\Lambda(\tau)$ не зависят от положения участка, на котором они определяются. Укажем на некоторые специальные типы процессов. Так называемый *нормальный марковский процесс* [Феллер, 1967, стр. 702], когда u_i распределена нормально, а связь значений u_i в соседних точках полностью определяется вероятностью перехода от одного значения u_i к другому. У такого процесса $\Lambda^*(\tau)$ имеет вид

$$\Lambda^*(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}, \quad (3.3)$$

где α — некоторая постоянная. Значение $\tau_0 = \frac{1}{\alpha}$, при котором $\Lambda^*(\tau) = e^{-1}$, можно использовать как важную характеристику процесса — расстояние, до которого наблюдается заметная связь между значениями u_i (радиус автокорреляции). Нередко наблюдаемое явление периодичности в функции автокорреляции учитывается специальным множителем в виде

$$\Lambda^*(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \mu |\tau|. \quad (3.4)$$

Процесс со стационарными приращениями — процесс, приращения которого (первые разности) образуют стационарный процесс. Эти процессы удобно описывать с помощью так называемой вариации [Матерон, 1968; Гу, 1964], являющейся аналогом структурной функции [Обухов, 1954] для случая одной реализации

$$D(\tau) = \frac{1}{n-\tau} \sum_{i=1}^{n-\tau} (u_{i+\tau} - u_i)^2. \quad (3.5)$$

У стационарных процессов

$$D(\tau) = 2(\Lambda(0) - \Lambda(\tau)), \quad (3.6)$$

т. е. $\Lambda(\tau)$ целиком определяет $D(\tau)$, но не наоборот.

Важной характеристикой случайных процессов является также спектральное разложение, или спектр. При задании поля по дискретной сети точек оценка спектра получается с помощью разложения процесса в ряд Фурье [Хеннан, 1964]. При этом наблюдаемое поле u_i представляется в виде ряда

$$u_i \approx \hat{u}_i = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^m A_k \cos \frac{2k\pi}{n} i + \sum_{k=1}^m B_k \sin \frac{2k\pi}{n} i, \quad (3.7)$$

коэффициентами которого являются

$$A_0 = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} u_i; \quad A_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} u_i \cos \frac{2k\pi}{n} i}{\sum_{i=0}^{n-1} \cos^2 \frac{2k\pi}{n} i}; \quad B_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} u_i \sin \frac{2k\pi}{n} i}{\sum_{i=0}^{n-1} \sin^2 \frac{2k\pi}{n} i},$$

где n — по-прежнему число заданных значений поля; k — номер гармоники; m — число гармоник.

Доля k -й гармоники в общем изменении u_i (ее вклад), или оценка спектра, определяется выражением

$$S_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2},$$

а фазовый сдвиг той же гармоники

$$\psi_k = \arctg \frac{A_k}{B_k}.$$

Следует четко различать возможность разложения любой функции в ряд Фурье и соответственно описания ее спектра и наличие в ней реально наблюдаемой цикличности, имеющей существенный физический смысл [Фурдуев, 1957].

Двухмерные случайные поля описываются с помощью характеристик, подобных названным выше. Однако здесь появляется новое важное свойство поля — его анизотропия. Поле считается однородным и изотропным [Обухов, 1954], если его статистические характеристики не меняются при сдвиге системы отсчета, ее поворотах и зеркальных отражениях (инвариантны по отношению к этим преобразованиям). В частности, функция автокорреляции не должна зависеть от направления, по которому она изучается. Подробнее способы изучения анизотропии поля будут рассматриваться в главе 3.3.

3.1.2.

Сглаживание наблюдаемых полей *

В данном разделе рассматриваются задачи следующего типа. Предполагается, что на плоскости с координатами x и y заданы значения непрерывной скалярной переменной u , причем

$$u = f(x, y) + \varepsilon, \quad (3.8)$$

где $f(x, y)$ — функция координат; ε — случайная переменная, в некоторых задачах случайная функция координат.

В целом такая модель именуется моделью аддитивного случайного поля. Требуется дать оценку функции $f(x, y)$ в известных предположениях относительно ε или, напротив, описать случайную часть поля ε при некоторых предположениях относительно $f(x, y)$.

Неслучайная компонента поля $f(x, y)$ — это первая характеристика, которая обращает на себя внимание при описании поля и отражает его уровень (фон), характерный для отдельных частей изучаемой территории. Мы говорим об участках, областях относительно повышенных концентраций того или иного химического элемента

* См. работы [Андреев, Клушин, 1962, стр. 116; Гладкий, 1967, стр. 159; Крамбейн, Грейбилл, 1969; Тихонов, Буланже, 1945; Тяпкин, Голиздра, 1963; Agterberg, 1964; Dempsey, 1966].

в породах, областях повышенных значений геофизического поля, областях повышения относительной мощности определенной литологической разновидности пород в пределах некоторого стратиграфического горизонта. Описываемые таким образом области противопоставляются областям пониженных значений тех же признаков. Изменения уровня поля обычно несут в себе полезную геологическую информацию, которая может быть использована при выборе различных практических решений. Выделение фоновой части поля — это его сглаживание, генерализация, выделение основной его части с подавлением несущественных отклонений. Во многих случаях представляют интерес локальные отклонения от общего уровня, наиболее характерного для данной площади. В целом же рассматриваемая проблема — это проблема выделения в данном поле его особенностей по их пространственным размерам (ширине, площади).

Основные задачи, в решении которых используются операции сглаживания, можно условно разделить на четыре типа.

1. Выделение общих закономерностей, отражающих те или иные особенности геологического строения или геологической истории района. Таким способом выделяются области питания и направления перемещения обломочного материала по его концентрации в осадочных породах, дифференциация интрузивных массивов и т. п.

2. Сопоставление нескольких полей по совпадению или различию их общих закономерностей. Так, по совпадению основных закономерностей в изменении на площади концентраций двух химических элементов или двух минералов можно предполагать сходство процессов, определивших эти концентрации — единые их источники и единый процесс рассеяния. Напротив, по изменению общего характера поля можно иногда судить об изменении определяющих его процессов, например по эволюции общих закономерностей в структурном плане различных горизонтов можно обнаружить основные изменения в тектоническом развитии района.

3. Выделение локальных (остаточных) аномалий как разности измеренного и сглаженного поля.

4. Специфическая задача, возникающая при оценке месторождений. Подсчет запасов, определение минимального числа наблюдений, необходимых для достижения заданной точности подсчета, и выбор оптимальной методики подсчета запасов [Букринский, 1966; Каллистов, 1956; Карлье, 1966; Маттерон, 1968; Низгурецкий, 1963; Петров, 1963; Рыжов, Гудков, 1966; Matheron, 1962 и др.].

Способы описания (выделения) фоновой части поля весьма многочисленны и разнообразны, а соответствующая терминология выглядит очень пестрой. Это связано в основном с тем, что рассматриваемая задача решалась в различных областях геологии во многих случаях заново. Соответственно в геофизике говорят о «нормальном поле», «региональной части поля», «региональном фоне» и «локальных аномалиях»; в геохимических исследованиях — о «фоне» и «аномалиях», во многих других областях геологии в связи с особым способом описания фона пользуются введенным американскими

учеными представлением о «поверхностях тренда». Наиболее удачными нам кажутся понятия «фон» и «аномалия», ими мы и будем в основном оперировать в дальнейшем. При этом под «фоном» будем понимать любым образом определенную характерную часть поля, более плавную его часть, под «аномалией» — любое отклонение от фона, превышающее заданный условный уровень.

Возможные способы определения фона прежде всего различаются по тому, требуется ли для их реализации дополнительная информация, кроме информации о самом поле. Пусть на той же территории кроме признака, поле которого мы изучаем, задан другой признак, т. е. другое поле. Тогда вполне осмысленной и часто практически полезной будет задача — определить наиболее характерные значения одного признака при различных значениях другого или, точнее, в областях (частях территории) с различными значениями другого признака. Назовем эту операцию сглаживанием по частям. К этой операции прибегают, например, при исследовании особенностей химического и минерального состава тех или иных комплексов пород. Выводы при этом формулируются в таком приблизительном виде: «данная разновидность пород характеризуется повышенными концентрациями определенного элемента» или «для пород данного комплекса характерно пониженное содержание определенного минерала в тяжелой фракции». В рассмотренной формулировке задача выглядит чисто статистической (не пространственной). Однако локальные отклонения от фона, полученного хотя бы и таким способом, могут содержать полезную информацию чисто пространственного свойства. Примеры этому можно встретить, например, в петрофизических исследованиях. Так, Т. Джунусов и А. А. Смелов [1966] описывают выделение зон наибольшей термальной переработки пород по локальным повышениям их магнитной восприимчивости, найденным указанным способом.

Значимость различий значений поля в сравниваемых частях площади можно оценивать способами дисперсионного анализа [Смирнов, Дунин-Барковский, 1965, стр. 294; Шеффе, 1963] или другими приемами изучения расхождений выборочных средних.

В этом случае значения фона представляются постоянными в пределах выделенных областей и терпят разрыв на их границе.

Способы определения фона, не требующие привлечения дополнительной информации, можно разделить на три группы.

В первой группе границы области, для которой определяется характерный уровень, отыскиваются по каким-либо признакам самого поля, например путем выделения однородных совокупностей (см. раздел 4), по Д. А. Родионову [1968], или по участкам наиболее резких его изменений (см. главу 3.3). Такая операция родственна сглаживанию по частям, и сглаженное поле здесь также терпит разрыв на границах выделенных частей территории.

Во вторую группу можно отнести способы аппроксимации поля на всей исследуемой площади единой функцией координат, например полиномом t -го порядка, экспоненциальной функцией или функ-

циями какого-либо иного вида. Параметры этой функции определяются из условия наилучшего совпадения сглаженных данных с исходными, например способом наименьших квадратов. Найденную таким образом поверхность называют поверхностью тренда.

Наконец, в третью группу можно объединить способы скользящего сглаживания, в которых фон определяется для площадки постоянного размера (площадки трансформации) при различных ее положениях на исследуемой площади. Результат вычислений приписывается каждый раз центру площадки, и таким образом создается непрерывное поле сглаженных значений.

Аномалии во всех этих способах определяются либо как разность исходных и сглаженных значений поля, либо как разность значений поля, сглаженных в разной степени, т. е. при разных размерах площадок (при скользящем сглаживании) или в результате аппроксимации функциями разного порядка. В общем близки по смыслу и способы определения аномалий без сглаживания непосредственно по исходным значениям поля.

Рассматриваемой проблеме посвящена чрезвычайно обширная литература [Математические методы. . ., 1967; Романова, 1968 и др.]. Ограничимся поэтому упоминанием первых из известных работ в каждой данной области и наиболее значительных последующих.

Аппроксимация поля единой функцией координат начала применяться в геологии, по-видимому, с работы С. Ю. Доборжинского [1910, 1911], использовавшего для этой цели полиномы первой степени. В дальнейшем полиномы применяли А. Д. Архангельский и его соавторы [1937] при изучении закономерностей в магнитном поле европейской части СССР, У. Б. Эгоке [Agocs, 1951] и А. Е. Маловичко [1952] при выделении локальных гравитационных аномалий. Систематическое применение аппроксимирующих полиномиальных поверхностей разных порядков, именовавшихся поверхностями тренда, началось при использовании для этой цели электронных вычислительных машин (Simpson, 1954 и др.) и связано с работами У. Ф. Брауна [Brown, 1955], К. Ольдхема и Д. Б. Сазерленда [Oldham, Sutherland, 1955], Ф. С. Гранта [Grant, 1957] в геофизике и с работами Р. Л. Миллера [Miller, 1956], У. Крамбейна и его последователей в других областях геологии.

Общая идея аппроксимации поля полиномами заключается в следующем [Oldham, Sutherland, 1955]. Предполагается, что искомая функция $f(x, y)$ в выражении (3.8) имеет вид полинома степени t :

$$f(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + \dots + a_{tt}x^t y^t. \quad (3.9)$$

Полином (3.9) может быть выражен через ортогональные полиномы Чебышева [Хемминг, 1968, стр. 262]

$T_0(x), T_1(x), T_2(x), \dots, T_t(x)$ и $T_0(y), T_1(y), T_2(y), \dots, T_t(y)$ в виде

$$f(x, y) = b_{00}T_0(x)T_0(y) + b_{10}T_1(x)T_0(y) + b_{01}T_0(x)T_1(y) + b_{11}T_1(x)T_1(y) + \dots + b_{tt}T_t(x)T_t(y). \quad (3.10)$$

Приближая u_i выражением (3.10) или, что то же самое, выражением (3.9) по методу наименьших квадратов, мы получаем оценку этого полинома в виде

$$\Phi(x, y) = M_{00}T_0(x)T_0(y) + M_{10}T_1(x)T_0(y) + M_{01}T_0(x)T_1(y) + \\ + M_{11}T_1(x)T_1(y) + \dots + M_{tt}T_t(x)T_t(y), \quad (3.11)$$

где коэффициенты M_{qw} получаются из выражений

$$M_{00} = \bar{u}; \quad M_{qw} = \frac{n \sum (u_i - \bar{u}) T_q(x) T_w(y)}{\sum [T_q^2(x)] \sum [T_w^2(y)]}, \quad (3.12)$$

причем $q = 0, 1, 2, \dots, t$; $w = 0, 1, 2, \dots, t$, а суммирование выполняется по всем n точкам задания u_i . Предполагается, что координаты x и y независимы. Это достигается, если исходное поле u_i задано на регулярной прямоугольной сети и область задания поля имеет прямоугольную форму с границами, параллельными сети. В последнем случае вычисления можно упростить, заменив в выражении (3.12) суммы $\sum [T_q^2(x)]$ на $n_2 \sum_x [T_q^2(x)]$ и $\sum [T_w^2(y)]$ на $n_1 \sum_y [T_w^2(y)]$, где индекс x суммы означает суммирование по всем n_1 значениям x и по всем n_2 значениям y . Очевидно, что в этом случае $n = n_1 n_2$. Тогда выражения для оценок коэффициентов примут вид

$$M_{qw} = \frac{\sum (u_i - \bar{u}) T_q(x) T_w(y)}{\sum_x [T_q^2(x)] \sum_y [T_w^2(y)]}. \quad (3.13)$$

При $t = 1$, т. е. когда $f(x, y)$ аппроксимируется линейной функцией координат x и y , используя значения $T_0(x) = T_0(y) = 1$, $T_1(x) = x - \bar{x}$, $T_1(y) = y - \bar{y}$, получаем из выражений (3.11) и (3.12)

$$\Phi(x, y) = M_{00} + M_{10}(x - \bar{x}) + M_{01}(y - \bar{y}), \quad (3.14)$$

где

$$M_{00} = \bar{u}; \\ M_{10} = \frac{\sum (u_i - \bar{u})(x - \bar{x})}{\sum (x - \bar{x})^2}; \\ M_{01} = \frac{\sum (u_i - \bar{u})(y - \bar{y})}{\sum (y - \bar{y})^2}.$$

Эти формулы непосредственно следуют из формул (1.6) после подстановки введенных в них обозначений $\xi = x - \bar{x}$, $\eta = y - \bar{y}$, $\zeta = u_i - \bar{u}$ и условия линейной независимости y и x ($\sum \xi \eta = 0$).

При $t = 2$, что соответствует полиному второго порядка, кроме указанных $T_0(x)$, $T_1(x)$, $T_0(y)$, $T_1(y)$ используются $T_2(x) =$

$= 2(x - \bar{x})^2 - 1$, $T_2(y) = 2(y - \bar{y})^2 - 1$ и аппроксимирующая функция имеет вид

$$\Phi(x, y) = M_{00} + M_{10}(x - \bar{x}) + M_{01}(y - \bar{y}) + M_{11}(x - \bar{x})(y - \bar{y}) + \\ + M_{20}(x - \bar{x})^2 + M_{02}(y - \bar{y})^2, \quad (3.15)$$

где

$$M_{11} = \frac{n \sum (u_i - \bar{u})(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2};$$

$$M_{20} = \frac{\sum (u_i - \bar{u}) [2(x - \bar{x})^2 - 1]}{\sum [2(x - \bar{x})^2 - 1]^2};$$

$$M_{02} = \frac{\sum (u_i - \bar{u}) [2(y - \bar{y})^2 - 1]}{\sum [2(y - \bar{y})^2 - 1]^2}.$$

Аналогичным образом оцениваются коэффициенты и для других степеней полинома. Так как отыскание коэффициентов связано с большим объемом вычислительных операций, при значительном числе точек задания поля аппроксимация может осуществляться только с помощью ЦВМ.

Как уже говорилось, на оценку коэффициентов M_{qw} влияет зависимость y от x , которая может возникать при резко неравномерной сети наблюдений и при сильно вытянутой форме области задания поля. В последнем случае результат зависит от поворота координатных осей. О степени влияния линейной зависимости y и x на оценки вида (3.14) можно судить по следующему численному примеру. Оценим по формулам (3.14) коэффициенты аппроксимирующей плоскости в примере табл. 1.2 (глава 1.3). В этом примере $\bar{u} = 8$, а исходные суммы равны

$$\sum (u_i - \bar{u})(x - \bar{x}) = 16;$$

$$\sum (x - \bar{x})^2 = 26;$$

$$\sum (u_i - \bar{u})(y - \bar{y}) = 21;$$

$$\sum (y - \bar{y})^2 = 10.$$

Отсюда по формулам (3.14) получаем

$$M_{00} = 8; \quad M_{10} = \frac{16}{26} = 0,62; \quad M_{01} = \frac{21}{10} = 2,10.$$

Далее, по формулам (1.7) и (1.8) имеем

$$\gamma = \arctg \left(-\frac{M_{01}}{M_{10}} \right) = \arctg \left(-\frac{2,10}{0,62} \right) = 106^\circ;$$

$$\beta = \arccos \frac{1}{\sqrt{M_{10}^2 + M_{01}^2 + 1}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{(0,62)^2 + (2,1)^2 + 1}} = 65^\circ.$$

Таким образом, оценки и угла падения β , и азимута простирания γ оказались заметно отличными от результатов более точной оценки (1.6) — $\gamma = 113^\circ$ и $\beta = 72^\circ$. Это целиком определяется зависимостью y от x , о которой можно судить по оценке коэффициента корреляции r_{xy} ; в данном примере

$$r_{xy} = \frac{\sum \xi \eta}{\sqrt{\sum \xi^2 \sum \eta^2}} = \frac{-5}{16} = -0,31.$$

Совершенно очевидно, что при $|r_{xy}| = 1$, т. е. при задании поля на прямой, задача двумерной аппроксимации просто утрачивает смысл. При использовании полиномов степени выше первой будут сказываться и нелинейные зависимости y и x . Например, такой эффект явно проявляется в работе Р. Дж. Чорли [Chorley, 1964].

Большую роль могут играть искажения указанного вида при изучении тренда в трехмерном пространстве [Sampson, Davis, 1967], когда третьей координатой является высота точек наблюдения, располагающихся на дневной поверхности. Зависимость самой этой координаты от x и y обычно довольно сильна, и в результате эксперимента выявляются фиктивные закономерности с изолиниями, вытягивающимися в разрезе вдоль рельефа [Peikert, 1965; Whitten, Woer, 1964]. Поэтому в общем изучение тренда в трехмерном пространстве оправдано лишь при области задания поля, имеющей границы по каждой из координат, не зависящие от остальных координат, что достигается, например, при использовании данных бурения и подземных выработок.

О значимости выявляемого тренда судят, как это принято в дисперсионном анализе [Шеффе, 1963], по той доле общей дисперсии поля, которая учитывается данным трендом.

У. Крамбейн [Krumbein, 1963] показал возможность определения доверительных интервалов для найденного тренда при заданном уровне значимости. Однако, учитывая, что во многих практических ситуациях остаточные аномалии оказываются коррелированными, более надежные суждения о значимости тренда можно сделать сопоставлением поверхностей тренда, полученных по двум, лучше непересекающимся, выборкам из имеющегося материала [Agterberg, 1964; Connor, Miesch, 1964]. Например, У. Водсворт [Wadsworth, 1963] демонстрирует хорошее совпадение поверхностей тренда второй степени, полученных по 36 точкам наблюдения и по их части, включающей 20 точек наблюдения (рис. 3.1).

Кроме полиномов для аппроксимации применяются и другие виды функций, в частности экспоненциальные функции [Белонин, 1964; Вистелиус, 1963б; Романова, 1964].

Обратимся теперь к способам скользящего сглаживания. При этом наиболее широко применяются так называемые линейные преобразования вида

$$\Phi(x, y) = \Phi \sum K(\xi, \eta) u(\xi, \eta), \quad (3.16)$$

где x, y — координаты центра площадки трансформации; $K(\xi, \eta)$ — некоторые коэффициенты, зависящие от координат ξ, η точки задания поля в пределах площадки трансформации; ϑ — нормировочный множитель; суммирование выполняется по всем точкам задания поля, попавшим в пределы площадки трансформации при данном ее положении. Если поле изотропно, то применяются изотропные фильтры с $K(\xi, \eta) = K(\tau)$, где $\tau = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ — расстояние точки от центра площадки трансформации. Если в пределах площадки трансформации $f(x, y) = \text{const}$, помеха ε однородна, распределена нормально и ее значения в соседних точках взаимно независимы, то оптимальная оценка $f(x, y)$ получается при $K(\xi, \eta) = \text{const} = 1$,

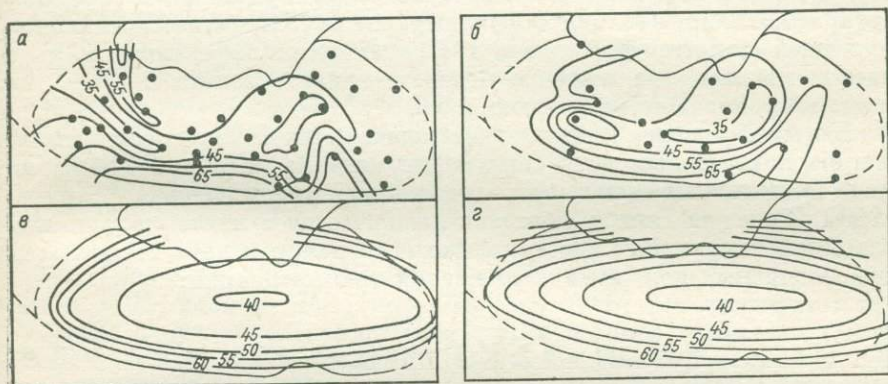


Рис. 3.1. Сопоставление поверхностей тренда второй степени, вычисленных по 36 (а, в) и по 20 (б, г) точкам наблюдения. Массив кварцевых диоритов Двенадцатифутовые Водопады, Северо-Восточный Висконсин, США. Исследуемая величина — индекс грубости зерен [Wadsworth, 1963]: а, б — исходные данные; в, г — поверхности тренда.

Показаны точки наблюдения, использованные при вычислении данной поверхности тренда.

т. е. способом скользящего невзвешенного осреднения или просто скользящего среднего

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i. \quad (3.17)$$

Этот простейший вид сглаживания наиболее широко применяется в геофизике [Маловичко, 1951; Тихонов, Буланже, 1945 и др.] и в других областях геологии [Букринский, 1966, стр. 10; Ермолаев, 1962; Krige, 1963 и др.].

Имеются сообщения о хороших результатах, полученных с применением других видов весовых функций, например коэффициентов Фурье [Белосов, Козлов, Ямпольский, 1965; Скуба, 1968 и др.], полиномиальных коэффициентов и т. п. [Krige, 1964, 1966]. В геофизических приложениях [Шнеерсон, 1946; Андреев, Клушин, 1962, стр. 162 и др.] используются коэффициенты $K(\tau)$, подобранные

таким образом, чтобы результат трансформации соответствовал полю на новом уровне, выше исходного. Сглаживанию с коэффициентами $K(\tau)$, убывающими с увеличением τ , соответствует многократное применение невзвешенного осреднения [Каллистов, 1956].

В упоминавшейся специфической задаче оценки интеграла от u_i для определения среднего содержания металла в блоке при резко асимметричном распределении содержащий Д. Г. Крайг [Krige, 1963] подбирал $K(\tau)$ по признаку наилучшего совпадения вычисленных значений $\Phi(x, y)$ с истинными на изученных участках. Впоследствии Ж. Матерон [Карлье, 1966; Матерон, 1968] обосновал аналитический способ отыскивания коэффициентов $K(\tau)$ для частного случая, когда величины u_i распределены логнормально, а вариация логарифмов концентраций $D(\tau)$ в выражении (3.5) является линейной функцией от логарифма сдвига τ . Практическая эффективность этих оценок показана на примере подсчета запасов золота и урана на месторождении Витватерсранд и др.

Большой интерес представляет задача, близкая по своему содержанию к сглаживанию, — выделение сигнала заданной формы на фоне интенсивных помех, или оптимальный прием сигнала [Тархов, 1959]. Идея решения этой задачи заключается в изучении функции взаимной корреляции между искомым сигналом и изучаемым полем при различных положениях площадки трансформации:

$$\Theta(x, y) = \vartheta \sum K(\xi, \eta)[u(\xi, \eta) - \bar{u}], \quad (3.18)$$

где $K(\xi, \eta)$ — коэффициенты, пропорциональные искомому сигналу; \bar{u} — среднее значение u_i в пределах площадки трансформации; суммирование выполняется по всем точкам задания поля в площадке. Максимальные значения $\Theta(x, y)$ отвечают точкам наиболее вероятного положения искомого сигнала. Имеющийся опыт применения этого способа в геофизике при обработке магниторазведочных, электроразведочных и радиометрических данных показывает, что удовлетворительные результаты можно получить даже при весьма приблизительной характеристике формы искомого сигнала.

Для грубой оценки размера площадки трансформации при скользящем сглаживании можно использовать то обстоятельство, что трансформация наиболее чувствительна к особенностям поля, сравнимым по размеру с площадкой трансформации [Володарский и др., 1962, стр. 31].

Выбор вида преобразования при сглаживании сказывается на результате в общем не так существенно, как выбор размера площадки трансформации [Володарский и др., 1962, стр. 30 и др.]. В частности, аппроксимация полиномом степени t приводит приблизительно к тому же результату, что и скользящее осреднение с площадкой трансформации, составляющей $\frac{2}{(t+1)(t+2)}$ от всей изучаемой площади. Полином нулевой степени в соответствии с вы-

ражением (3.11) тождествен среднему из всех имеющихся значений аппроксимирующая плоскость ($t = 1$) может быть получена осреднением в трех непрерывающихся площадках трансформации.

3.1.3

Практическое применение сглаживания

Методы сглаживания случайных полей применяются в настоящее время во многих областях геологических исследований: структурно-тектонических, фациальных, геофизических, при изучении пространственного изменения химического и минерального состава интрузивных пород, а также в поисково-разведочных задачах.

Выделение локальной и региональной части в наблюдаемом структурном плане той или иной территории — наиболее ранняя область применения сглаживания в геологии. Здесь сглаживание обычно позволяет только более объективно описать особенности поля, достаточно хорошо заметные и на исходных картах. Типичная практическая задача, решаемая таким путем, — выделение локальных структур, контролирующих размещение нефтяных месторождений [Merriam, Harbaugh, 1963]. В последние годы сглаженные структурные карты применяются также при изучении эволюции структур во времени [Белонин, 1964; Merriam, Sneath, 1966 и др.]. Так, Д. Мерриэм и Р. Липперт [Merriam, Lippert, 1966] демонстрируют проявление структурного несогласия в резкой смене характера поверхностей тренда третьей степени, описывающих структуру по семи маркирующим горизонтам (рис. 3.2). Разрабатываются количественные характеристики сходства структурных планов [Бухарцев, 1962; Мирчинк, Бухарцев, 1962; Krumbein, 1966; Merriam, Sneath, 1966]. В работах американских исследователей для этого используются коэффициенты аппроксимирующего полинома и расстояния между сравниваемыми поверхностями в пространстве этих коэффициентов [Krumbein, 1966].

Сглаженные карты гранулометрического (средний размер зерен и их сортировка) и минерального состава современных обломочных отложений применяются при изучении связи этих величин с условиями образования осадков: глубиной отложения, скоростью и направлением течений [Boon, 1968; Huang Ter-Chien, Coodell, 1967; Miller, 1956; Miller, Zeigler, 1958]. Широко используется сглаживание в палеогеографических реконструкциях, осуществляемых на основе различных особенностей древних осадков [Романова, 1964; Duff, Walton, 1964; Krumbein, 1956; Read, Merriam, 1966 и др.]. П. Аллен и У. Крамбейн [Allen, Krumbein, 1962] использовали поверхности тренда первой, второй и третьей степеней и отклонения от них для изучения условий образования галечников пласта Топ Ашдаун (нижний мел) в округе Уилд к юго-востоку от Лондона. Для суждения об условиях происхождения этих отложений важно было установить пути поступления обломочного материала. Для этого наряду с большим числом других признаков изучалась

концентрация в галечниках граната и ставролита, размер зерен циркона и мощность базального переходного горизонта Уодхэст (рис. 3.3). Анализ поверхностей тренда этих величин (рис. 3.4) показывает,

что основные направления поступления циркона и ставролита в общем совпадают (с восток-юго-востока), а гранат поступал преимущественно с северо-востока.

М. А. Романова [1964] описала применение аппроксимирующей функции в виде экспоненты полинома второй степени для выявления основных закономерностей в изменении трех величин, характеризующих современные песчаные отложения Центральных Каракумов. Изучались следующие переменные: 1) отражательные свойства песков — коэффициенты их спектральной яркости при длине волны 900 мкм — ρ_{900} (рис. 3.5); 2) содержание кварца и 3) содержание тяжелой фракции. Аппроксимирующие поверхности отыскивались отдельно для областей развития каракумской толщи (юго-восточная часть рисунка), заунгузской толщи (северо-западная часть рисунка) и промежуточной зоны. Общие особенности трендов всех трех рассматриваемых переменных хорошо согласуются между собой и указывают на поступление обломочного ма-

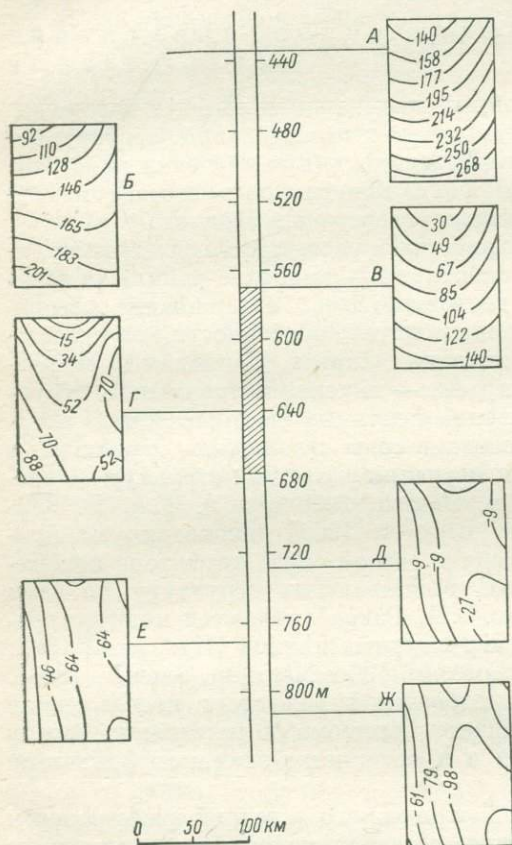


Рис. 3.2. Выделение структурного несогласия по изменению в очертании поверхностей тренда третьей степени стратиграфических горизонтов между кровлей формации Стаун Корелл (А) и подошвой формации Барнстаун (Ж) на одной из площадей Северо-Западного Канзаса [Merriam, Lippert, 1966].

Штриховкой выделены соленосные отложения формации Уэллингтон. Оцифровка изолиний — превышения относительно условного уровня, м.

териала с юго-востока при образовании заунгузской толщи и с юга при образовании каракумской толщи.

Интересный пример сглаживания переменных, заданных на прямой (одномерное поле), приведен У. Фоксом и Дж. Брауном [Fox,

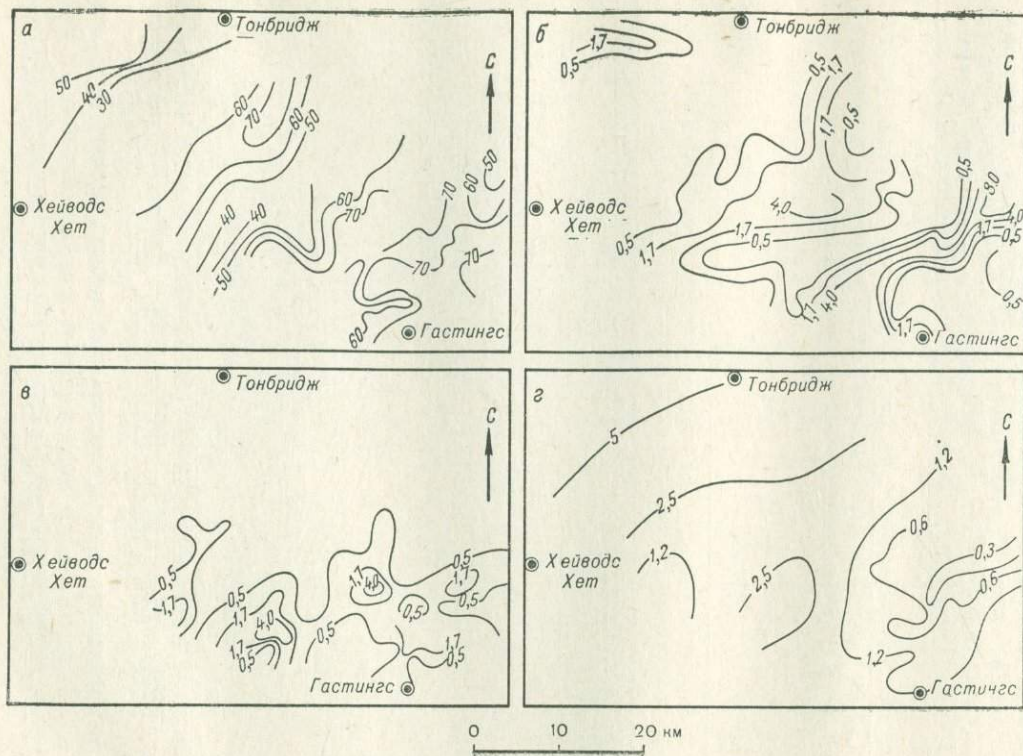


Рис. 3.3. Карты изолиний исходных данных к изучению палеогеографии времени образования галечников Топ Ашдаун [Allen, Krumbein, 1962]: а — средний размер зерен циркона, мк (67); б — концентрация граната, % (117); в — концентрация ставролита, % (117); г — мощность базального переходного слоя Уодхэст, м (30). В скобках указано количество точек наблюдений.

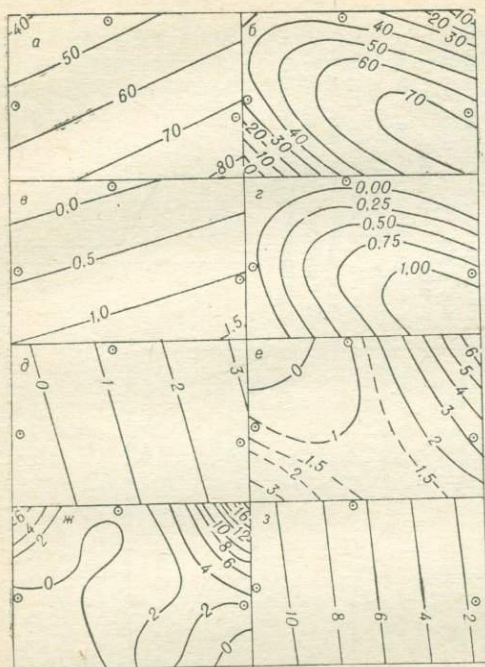


Рис. 3.4. Поверхности тренда первой (а, в, д, з), второй (б, г, е) и третьей (ж) степеней по исходным данным рис. 3.3. [Allen, Krumbein, 1962]: а, б — средний размер зерен циркона, мк; в, г — концентрация ставролита, %; д, е, ж — концентрация граната, %; з — мощность базального переходного слоя Уодхэст, м.

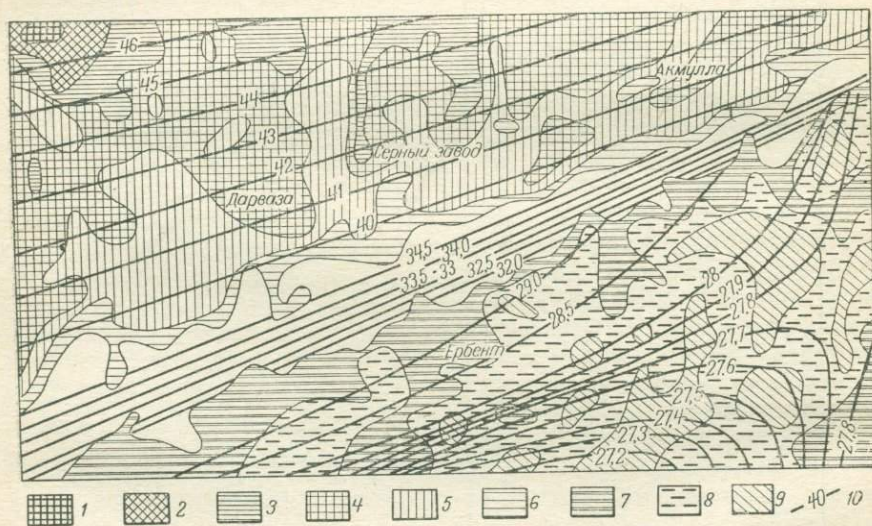


Рис. 3.5. Поверхность тренда спектральной яркости песков ρ_{000} [Романова, 1964].

ρ_{000} песков, % наблюдаемые: 1 — > 51; 2 — 48 — 51; 3 — 45 — 48; 4 — 42 — 45; 5 — 39 — 42; 6 — 36 — 39; 7 — 29 — 31; 8 — 27 — 29; 9 — < 27; 10 — линии ρ_{000} , аппроксимированные поверхностью второго порядка.

Brown, 1965]. Они сглаживали концентрации различных минералов, а также органических остатков в известняках. При этом выяснилось, что доля нарушенных (колотых) остатков хорошо коррелируется с минеральным составом известняков.

Из работ по применению сглаживания в геофизических исследованиях в добавление к упоминавшимся в параграфе 3.1.2 укажем статью Дж. Берендта и Р. Уолда [Behrendt, Wold, 1963], которые аппроксимировали магнитное поле, заданное на прямой, полиномами до 12-й степени включительно. При этом было замечено, что разность между аппроксимирующими полиномами 11-й и 3-й степеней хорошо коррелируется с глубиной фундамента. Этот результат иллюстрирует возможности двусторонней фильтрации, при которой подавляются и низкие частоты, связанные с региональными полями, и высокие частоты — несущественные отклонения (помехи) — и выделяется интересующий сигнал, в данном случае аномалии, вызванные породами фундамента.

Значительное число работ посвящено применению сглаживания при изучении зональности интрузивных массивов по химическому и минеральному составу пород и их физическим свойствам [Джунусов, Смелов, 1966; Dawson, Whitten, 1962; Whitten, 1961 и др.].

Дж. Кейн [Cain, 1964] сообщает о выявленном в результате сглаживания закономерном изменении плотности докембрийских гранодиоритов в Северо-Восточном Висконсине (США) и объясняет это либо ассимиляцией гранодиоритовым расплавом маффических вулканогенных пород, либо одновременной кристаллизацией различных частей плутона.

Е. Х. Т. Уиттен [Whitten, 1960] сообщает о проявлении структуры исходных осадочных пород в свойствах замесивших их метасоматических гранитов на площади Торр в Ирландии. Структура была восстановлена по ксенолитам осадочных пород среди гранитов. Изучалось отношение калиевого полевого шпата к плагиоклазу. В локальных положительных отклонениях этой величины от аппроксимирующей полиномиальной поверхности второго порядка довольно отчетливо проявилось ядро антиклинальной структуры замещенных пород, сложенное наиболее древними из них отложениями группы Минейтоутен (рис. 3.6).

Широко применяется сглаживание в геохимических исследованиях при поисках и разведке рудных месторождений.

Э. Синклер [Sinclair, 1967] демонстрирует закономерности в изменении концентраций элементов-примесей в сульфидах на площади Слоукейн Майнинг Кемп (Британская Колумбия, Канада). Аппроксимирующие полиномиальные поверхности второго порядка для трех элементов (серебра в галените, мышьяка в пирите и олова в сфалерите) удовлетворительно согласуются между собой (рис. 3.7), отмечая область максимальных значений, как предполагает автор, участок с наиболее высокой температурой минерализации. Отклонения от этих поверхностей не обнаруживают никакого сходства между собой.

Ряд работ по применению сглаживания концентраций химических элементов в рудах при изучении месторождений полезных ископаемых уже упоминался в 3.1.2.

Одну из наиболее ранних работ в этой области опубликовали В. К. Катувльский и Н. Н. Курек [1926], которые изучали на Риддеровском месторождении закономерности в изменении содержаний

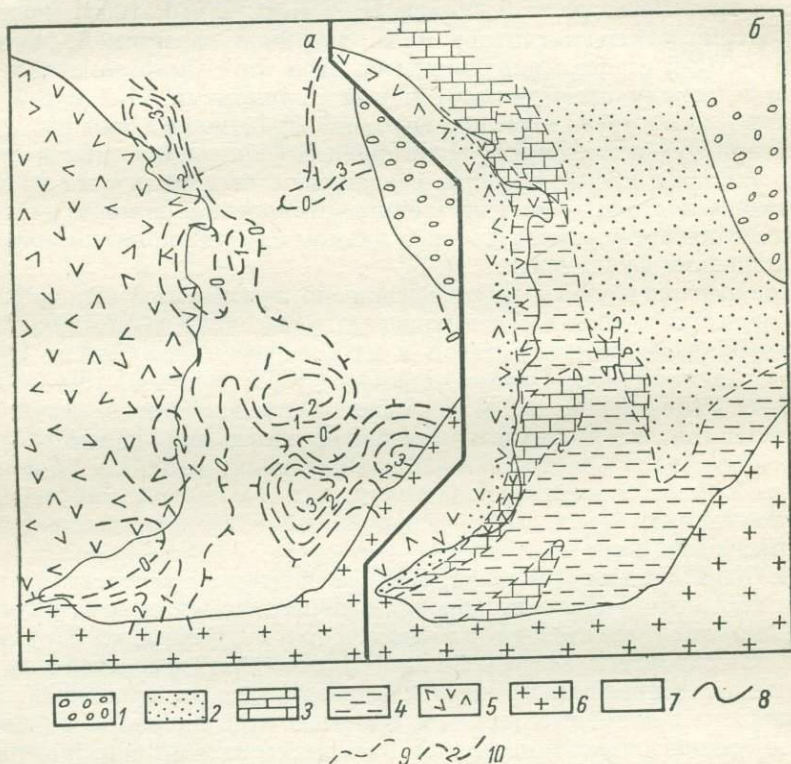


Рис. 3.6. Сопоставление повышений отношения полевых шпатов в гранитах (а) и «просвечивающей» стратиграфии исходных пород (б) [Whitten, 1960].

1 — кварциты Крокатор; 2 — пелиты Торр; 3 — известняки Лаф Эйне; 4 — группа Минейтоутен; 5, 6 — молодые граниты Розес (5) и Мэн (6); 7 — «древние» граниты Донегол (а); 8 — контур гранитного массива Донегол; 9 — контуры элементов «просвечивающей» стратиграфии; 10 — локальные повышения отношения полевых шпатов к плагиоклазу, в условных единицах.

свинца, цинка, меди, серебра и золота по мере продвижения от всячего бока залежи к лежащему. Эта работа интересна, в частности, тем, что в ней в отличие от большинства известных работ применялось осреднение по совокупности реализаций случайной функции. Такими реализациями являлись данные по каждому пересечению рудной залежи скважиной. Результаты объемного сглаживания на том же Риддеровском месторождении описывают К. Ф. Ермолаев и А. К. Каюпов [1962].

Обратимся теперь к некоторым существенным проблемам практического применения сглаживания в геологии и истолкования получаемых результатов.

Начнем с того, что пока еще довольно слабо изучен вопрос о требованиях к исходному материалу, используемому для выявления пространственных закономерностей рассматриваемого вида, как, впрочем, и для других закономерностей, требованиях к точности

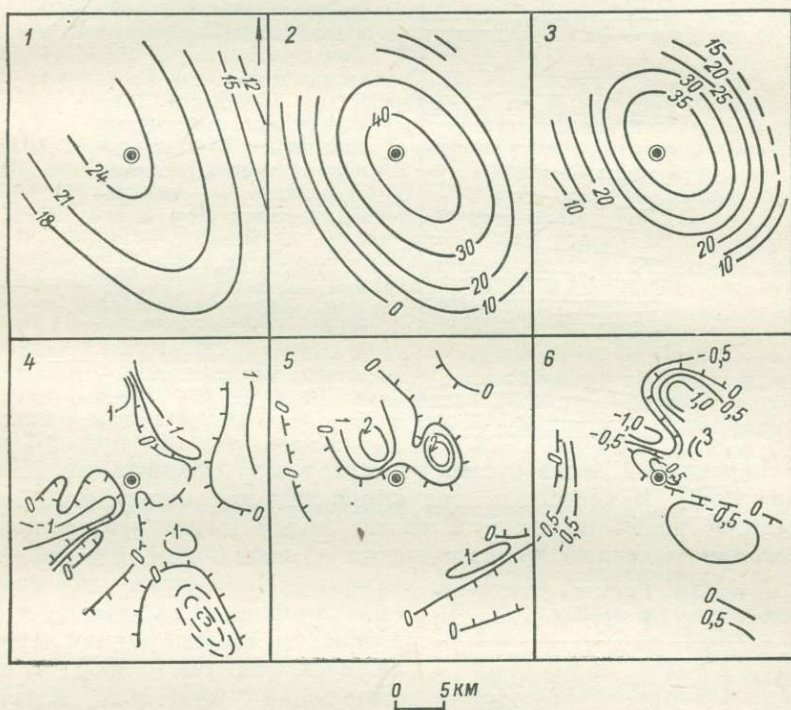


Рис. 3.7. Сопоставление поверхностей тренда второй степени концентрации серебра в галените (1, 4), мышьяка в пирите (2, 5) и олова в сфалерите (3, 6) [Sinclair, 1967].

1—3 — поверхности тренда; 4—6 — отклонения наблюдаемых значений от поверхности тренда.

исходных данных [Дементьев, 1964б], их количеству, густоте и равномерности сети.

Много неясного и в вопросе истолкования получаемых зависимостей — поверхностей тренда. В качестве крайней позиции по этому вопросу можно сослаться на высказывание Р. Вайка [Vajk, 1951, стр. 141] о том, что «за исключением линейного фона осреднение (а тем более и полиномиальная аппроксимация — Н. Б.) не имеет никакого смысла; не существует реального геологического объекта, соответствующего получаемой остаточной аномалии». То, что вопрос здесь существенно упрощен, видно хотя бы из приведен-

ных выше примеров практического использования поверхностей тренда. Однако большинство исследователей согласно с тем, что процедуру сглаживания ни в коем случае нельзя отрывать от всего процесса истолкования имеющихся данных, нельзя выполнять сглаживание не учитывая геологического и физического смысла изуча-

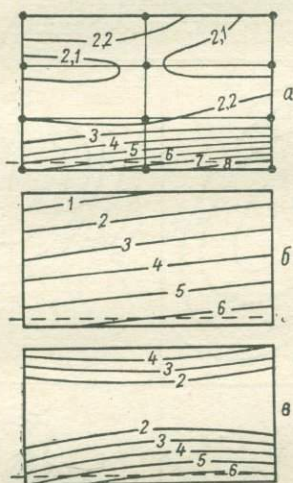


Рис. 3.8. Медианные значения размеров зерен песка (мм) на одном из участков берега оз. Мичиган [Крамбейн, Грейбилл, 1969, стр. 242]: а — изолинии исходных значений; б — поверхность тренда первой степени; в — поверхность тренда второй степени.

Пробы нижнего ряда отобраны из воды, урез которой показан пунктирной линией, пробы второго ряда — в зоне нижней бермы (бермы тихой воды), пробы верхнего ряда — в зоне верхней (штормовой) бермы.

емой переменной и получаемых результатов сглаживания [Маловичко, 1952]. В частности, при аппроксимации полиномами представляется необходимым и в то же время почти невыполнимым требование доказать до применения сглаживания, что искомая зависимость должна по своему смыслу описываться именно полиномом и именно данной степени [Chayes, Suzuki, 1963]. В этом отношении несколько помогает общее правило — из всех зависимостей выбирается та, которая точнее описывает имеющиеся данные и содержит наименьшее число параметров [Гутер, Овчинский, 1962].

Таблица 3.1. Средний размер зерен песка (мм) в пробах

0,234	0,225	0,204
0,205	0,212	0,202
0,220	0,214	0,234
0,510	0,730	0,870

Приведем в качестве иллюстрации следующий простой пример. У. Крамбейн и Ф. Грейбилл [1969, стр. 242] описывают распределение значений средних (медианных) размеров зерен песка на одном из участков берега оз. Мичиган (табл. 3.1).

Нижняя строка таблицы соответствует пробам, отобраным в воде в непосредственной близости от ее уреза, остальные строки — пробам, отобраным по линиям, параллельным береговой линии и отстоящим одна от другой на расстоянии около 3 м (10 футов). Столбцы соответствуют линиям проб, отстоящим одна от другой на расстоянии около 7,5 м (25 футов). В данном случае поле может рассматриваться как неслучайное, и при подходящем выборе изолиний ими достаточно отчетливо описываются все представляющие интерес и реально имеющиеся в исходных данных особенности поля: резко повышенный средний размер зерен в пробах, отобранных из воды, и весьма слабое повышение сред-

него размера зерен в пробах верхней строки, соответствующей верхней (штормовой) берме (рис. 3.8). Аппроксимация указанных 12 значений поля единой функцией координат не только не нужна, но и недопустима, поскольку в число этих значений входят резко отличные и по смыслу, и по результатам наблюдения в воде и на суше. Эта резкая граница при любых видах аппроксимирующей функции будет оставаться основной особенностью поля, определяющей результат аппроксимации. Того же рода ошибка допускается и при проведении изолиний, однако там она хотя бы ограничена промежутком между двумя нижними линиями проб. При аппроксимации же полиномом влияние этой ошибки распространяется на весь участок: линейный тренд приписывается непомерно большие значения двум средним линиям, а квадратичный — верхней линии (рис. 3.8, б, в).

Из способов сглаживания здесь были бы более уместны либо сглаживание по частям, либо осреднение по ансамблю реализаций. В сглаживании по частям, используя упомянутую границу — урез воды, получим средние значения 0,70 мм в воде и 0,22 мм на суше. Последний результат можно уточнить введя еще одну границу, в результате получим среднее для двух центральных строк таблицы, равное 0,21 мм и для верхней строки, соответствующей штормовой берме, 0,22 мм. Наконец, осреднение по каждой из строк явится осреднением по ансамблю реализаций, считая за таковые данные по каждому из трех столбцов. Изменение размера зерен вдоль берега в таком случае не учитывается, но это вполне оправдано и смыслом ситуации и имеющимся цифровым материалом. В табл. 3.2 показана сходимость результатов сглаживания описанными способами с исходным материалом. Для сравнения приведенных вариантов сглаживания в таблице дана условная мера — произведение числа параметров, описывающих сглаживающую функцию, на ее среднеквадратичное расхождение с опытными данными. Так как наибольшие расхождения соответствуют пробам, отобранным в воде, отдельно приведены расхождения для 9 проб, отобранных на суше. Нетрудно видеть, что сглаживание по частям и осреднение по ансамблю реализаций значительно лучше описывают опытные данные.

Таблица 3.2. Сопоставление различных вариантов сглаживания данных табл. 3.1

Способ сглаживания	Число параметров m	Степень сходимости			
		по 4 строкам		по 3 верхним строкам	
		σ	$m\sigma$	σ	$m\sigma$
Линейная функция	3	0,165	0,50	0,166	0,50
Полином второй степени	6	0,134	0,80	0,117	0,70
1 Сглаживание по частям, граница	3	0,078	0,23	0,012	0,04
То же, 2 границы	4	0,078	0,31	0,011	0,05
Осреднение по ансамблю реализаций	4	0,078	0,31	0,009	0,04

В целом же выбор оптимального варианта, согласующего оба названных требования (сходимость и минимум параметров), в общем не прост. Тем более сложно выбирать оптимальный вариант из двух зависимостей разного вида при одинаковом числе параметров в них.

Существенной особенностью полиномиальных поверхностей является то, что ими допускается существование нереальных значений изучаемых переменных; сглаживающая функция не имеет предела при безграничном удалении от центра изучаемой площади, выпуклые

поверхности тренда с положительными значениями в центре переходят затем к отрицательным значениям, что часто противоречит природе переменной. Так, на рис. 3.4 видно, что за нулевой изолинией, если быть последовательными, следовало бы изобразить изолинию « $-0,25\%$ ставролита», что не имеет никакого физического смысла.

Наилучшим решением являлось бы применение функции, вид которой следует из самой модели изучаемой переменной. Однако на существующей ступени познания геологических процессов этот путь почти не осуществим.

Сказанное, а также значительная трудоемкость вычислительных процедур при аппроксимации, особенно в случаях большого объема исходных данных, приводит к тому, что многие исследователи предпочитают применять для сглаживания скользящее осреднение [Agterberg, 1964; Никкол, Гаррет, Уэбб, 1968 и др.]. При этом влияние каждой отдельной особенности поля распространяется не далее чем на размер площадки трансформации и получаемые сглаженные значения поля не только никогда не выходят за пределы реально наблюдавшихся значений, но всегда близки к наиболее часто встречаемым.

Из общих ограничений возможностей сглаживания нужно упомянуть также о том, что при высоких градиентах основной закономерности (результатов сглаживания) сильно искажаются или вовсе пропускаются локальные аномалии и, наоборот, при высоком уровне локальных отклонений фон получается с большой погрешностью или же вовсе не может быть выявлен [Grant, West, 1965, стр. 243].

Однако в целом следует признать, что, несмотря на все перечисленные трудности, во многих ситуациях сглаживание оказывается весьма эффективным средством для выявления в имеющихся данных ценной информации.

3.2.

Изменчивость поля

Описание поля способами, изложенными в главе 3.1, было статистическим лишь в отношении определения фона. Предполагалось, что локальные отклонения от фона — аномалии — описываются при этом без применения статистических терминов, а именно, определяются положение, форма и амплитуда каждой из таких локальных аномалий. Нередки, однако, случаи, когда индивидуальное описание аномалий становится затруднительным, а то и вовсе невозможным. Более того, довольно часто в этом просто нет необходимости. Вот несколько типичных случаев.

1. Довольно распространенный случай, когда размеры локальных особенностей поля таковы, что при данной сети наблюдений они выявляются лишь частично, причем даже выявленные обнаруживаются по измеримому (заметному) искажению поля лишь в одной точке наблюдения или проявляются лишь на одном пересечении

(при непрерывных наблюдениях). Относительно таких аномалий трудно сделать сколько-нибудь надежные суждения об их форме, размерах и положении на плоскости.

2. Указанные трудности сохраняют свое значение и тогда, когда на исследуемой территории имеется большое число аномалий, удаленных друг от друга на расстояния, сравнимые или меньшие расстояния между маршрутами. Это так называемый случай затрудненной корреляции значений поля между маршрутами.

3. Наконец, число обнаруженных аномалий может быть настолько велико, что отдельное изучение и описание каждой из них потребовало бы непомерно больших и неоправданных затрат сил и времени. В то же время в подобных ситуациях каждая из аномалий по своему геологическому смыслу часто не представляет самостоятельного интереса ни с поисковой, ни с картировочной, ни даже с познавательной точек зрения. Сведения о соответствующих этим аномалиям геологических объектах, даже если бы они были получены, остались бы практически неиспользованными. Примером могут служить резко изрезанные магнитные поля над основными эффузивами. Каждый отдельный экстремум при этом может быть связан либо с участками пород, содержащих относительно повышенные или пониженные количества магнетита, либо с локальными особенностями ориентировки вектора остаточной намагниченности и не приносит, очевидно, существенной геологической информации. Немало аналогичных примеров можно, вероятно, найти и в геохимической практике.

Не имея возможности и не считая целесообразным что-то говорить в таких ситуациях о каждой из аномалий в отдельности, мы можем и вправе сделать определенные и обычно полезные суждения в целом о большой их совокупности как о статистическом коллективе.

Какие свойства такого статистического коллектива могли бы нас интересовать?

1. Средний уровень поля, о котором говорилось в главе 3.1.
2. Изменчивость поля в горизонтальном направлении, его неоднородность, проявляющаяся, в частности, в изрезанности графиков поля (этому вопросу и посвящена настоящая глава).
3. Анизотропия поля (см. главу 3.3).

Интуитивно эти представления давно осознаны, и при описании различных полей (например, в геофизике) широко используются понятия «повышенное поле», «изрезанное», «неоднородное», «сильно вытянутые аномалии», «область мозаичных аномалий». Однако приближенные качественные оценки позволяют уловить лишь самую общую, наиболее явную часть из перечисленных свойств поля. Для того чтобы измерять и использовать практически более тонкие изменения этих свойств, необходимо определять их количественно. Это означает, в частности, что, вводя понятие изменчивости поля, мы должны описывать одновременно процедуру измерения этого признака, которая приводила бы к объективному и воспроизводимому результату.

Задачи, при решении которых используется количественная характеристика изменчивости поля, можно условно подразделить на три типа.

1. Выявление закономерной (детерминированной) части случайного поля и оценка ее значимости.

2. Характеристика случайной, остаточной части поля для обоснования методики изучения детерминированной части: расположения точек наблюдений и т. д.

3. Характеристика структуры поля для сравнения его по этому признаку с другим полем, например для сравнения поля одной переменной в различных частях пространства или для сравнения полей различных переменных.

В первых двух задачах (глава 3.1) изменчивость (неоднородность) поля проявляет себя как помеха, которую требуется подавить в максимально возможной степени, наличие которой требуется учесть при оценке значимости описываемых закономерностей и в обосновании способов изучения таких закономерностей. При этом, естественно, интересует в основном относительная доля отклонений от фона, которая приходится на них в общем поле. Абсолютные значения отклонений при этом большой роли не играют. В решении этих задач в основном при оценке месторождений предлагались различные меры изменчивости поля, выдержанности месторождений, или «некоординированной» изменчивости [Богацкий, Гаврилин, 1967; Марголин, 1962; Низгурецкий, 1961б, 1963; Шарапов, 1962]. Большинство авторов рекомендуют для этой цели меры, построенные на второй разности значений поля в последовательных, равноотстоящих точках [Казаковский, 1948; Низгурецкий, 1961б; Петров, 1963; Четвериков, 1968]. Тем не менее некоторые авторы [Букринский, 1966] отмечают, что задача количественного выражения изменчивости еще не имеет удовлетворительного решения.

Последняя из названных задач посвящена непосредственно описанию статистических свойств локальных отклонений от фона. Какие именно статистические характеристики достаточно полно описывают локальные отклонения от фона, сказать, конечно, трудно. Скорее всего это должно определяться существом той геологической задачи, для решения которой используются полученные величины. Поэтому мы изложим ниже лишь некоторые соображения о тех статистических характеристиках остаточных аномалий, которые по имеющимся данным представляются наиболее интересными.

Если характеристика изменчивости поля используется для сопоставления небольшого числа участков, то имеется практическая возможность довольно полного описания различных особенностей локальных отклонений от фона подобно тому, как это сделано в работе Р. О. Стоуна и Дж. Дьюганди [Stone, Dugundij, 1965], изучавших формы микрорельефа дневной поверхности для характеристики территории с военной точки зрения. Указанные авторы применяли анализ Фурье, результатом которого является спектр — средние значения S_k амплитуд, соответствующие k -й гармонике (пара-

граф 3.1.1). При этом они ограничивались первыми шестнадцатью гармониками спектра с длинами волн от 4 футов (около 1,2 м) до 64 футов (около 20 м) при шаге отсчета 2 фута (около 0,6 м). Описание ограниченной таким образом части спектра осуществлялось с помощью следующих основных характеристик.

1. $\sum S_k^2$ — ожидаемая амплитуда высот выступающих особенностей микрорельефа.

2. $\sum k^2 S_k^2$ — ожидаемая величина наклона на формах микрорельефа.

3. $\frac{\sum S_k^4}{2(\sum S_k^2)^2}$ — тенденция форм микрорельефа к повторению по форме и (или) по расположению.

4. $(\sum S_k^2)(\sum k^2 S_k^2)$ — общая неправильность особенностей микрорельефа, степень уклонения.

5. Длина ячейки — длина кривой, которая требуется для наблюдения всех значимых особенностей микрорельефа. Кроме того, указывалась высота наибольшей из особенностей микрорельефа.

Для сравнительной характеристики изменчивости того или иного поля функцию автокорреляции или спектр применяют также многие другие авторы [Бусалаев, 1960; Вистелиус, 1949, 1950; Каратаев, Черный, Гусев, 1966; Луговенко, 1967; Симоненко, Розе, 1967; Bhattacharyya, 1968; Diamatides, Horowitz, 1957; Gudmundsson, 1967; Horton, Hoffman, Hempkins, 1962; Mundt, 1965, 1966, и др.]. Делаются попытки теоретически связывать автокорреляционные особенности поля и его спектр с особенностями соответствующей этому полю физической модели [Bhattacharyya, 1968; Naidu, 1967, 1968].

Однако часто возникает необходимость сопоставления большого числа участков и построения карт, которые отражали бы степень изменчивости поля в различных частях изучаемой территории. В этом случае требуются какие-то трансформации поля со скользкой площадкой и приходится ограничиваться небольшим числом характеристик, чтобы избежать чрезмерных затрат труда и времени при вычислениях и облегчить использование их результатов. Поэтому большинство авторов стремится ограничиться какой-либо одной характеристикой изменчивости поля.

Так, Б. С. Хейфец [1958] характеризовал сложность поверхности порядком аппроксимирующего его полинома.

По-видимому, чаще всего для характеристики изменчивости поля используется его дисперсия в пределах рассматриваемого участка или стандартное отклонение подобно тому, как это делается в технике при описании степени шероховатости поверхностей [Дунина, Барковский, 1961; Кордонский, 1963, стр. 408]. Эти величины применялись для описания изменчивости дневной поверхности [Бухарцев, 1962; Мирчинк, Бухарцев, 1962; Соседов, 1963; Strahler, 1954] и мощности изучаемых пластов [Дементьев, 1964а], магнитного поля

[Кондрашев, Асоян, 1968; Кондрашев, Оксман, Страхова, 1965; Ляхов, Соловьев, 1968; Соловьев, 1966; Озерцова, 1967], физических свойств пород [Жоголев, Жоголева, 1966].

Близкие по смыслу меры применяли и другие авторы. Так, М. А. Сперанский [1967] использовал для характеристики измен-

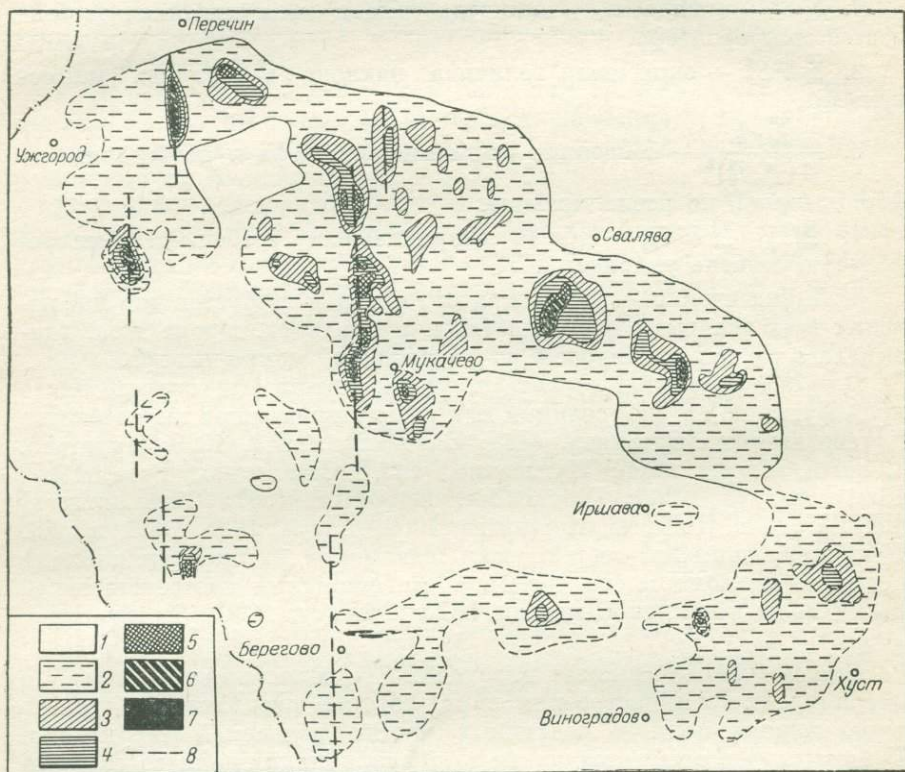


Рис. 3.9. Схема изменчивости аномального магнитного поля Закарпатья, по Г. И. Кругляковой [1962].

1 — невозмущенное поле; возмущенность поля, %: 2 — 0—20, 3 — 20—40, 4 — 40—60, 5 — 60—80, 6 — 80—100, 7 — 100—120; 8 — субмеридиональные разломы древнего заложения.

чивости поля среднюю амплитуду локальных аномалий. Аналогичную величину использовали Д. Мерриэм и Р. Липперт [Merriam, Lippert, 1966] при анализе структурных карт. При этом общее изменение амплитуды локальных структур хорошо согласуется по данным этих авторов с границами более крупных тектонических элементов.

Другие специалисты, напротив, уделяют большое внимание преобладающей частоте изменчивости и характеризуют ее, например, по густоте расположения локальных аномалий, извилистости цзо-

линий поля [Каратаев, 1966, стр. 21; Краснов, 1967; Кунин, 1963; Полканов и др., 1966; Розовский, 1962, стр. 13].

Естественны поэтому и попытки искать какие-либо комплексные характеристики изменчивости поля, подобные той, которая применялась в упомянутой работе Р. Стоуна и Дж. Дьюганди, т. е. характеристики, реагирующие и на частоту, и на амплитуду.

Например, Г. И. Круглякова [1962] предложила использовать для количественной характеристики изменчивости поля, или его «аномалийности», длину графика на участке профиля с постоянными размерами. Относительное превышение длины графика над длиной соответствующего участка профиля, выраженное в процентах, Г. И. Круглякова называет коэффициентом аномалийности. На схеме коэффициента аномалийности магнитного поля, построенной для Закарпатья (рис. 3.9), четко проявились крупнейшие разрывные структуры этой территории. Можно представить себе и иные комплексные характеристики изменчивости поля, например сумму абсолютных приращений поля в пределах площадки трансформации или сумму отклонений от функции, аппроксимирующей поле в пределах площадки трансформации.

При отыскании подобных характеристик изменчивости поля разумно заботиться о том, чтобы в них не проявлялись такие особенности поля, которые интуитивно не относятся к его изменчивости. Так, плавное, не осложненное неоднородностями возрастание поля должно приводить к отличным от нуля значениям «коэффициента аномалийности», вычисляемого по Г. И. Кругляковой, а также дисперсии поля и суммы абсолютных значений конечных разностей. В схемах с вычислением средних квадратичных отклонений или разностей весьма резко проявляются одиночные локальные экстремумы большой интенсивности. Учитывая последнее, целесообразно использовать при осреднении не квадраты, а какие-либо более низкие степени разностей и локальных отклонений.

Степень влияния некоторых важных особенностей поля на вычисленную меру его изменчивости можно пояснить следующим схематическим примером. Рассмотрим три типа поля (рис. 3.10): 1) поле в виде периодической функции с амплитудой h , длиной полу-волны l и числом m экстремумов на участке трансформации;

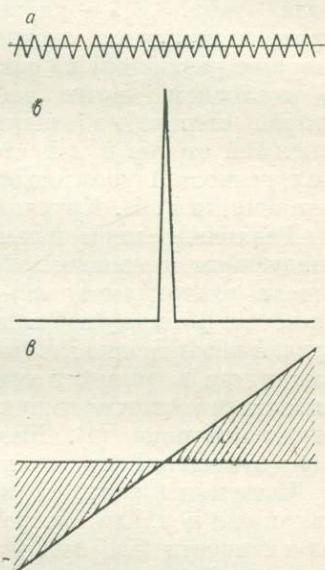


Рис. 3.10. Модели для сопоставления различных способов количественной характеристики неоднородности поля на интервале $2ml$: а — периодическая функция с длиной волны $2l$; б — одиночный импульс шириной kl ; в — линейная функция координат.

2) одиночная интенсивная аномалия с амплитудой h_1 и шириной kl на нулевом фоне; 3) поле в виде линейной функции расстояния с перепадом h_2 на участке трансформации. Длина участка трансформации во всех трех случаях одинакова и равна $2ml$.

Для сравнения были выбраны характеристики изменчивости, наиболее удобные при аналитическом вычислении по заданному виду поля (табл. 3.3), — дисперсия поля на участке трансформации, число экстремумов, среднее значение абсолютных приращений поля (первых разностей) и, наконец, среднее значение вторых разностей. В последнем случае рассмотрены разные варианты осреднения: второй степени, абсолютных значений и корней из абсолютных значений второй и t -й степени. Заметим, что среднее значение первых разностей удовлетворительно характеризует коэффициент аномальности Г. И. Кругляковой.

Различные меры изменчивости сопоставлялись между собой по следующим признакам: а) зависимость этой меры от частоты поля (числа экстремумов) m — показатель степени, в которой входит частота в формулу изменчивости; б) зависимость этой меры от амплитуды h неоднородности поля — показатель степени, в которой входит амплитуда в формулу изменчивости; в) отношение значений изменчивости, соответствующих полям вида (2) и (3) к значениям, соответствующим полю (1). Для наглядности приведена также величина этих отношений при конкретных значениях параметров.

Сведения в табл. 3.3 можно подытожить таким образом. Дисперсия поля и число экстремумов, как характеристики частных черт изменчивости (его амплитуды — неоднородности и частоты), занимают крайние положения по своей зависимости от этих свойств поля и не могут поэтому использоваться при описании и сопоставлении полей, резко различающихся и по амплитуде и по частоте локальных отклонений. Все остальные характеристики занимают некоторое промежуточное положение по своей зависимости от амплитуды и частоты изменчивости поля. Их удобно различать в данной задаче именно по отношению показателей степени, в которую входят амплитуда и частота в соответствующих выражениях. В этом смысле группу промежуточных характеристик могут представлять значения вторых разностей, осредненные с различными показателями степени. На этих характеристиках изменчивости не сказываются все особенности поля, которые можно описать линейной зависимостью в трех последовательных точках наблюдения. При высоком показателе степени они будут отражать в основном амплитуду, при низком — в основном частоту локальных отклонений.

Какой именно показатель степени следует выбрать в качестве оптимального, т. е. каким должно быть соотношение влияния амплитуды и частоты, сказать трудно. Может оказаться, что такого единого варианта, оптимального для всех мыслимых ситуаций, не существует. Интуитивно представляется довольно подходящим среднее значение корня квадратного из абсолютной величины второй разности. Эта характеристика еще довольно существенно зависит от

Т а б л и ц а 3.3. Сопоставление различных способов количественного описания изменчивости поля на моделях (участок равен $2ml$ шагов сети)

Вид поля, соотношения между различными полями	Стандартное отклонение σ (дисперсия σ^2)	Число экстремумов m	Первые разности $\frac{\Delta_1}{ \Delta_1 }$	Вторые разности			
				$\sqrt{ \Delta_2^2 }$	$ \Delta_2 $	$\{\sqrt{ \Delta_2 }\}^2$	$\left\{\frac{t}{\sqrt{ \Delta_2 }}\right\}^t$
Знакопеременное поле с амплитудой h и полуволной l (в шагах сети). Шаг сети много меньше l (1)	$\frac{h}{\sqrt{3}}$	$m = \frac{2ml}{2l}$	$\frac{2h}{l}$	$\frac{2h}{\sqrt{3}}$	$\frac{2h}{l^2}$	$\frac{2h}{l^3}$	$\frac{2h}{l^{t+1}}$
Показатель степени при h	1	0	1	1	1	1	1
Показатель степени при l^{-1}	0	1	1	1,5	2	3	$t+1$
Одиночный импульс с амплитудой h_1 и шириной kl (2)	$\frac{h_1}{4m} \sqrt{\frac{k(8m-3k)}{3}}$	1	$\frac{h_1}{ml}$	$\frac{h_1}{kl} \sqrt{\frac{3}{ml}}$	$\frac{h_1}{kl} \cdot \frac{3}{2ml}$	$\frac{h_1}{kl} \left(\frac{2+\sqrt{2}}{2ml}\right)^2$	$\frac{h_1}{kl} \left(\frac{2+\sqrt[4]{2}}{2ml}\right)^t$
Отношение показателей (2)/(1)	$\frac{h_1}{4mh} \sqrt{k(8m-3k)}$	$\frac{1}{m}$	$\frac{h_1}{2mh}$	$\frac{h_1}{2kh} \sqrt{\frac{3}{m}}$	$\frac{3h_1}{4kmh}$	$\frac{h_1}{2kh} \left(\frac{2+\sqrt{2}}{2m}\right)^2$	$\frac{h_1}{2kh} \left(\frac{2+\sqrt[4]{2}}{2m}\right)^t$
То же, при $k=2$, $m=20$, $\frac{h_1}{h}=20$	4,39	0,05	0,5	1,5	0,75	0,07	$10 \left(\frac{2+\sqrt[4]{2}}{20}\right)^t$
Линейная функция координат с перепадом поля h_2 в пределах участка (3)	$\frac{h_2}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{h_2}{2ml}$	0	0	0	0
Отношение показателей (3)/(1)	$\frac{h_2}{2h}$	0	$\frac{h_2}{4mh}$	0	0	0	0
То же, при $m=20$, $\frac{h_2}{h}=20$	10	0	0,25	0	0	0	0

амплитуды периодической функции (отношение показателей степени амплитуды и частоты $1/3$) и уже практически не реагирует на одиночные аномалии большой интенсивности.

По названным причинам будем рассматривать осредненное в степени 0,5 абсолютное значение второй разности как основную характеристику изменчивости поля. На более обоснованный выбор оптимальных характеристик изменчивости поля можно рассчитывать лишь после накопления достаточно большого опыта по изучению изменчивости, по применению для этой цели различных характеристик и сопоставлению их эффективности.

Выбранная нами мера имеет вид

$$\Psi = \left\{ \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-2} V|\Delta_i''| \right\}^2, \quad (3.19)$$

где $\Delta_i'' = (u_i - u_{i+1}) - (u_{i+1} - u_{i+2}) = u_i - 2u_{i+1} + u_{i+2}$ — «вторые разности», т.е. удвоенные значения «вариаций», по Б.А. Андрееву [1948], а u_i — измеренные значения поля в равностоящих точках профиля.

В табл. 3.4 показана схема вычисления величины Ψ по исходным значениям поля при $n = 9$, $n - 2 = 7$. Первое значение, записанное в столбце 5, получено как сумма первых семи значений столбца 4: $1,7 + 1,4 + 0 + 1,7 + 3,6 + 4,1 + 1,7 = 14,2$.

Предложенная мера изменчивости может применяться при описании различных данных — магниторазведочных, геохимических, высотных отметок рельефа дневной поверхности или каких-либо структурных поверхностей, а также для характеристики результатов электроразведочных, радиометрических и каротажных измерений и др.

Эта характеристика изменчивости является одним из видов трансформации исходных значений поля, зависит от параметров трансформации и может рассматриваться только в совокупности с этими параметрами: шагом задания исходного поля, размером интервала профиля, для которого определяется изменчивость (участка трансформации), шагом вычислений изменчивости по профилю.

Получаемые величины характеризуют изменчивость поля лишь при конкретном постоянном шаге задания исходного поля. Сопоставления мер изменчивости, вычисленных при разном шаге, возможны лишь после того, как выяснена ее зависимость от шага, которая может быть различной в разных ситуациях. Вычисления меры изменчивости при неравномерном шаге оправданы лишь в тех случаях, когда доказано, что эта мера не зависит от изменений шага в данных пределах. В большинстве таких случаев достаточно оценивать одну амплитуду неоднородности, например, по дисперсии или стандарту.

Изменчивость геофизических полей определяется неоднородностями в распределении физических свойств изучаемых пород, расстоянием от точек наблюдения до этих неоднородностей и различного рода помехами, например поверхностными неоднород-

Таблица 3.4. Пример вычисления количественной меры изменчивости поля

u	Δ'_i	Δ''_i	$V \Delta'_i $	$\sum_{i=1}^7 V \Delta'_i $	$\frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 V \Delta'_i $	Ψ
1	2	3	4	5	6	7
25						
23	-2					
18	-5	-3	1,7			
15	-3	2	1,4			
12	-3	0	0			
12	0	3	1,7	14,2	2,03	4,1
12	13	13	3,6	22,7	3,24	10,5
25	30	17	4,1	30,6	4,37	19,1
55	27	-3	1,7	32,6	4,66	21,7
82	-77	-104	10,2	33,4	4,78	22,8
5	10	87	9,3	29,8	4,26	18,1
15	6	-4	2	28,3	4,05	16,3
21	0	-6	2,5	29,2	4,17	17,4
21	0	0	0	24,7	3,52	12,4
21	7	7	2,6			
28	14	7	2,6			
42	-18	-32	5,7			
24						

ностями в электроразведке и радиометрии, рельефом дневной поверхности в магниторазведке. Использование предлагаемой меры изменчивости геофизических полей для характеристики геологических объектов возможно поэтому лишь при изменениях высоты наблюдений, много меньших шага отсчетов (наблюдений), и при умеренном влиянии помех, сравнительно однородных перекрывающих отложениях и спокойном рельефе.

Представляет интерес не изученная возможность: установив зависимость изменчивости поля от глубины залегания соответствующих объектов, использовать эту зависимость для оценки глубин (например, мощности покровных отложений) на сходных, менее изученных участках.

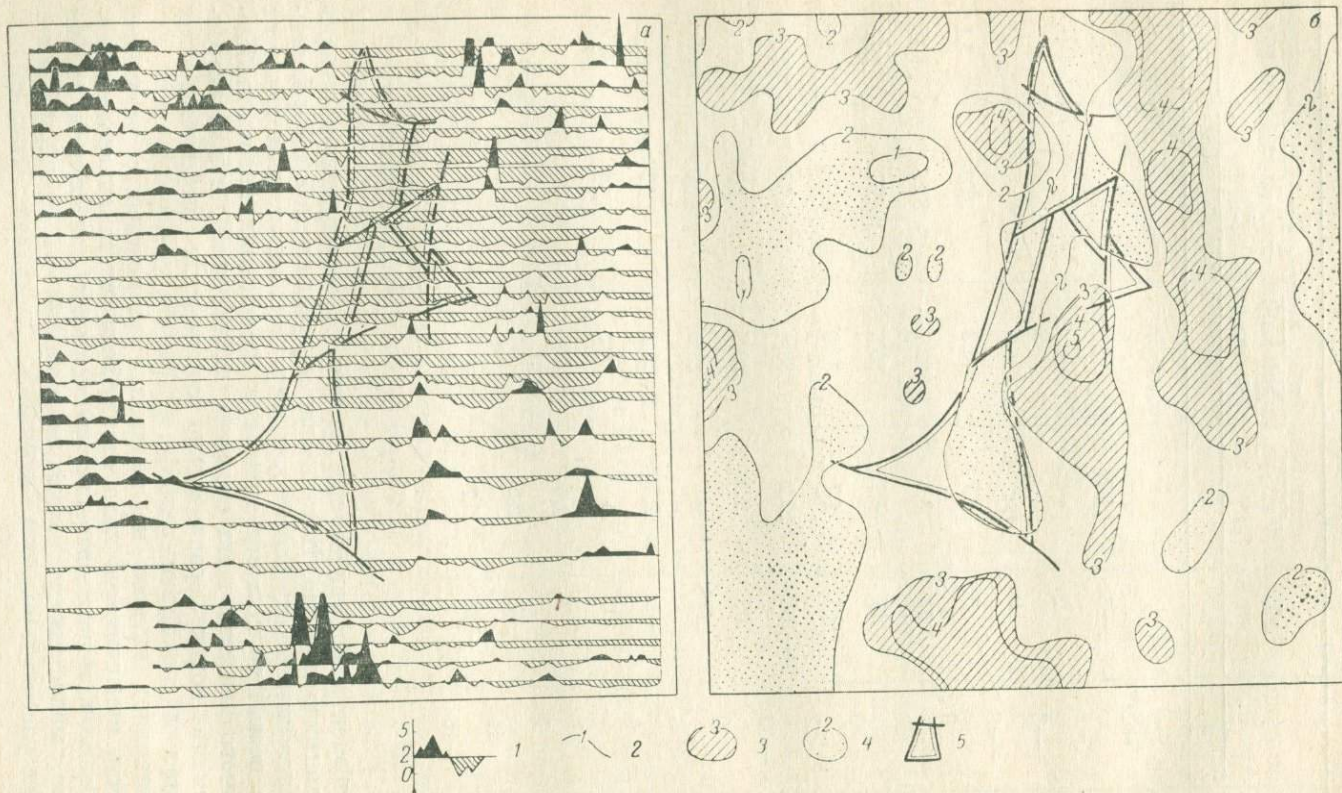


Рис. 3.11. Пример количественного описания изменчивости поля: а — графики магнитного поля; б — карта относительной изменчивости поля в десятках процентов.

1 — масштаб графиков магнитного поля в сотнях гамм (условный уровень 200 гамм); 2 — изолинии относительной изменчивости магнитного поля; 3—4 — области повышенной (3) и пониженной (4) изменчивости поля; 5 — контуры грабен-синклинали, выполненной отложениями ордовика.

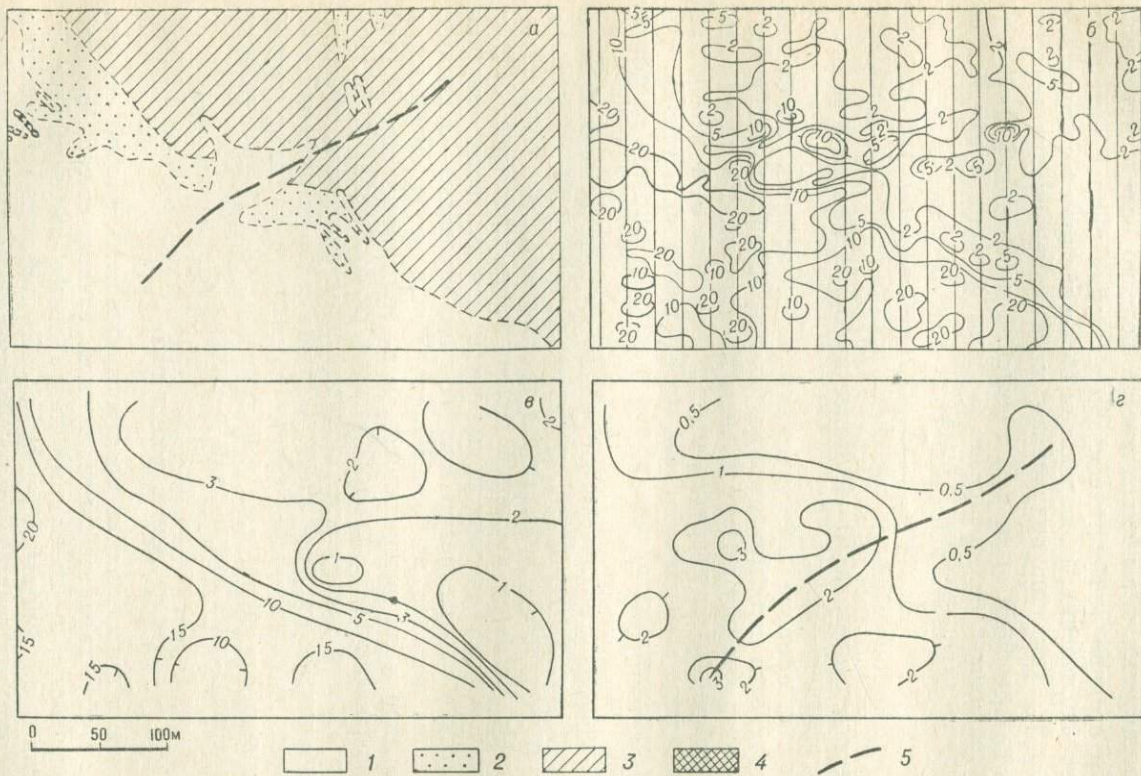


Рис. 3.12. Пример количественного описания изменчивости поля (по материалам А. М. Королева): *a* — геологическая схема; *b* — изолинии вертикальной составляющей магнитного поля в сотнях гамм; *c* — изолинии осредненных значений магнитного поля в сотнях гамм; *d* — изолинии количественной меры изменчивости поля в сотнях гамм.

Условные обозначения к геологической схеме (*a*): 1 — карбонаты; 2 — ийолиты; 3 — фениты; 4 — ультраосновные породы; 5 — предполагаемое тектоническое нарушение.

В большинстве случаев шаг задания поля для вычисления его изменчивости выбирается наименьшим возможным и определяется поэтому шагом наблюдений. Это позволяет описать наиболее высокочастотную из доступных составляющих изменчивости.

При вычислении меры изменчивости полезно определять одновременно и средние арифметические \bar{u} значения поля в интервале из n_1 точек наблюдения, совпадающем своим центром с интервалом вычисления Ψ . Так как получаемая мера изменчивости нередко оказывается зависящей от \bar{u} , для выделения независимой информации об изменчивости целесообразно в таких случаях применять ее относительную характеристику вида

$$\Psi^* = \frac{\Psi}{\Psi + |\bar{u}|},$$

изменяющуюся в пределах 0—1. Далее мы будем называть ее относительной изменчивостью.

В качестве примера практического использования описанной меры изменчивости поля приведем результаты обработки магнитного поля по одному участку в Центральном Казахстане. На карте относительной изменчивости довольно четко проявилась ее понижениями (по крайней мере в основной своей части) грабен-синклиналь, выполненная отложениями ордовика, что нелегко установить по исходному полю (рис. 3.11).

Другой пример практического применения количественной меры изменчивости магнитного поля приведен на рис. 3.12. Магнитное поле на этом участке карбонатитового массива имеет довольно сложный характер. На карте изолиний изменчивости поля (рис. 3.12, г) здесь выделяется четкая зона повышенной изменчивости, секущая контакт массива с измененными вмещающими породами — фенитами. В сглаженном поле та же особенность проявляется значительно менее отчетливо и по интенсивности, и по протяженности. К этой зоне приурочено секущее тело карбонатитов. По сообщению А. М. Королева, в этой зоне наблюдается эманационная аномалия, позволяющая предполагать наличие здесь тектонического нарушения.

Некоторые дополнительные данные об эффективности описанной меры изменчивости поля при использовании ее в совокупности с другими признаками будут даны в разделе 5.

3.3.

Анизотропия поля

Исследуемые в геологических исследованиях поля, вообще говоря, анизотропны, т. е. характер изменения поля зависит от того, в какой части пространства и по какому направлению он определяется. Анизотропия поля обычно содержит в себе полезную информацию об анизотропии тех геологических объектов, с которыми это поле связано, и является поэтому важным его свойством, требующим самостоятельного и достаточно полного описания. Эта необходимость уже давно осознана геологами [Ермолаев, 1962; Холл, 1966;

Charman, Kioux, 1958]. Суждения об анизотропии поля и качественные ее оценки широко используются в различных видах геологических исследований: структурной петрологии [Техс, 1967], региональных структурно-тектонических и металлогенических исследованиях [Landwer, 1967], в районировании и анализе полей в геофизике, в частности при выделении разрывной тектоники по особенностям этих полей [Еланский, Колесниченко, 1968; Кронидов, 1962; Кунин, 1963; Мирчинк и др., 1968; Симоненко, 1968; Собакар, 1967]. В некоторых видах геологических исследований разработана специальная методика для наблюдения различных протяженных элементов геологического строения (трещин, галек и др.) и описания их преимущественной ориентировки [Белонин, 1968; Вистелиус, 1958; Гольбрайх и др., 1968; Кноринг, Белонин, 1968]. В геофизике предусмотрены специальные методы изучения анизотропии среды [Дахнов, 1951, стр. 203; Keller, 1959 и др.].

Далее рассматриваются только методы описания анизотропии скалярного непрерывного поля, заданного на плоскости.

3.3.1.

Изучение горизонтальных градиентов, выделение «ступеней»

Наиболее элементарный и легче всего выявляемый вид анизотропии представляют собой так называемые ступени, например на структурных картах, в гравитационном или магнитном поле.

Особенно важны зоны высоких горизонтальных градиентов, т. е. границы областей с различным уровнем поля, которые в значительной своей части соответствуют границам геологических тел: тектонических блоков, интрузивных массивов и т. п. [Воробьев, Иванкин, 1966, стр. 169; Зандер и др., 1967, стр. 87; Тимофеев и др., 1966].

В простейшем случае подобные границы отражаются в уровне поля и хорошо выделяются поэтому на картах сглаженного поля при подходящих параметрах сглаживания. Однако при небольших размерах разнородных участков для их выявления требуются специальные трансформации.

Наиболее полной характеристикой горизонтальных градиентов на плоскости являются карты их векторов. В некоторых случаях удобно ограничиться менее трудоемкой характеристикой одного лишь модуля градиента, изображая его в виде карты изолиний [Ермолаев, 1955]. Одной из разновидностей таких карт являются карты изоклин, наклонов рельефа дневной поверхности [Krch, 1964].

При достаточно густом сечении изолиний градиент поля можно определить по их числу, попадающему на единственный отрезок, перпендикулярный к преобладающему в пределах этого отрезка направлению изолиний. Найденное таким образом значение градиента относится к середине соответствующего отрезка. Размер отрезка выбирается по возможности небольшим, чтобы точнее определить положе-

ние точки с максимальным градиентом. С другой стороны, он должен быть достаточно велик, чтобы на него попадало несколько изолиний, т. е. чтобы перепад поля в его пределах был оценен с достаточной точностью.

При меньших градиентах или при малом числе изолиний приходится ограничиваться измерением расстояния между двумя соседними изолиниями. В этом случае оценивается, разумеется, лишь минимальная возможная величина градиента, от которой истинное его

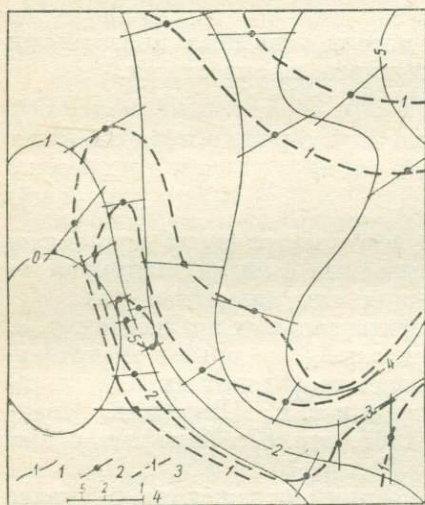


Рис. 3.13. Схема вычисления модуля горизонтального градиента поля по карте изолиний.

1 — изолинии исходного поля; 2 — направление, вдоль которого измеряется расстояние между изолиниями; 3 — изолинии модуля горизонтального градиента; 4 — шкала расстояний для выбранных значений градиента.

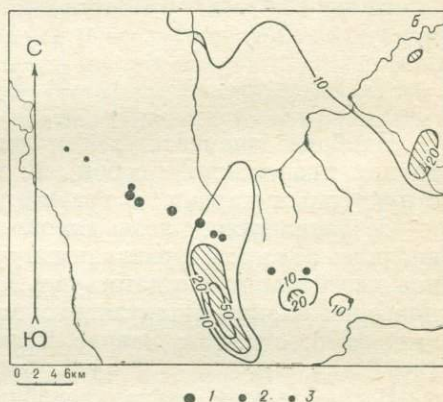
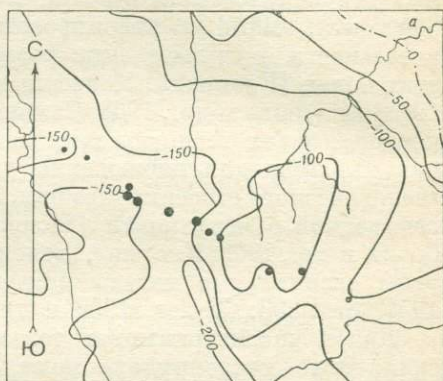


Рис. 3.14. Пример карты модуля горизонтального градиента: а — изолинии магнитного поля в гаммах; б — изолинии модуля горизонтального градиента в гаммах на километр.

1 — месторождения ртути; 2 — рудопроявления ртути и сурьмы; 3 — находки киновари в коренном залегании.

значение может, вообще говоря, отличаться довольно существенно. Представляется удобной следующая процедура. Зная сечение изолиний и масштаб карты, можно найти расстояния между изолиниями, соответствующие тем или иным выбранным значениям горизонтального градиента (в гаммах на километр для магнитного поля, в метрах на километр для рельефа дневной поверхности и т. д., например 5, 10, 20 *гамм/км*), и построить шкалу таких расстояний. Перемещая затем эту шкалу вдоль какого-либо интервала между изоли-

ниями таким образом, чтобы она образовывала каждый раз одинаковый угол с обеими изолиниями (рис. 3.13), можно найти те точки, в которых расстояния между изолиниями точно равны выбранным граничным значениям. Соответствующее значение градиента можно отнести к точке, расположенной посередине между изолиниями. Соединив затем точки с одинаковыми значениями градиентов, получим карту изолиний модуля горизонтальных градиентов.

На рис. 3.14 приведен пример проявления геологических границ в карте горизонтальных градиентов поля. Цепочка ртутных рудопроявлений приурочена здесь к ядру антиклинальной структуры — основного рудоконтролирующего тектонического элемента района. Меридиональная зона повышенных горизонтальных градиентов магнитного поля, хорошо согласующаяся с направлением спрямленных участков гидросети, по-видимому, вызвана секущим разломом, контролирующим в значительной мере расположение ртутных проявлений. Такой разлом может проявляться в магнитном поле вследствие разницы как магнитных свойств пород в разделяемых им блоках фундамента, так и глубины залегания этих блоков.

Понижения модуля горизонтального градиента наблюдаются в двух основных случаях — на участках с невыразительным, сравнительно слабо меняющимся полем и в экстремальных точках поля. Последние случаи довольно четко выделяются на картах градиента замкнутыми кольцевыми зонами повышенных градиентов. Полезно, однако, при этом отметить на карте знак экстремума, чтобы облегчить чтение карты градиента без карты исходного поля.

Близкая по смыслу методика была предложена В. Я. Гвином [1966] для выявления локальных аномалий на фоне сильных региональных градиентов по отношению расстояний между изолиниями в двух смежных промежутках.

Если интересующая ступень осложнена влиянием более мелких аномалий, можно сначала сгладить их влияние подходящим осреднением, а затем найти горизонтальные градиенты осредненного поля описанным выше способом.

Когда локальные осложнения не превышают амплитуду выделяемой ступени, можно использовать следующий способ определения средних горизонтальных градиентов по карте изолиний исходного поля. В этом случае используется величина, которую по формальной схеме ее вычисления можно назвать энтропией поля, т. е. $H =$

$$= - \sum_i^n p_i \lg p_i,$$

где p_i — вероятность (в нашем случае доля) i -го состояния системы (в нашем случае i -го интервала между изолиниями). Энтропия принимает значение 0, когда вероятность одного из состояний равна единице, а всех остальных, следовательно, нулю. Напротив, она принимает максимальное значение для данного n , равное $\lg n$, когда все n состояний равновероятны, т. е. когда $p_i = \text{const} = \frac{1}{n}$. Подобно тому, как это делалось и при других

трансформациях, значение энтропии вычисляется для некоторого участка (площадки) и относится к его центру. Нулевому значению энтропии соответствует расположение площадки целиком в одном интервале между изолиниями, а максимальная энтропия при данном числе изолиний, попавших в пределы площадки, будет наблюдаться,

когда площадка делится изолиниями на n равновеликих частей. Максимальное значение энтропии при $n = 2$, т. е. в случае, когда площадка делится одной изолинией на две части, и при использовании двоичных логарифмов равно единице.

Одновременно с вычислением энтропии могут быть получены данные, необходимые для определения среднего значения поля.

Для вычисления площадей используется палетка, как на рис. 3.15, на которой каждая точка соответствует центру элементарного квадрата, составляющего 0,01 от всей площадки. Таким образом, подсчитав число точек палетки, попавших в определенный интервал между

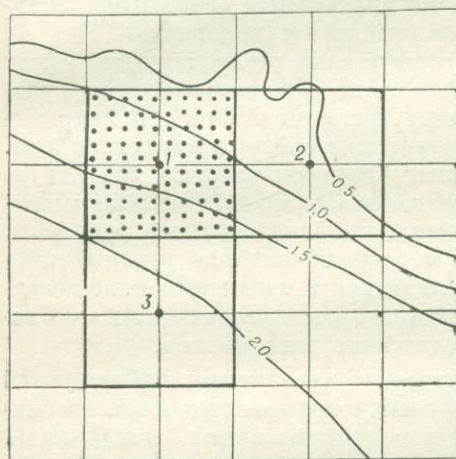


Рис. 3.15. Схема вычисления энтропии по карте изолиний.

изолиниями, мы получим долю этого интервала в процентах. Так, на рис. 3.15 при расположении центра площадки в точке 1 в интервал 0,5—1,0 попало 20 точек палетки, в интервал 1,0—1,5 мэ — 52 точки и в интервал 1,5—2,0 мэ — 28 точек. Соответственно p_i равно 20, 52 и 28%. Результаты подсчета записываются в журнал обработки по форме табл. 3.5.

Т а б л и ц а 3.5. Пример вычисления энтропии поля $H = - \sum_i p_i \lg_2 p_i$

u	Номер точки								
	1			2			3		
	$p_i, \%$	$-p_i \lg_2 p_i$	\bar{u}	$p_i, \%$	$-p_i \lg_2 p_i$	\bar{u}	$p_i, \%$	$-p_i \lg_2 p_i$	\bar{u}
0—0,5	—	—	—	32	0,53	0,08	—	—	—
0,5—1	20	0,46	0,15	46	0,52	0,34	—	—	—
1—1,5	52	0,49	0,65	21	0,47	0,26	—	—	—
1,5—2	28	0,51	0,49	1	0,07	0,18	25	0,50	0,39
2—2,5							75	0,31	1,69
Сумма		1,46	1,29	—	1,59	0,86	—	0,81	2,08

Таким образом, при каждом элементарном вычислении заполняются три столбца. В первый столбец записываются результаты подсчета площадей p_i (%), во второй — соответствующие этим p_i значения функции $-p_i \lg_2 p_i$ по специальной таблице [Яглом, Яглом, 1960], наконец, в третий — результат умножения среднего

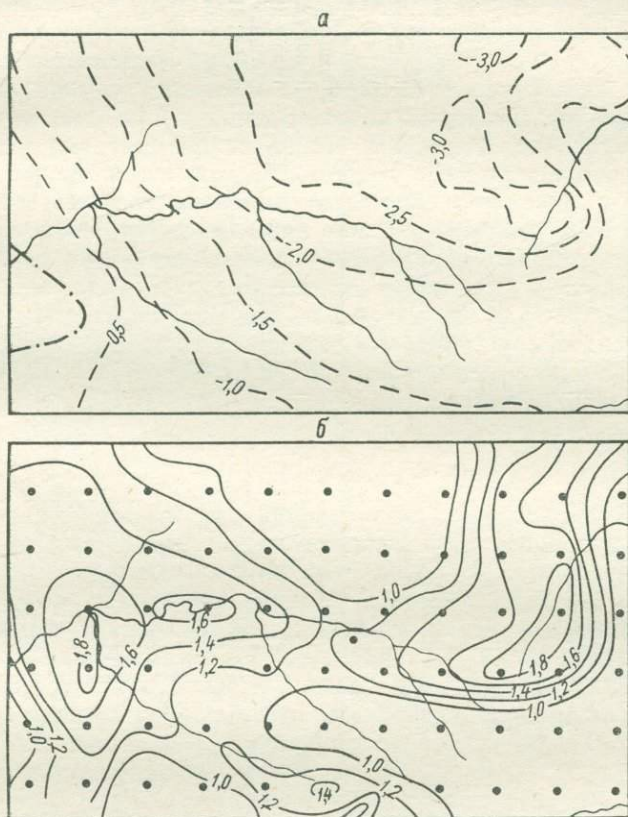


Рис. 3.16. Пример карты энтропии поля: а — изолинии исходного поля — магнитное поле в сотнях гамм; б — изолинии энтропии поля, которая вычислялась в указанных на рисунке точках.

значения u_i в интервале на относительную долю этого интервала p_i например во второй строке для первой точки — $0,75 \times 0,20 = 0,15$. После суммирования чисел по столбцам получаем во втором столбце величину энтропии, в третьем — среднее значение поля \bar{u} в пределах площадки.

На рис. 3.16, б показан пример карты энтропии, построенной по исходному магнитному полю (рис. 3.16, а). Основные особенности этого поля связаны здесь с глубинными источниками — с рельефом

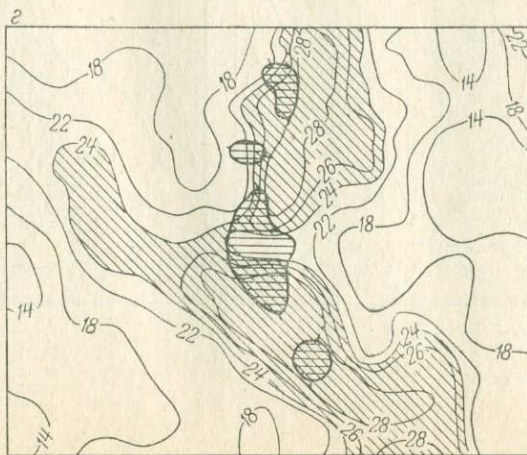
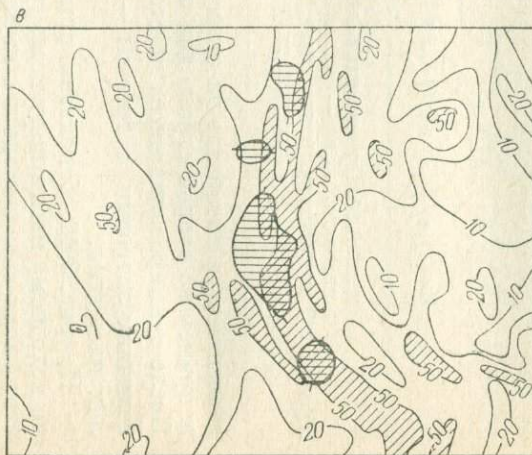
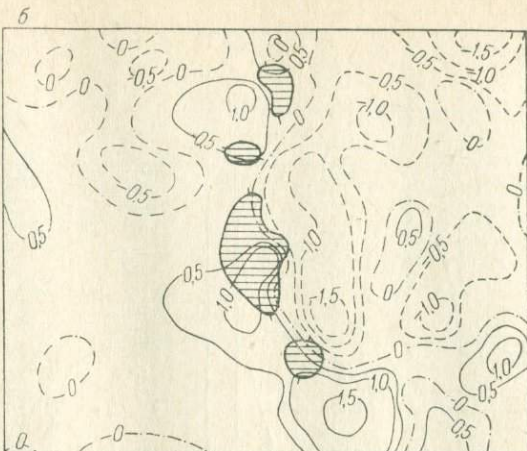
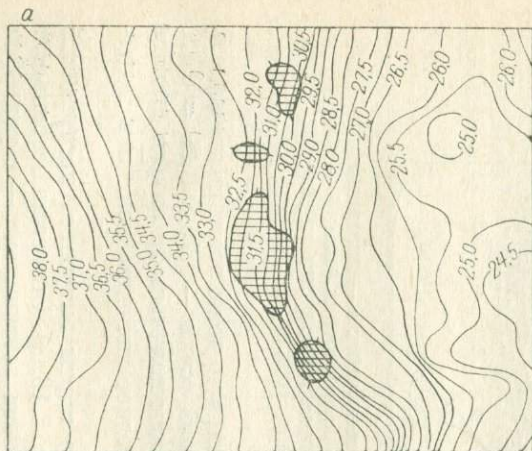


Рис. 3.17. Пример карты энтропии (а) гравитационного поля (а) в сопоставлении с другими способами его описания: локальными аномалиями (б) и горизонтальными градиентами (в). Выделены ореолы свинца в дельте.

кристаллического фундамента. Однако карта энтропии магнитного поля обнаруживает удивительное соответствие с очертаниями гидро-сети. По-видимому, это свидетельствует о контроле основных черт и магнитного поля и гидросети едиными тектоническими факторами. Любопытно отметить, что на карте горизонтальных градиентов, построенной по описанному выше способу, такого четкого совпадения не обнаруживается, вероятно, из-за осложняющего влияния локальных магнитных аномалий.

Другой пример описания средних горизонтальных градиентов приведен на рис. 3.17 в сопоставлении с другими трансформациями исходного, гравитационного поля. На карте энтропии наиболее отчетливо проявляется приуроченность ореолов свинца в делювии к зонам повышенных значений энтропии, а наиболее крупного из них — к пересечению двух таких зон. На том же участке замечено, что основная часть известных жильных тел ориентирована вдоль изолиний энтропии гравитационного поля.

Когда исходная информация задана в виде карт числовых значений поля, можно выделять ступени способом «анизотропной трансформации» И. Г. Клушина и И. Н. Толстихина [1961]. Однако этот способ весьма трудоемок, даже если ограничиваться очень грубой характеристикой анизотропии по четырем направлениям.

3.3.2.

Выделение осей аномалий

Следующий важный вид анизотропии описывается в геофизике и других приложениях расположением осей аномалий (или осей корреляции). Наиболее четкие оси аномалий обычно легко выделяются на глаз по графикам или изолиниям поля без каких-либо вспомогательных вычислений. Подобный прием применяли, например, А. Д. Архангельский с соавторами [1937] при анализе магнитного поля европейской части Союза. Дж. Аффлек [Affleck, 1963] изучал с помощью роз-диаграмм преобладающие простирания осей аномалий регионального магнитного поля и сопоставлял розы, соответствующие различным территориям. Д. Л. Холл (1966) и Т. А. Андиева [1967] сравнивали простирания осей аномалий магнитного поля с простираниями тектонических структур. Ю. Б. Шауб [1963], М. Д. Фуллер [1966], А. Б. Коган [1967] и другие авторы предлагают анализировать анизотропию поля (выделять оси аномалий) с помощью взаимной корреляции значений поля на соседних профилях (или кросс-корреляции).

А. Б. Коган [1967; Коган и др., 1967] предложил использовать для выявления осей аномалий направленное суммирование графиков поля по группе профилей со сдвигом в пределах некоторого углового интервала и частотный анализ полученного суммарного сигнала. При этом для обработки результатов применяется специальное полуавтоматическое устройство, а сама обработка выполняется автоматическим фотоэлектрическим способом. Эта методика заимствована из сейсморазведки, где она является основным элементом в так называемом методе регулируемого направленного приема.

Необходимо, однако, отметить, что подобные приемы пригодны лишь для выделения и прослеживания аномалий с простираниями, мало отличающимися от нормали к профилю. Иначе говоря, в данном случае и способ задания поля и трансформация сами по себе анизотропны, что необходимо учитывать и при постановке соответствующих задач и при анализе их результатов.

Аналогичный прием используется в структурной геологии для корреляции разрезов осадочных пород по различным их признакам — литологической характеристике, мощностям отдельных слоев и т. п. [Верба, 1968 и др.].

3.3.3.

Изучение анизотропии по значениям поля, заданным в точках квадратной сети

Наиболее широкий интерес представляют, по-видимому, методы непосредственного изучения анизотропии скалярного поля по его значениям, заданным в точках изотропной сети. Именно этой задачей мы и ограничимся в дальнейшем обсуждении.

Насколько известно, впервые методы для решения такой задачи были предложены Р. Лаутербахом [1957] как важный составной элемент в методике так называемой микромагнитной съемки [Бухгейм, Лаутербах, 1957; Жоголев, Гран, 1959; Кондрашев, Оксман, Страхова, 1965; Федюк, 1958]. В микромагнитной съемке наблюдения выполняются по равномерной, правильной (обычно квадратной) сети. Результаты изображаются в виде роз-диаграмм простираний, составляемых либо по направлениям предварительно построенных изолиний поля, либо непосредственно по исходным значениям поля с помощью вычислительной процедуры, которая будет описана ниже.

Позднее аналогичные методы стали применяться при анализе результатов мелкомасштабных наблюдений [Колмогоров, 1967; Литвиненко и др., 1967; Mundt, 1965a].

К. Чепмен и Р. Рио [Charman, Rioux, 1958] анализировали с помощью розы-диаграммы направления склонов рельефа и связь этих направлений с контролирующими рельеф направлениями трещиноватости коренных пород.

При изучении автокорреляционных свойств поля с помощью функции автокорреляции наличие анизотропии нередко проверяется только на глаз без специальных вычислений [Matheron, 1962; Stone, Dugundij, 1965]. Однако, как будет показано ниже, при этом легко пропустить слабую анизотропию, которая может представлять практический интерес. Поэтому большего доверия заслуживает количественная характеристика анизотропии поля с помощью двумерных (развернутых) коррелограмм или двумерных спектров, которые стали интенсивно применяться в последнее время [Хортон, Хемкинс, Хоффман, 1966; Preston, 1966; Pincus, Dobrin, 1966; Ford, 1967; Zurflueh, 1967; Darby, Davies, 1967]. Такие двумерные спектры и коррелограммы дают весьма наглядное представле-

ние о коррелируемости поля в разных направлениях, т. е. о частотной характеристике составляющих поля, имеющих разное направление. Однако необходимые при этом вычислительные операции весьма трудоемки и не осуществимы без ЭВМ.

Как при описании автокорреляционных свойств поля, удобной заменой коррелограммы является вариограмма, так и при описании анизотропии удобно использовать вместо развернутой коррелограммы развернутую вариограмму. Развернутая коррелограмма, а также и вариограмма обладают центральной симметрией. Поэтому достаточно изображать на ней изменения приращений поля в интервале направлений $0-180^\circ$. Кроме того, для облегчения последующей обработки, о которой будет говориться ниже, без ущерба наглядности получаемого результата целесообразно строить развернутую вариограмму не в полярной, а в прямоугольной системе координат.

Таким образом, мы приходим к процедуре построения развернутой вариограммы, которую опишем применительно к исходным значениям поля, заданным на квадратной сети. Участок, на котором заданы значения поля, может быть как квадратным, так и прямоугольным или вообще может иметь произвольную форму. Однако при неизометричной форме участка следует учитывать различную надежность чисел, соответствующих разным азимутам сдвига.

Схему вычислений поясним на примере (рис. 3.18).¹ Одно из направлений квадратной сетки принимается за начало отсчета азимутов — 0° . Далее отыскиваются разности значений поля по направлениям 0 и 90° на расстояниях 1, 2, 3... шагов сети и по направлениям 45 и 135° на расстояниях 1,4; 2,8; 4,2... шагов сети. В нашем примере (рис. 3.18) квадраты этих разностей, начиная каждый раз с левого верхнего угла слева направо, будут принимать значения, показанные в табл. 3.6.

Среднее значение квадратов для каждой из указанных комбинаций направления и расстояния выносится на развернутую вариограмму (рис. 3.19, а). При ограниченном количестве исходных данных и высоком уровне помех для подавления последних полезно далее сгладить полученные значения. Можно, например, определить среднее для каждой тройки смежных точек и отнести его к середине соответствующего треугольника (рис. 3.19, б). Результат этого осреднения, изображенный в изолиниях (рис. 3.19, в), мы и называем развернутой вариограммой, или, для краткости изложения, разверткой.

Автокоррелируемость поля проявляется на развертке, как и на вариограмме, в виде увеличения средней квадратичной разности

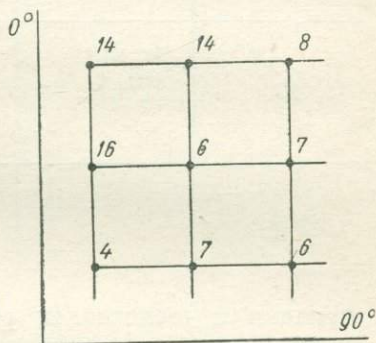


Рис. 3.18. Пример исходных данных для определения анизотропии поля.

Таблица 3.6. Пример вычисления развернутой вариограммы

Азимут	Расстояние в шагах сети			
	1	1,4	2	2,8
0°	4, 64, 1 . . . 144, 1, 1 . . .		100, 49, 4	
45		4, 4 . . . 4, 0		16
90	0, 36 . . . 100, 1 . . . 9, 1		36 . . . 81 . . . 4	
135		64, 49 . . . 81, 0		64

вариации с увеличением расстояния (сдвига). Анизотропия поля проявляется в виде неравномерности этого увеличения, появления максимумов вариации в каком-то из направлений и минимумов в поперечном направлении. Например, на рис. 3.19, *в* резко различаются вариации по направлениям 45, 135°, т. е. в изучаемом поле обнаруживаются элементы, ориентированные приблизительно по направлению 45° — направлению преимущественной корреляции поля. Подобная общая закономерность бывает осложнена отдельными отклонениями (например, небольшое повышение вариаций в районе азимута 45° при сдвиге порядка 2,5—3 на рис. 3.19, *в*). При ограниченном объеме исходного материала правильнее всего рассматривать такие отклонения, как проявление остаточной, случайной дисперсии. Только при достаточной обоснованности подобных особенностей развертки имеет смысл искать им какое-либо специальное объяснение, например наличие в поле периодичности [Gu, 1964, стр. 709].

Примером использования развертки для выявления скрытой анизотропии поля могут служить результаты детального исследования гранулометрического состава песков флювиогляциального происхождения, приведенные на рис. 3.20 и 3.21. Образцы отбирались для изучения мелких вариаций гранулометрического состава песков с расчищенной горизонтальной поверхности по сетке 25 × 25 см. Отобрано две серии по 25 образцов. Вторая серия (*б*) отбиралась с уровня на 10 см глубже первой серии (*а*). Таким образом, каждая точка второй серии находится под соответствующей точкой первой

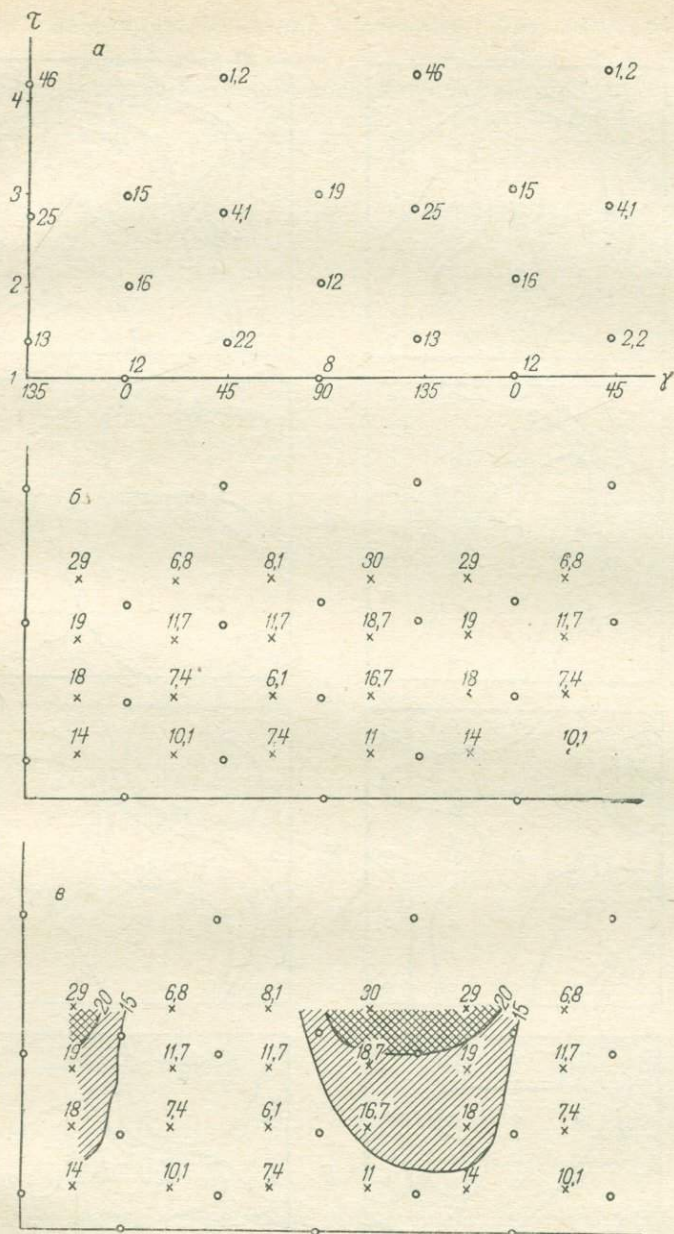


Рис. 3.19. Пример построения развернутой вариограммы (развертки): а — исходные значения вариаций при заданных сочетаниях направления γ и сдвига τ в шагах сети; б — сглаженные значения вариаций; в — изолинии сглаженных значений вариаций, развертка.

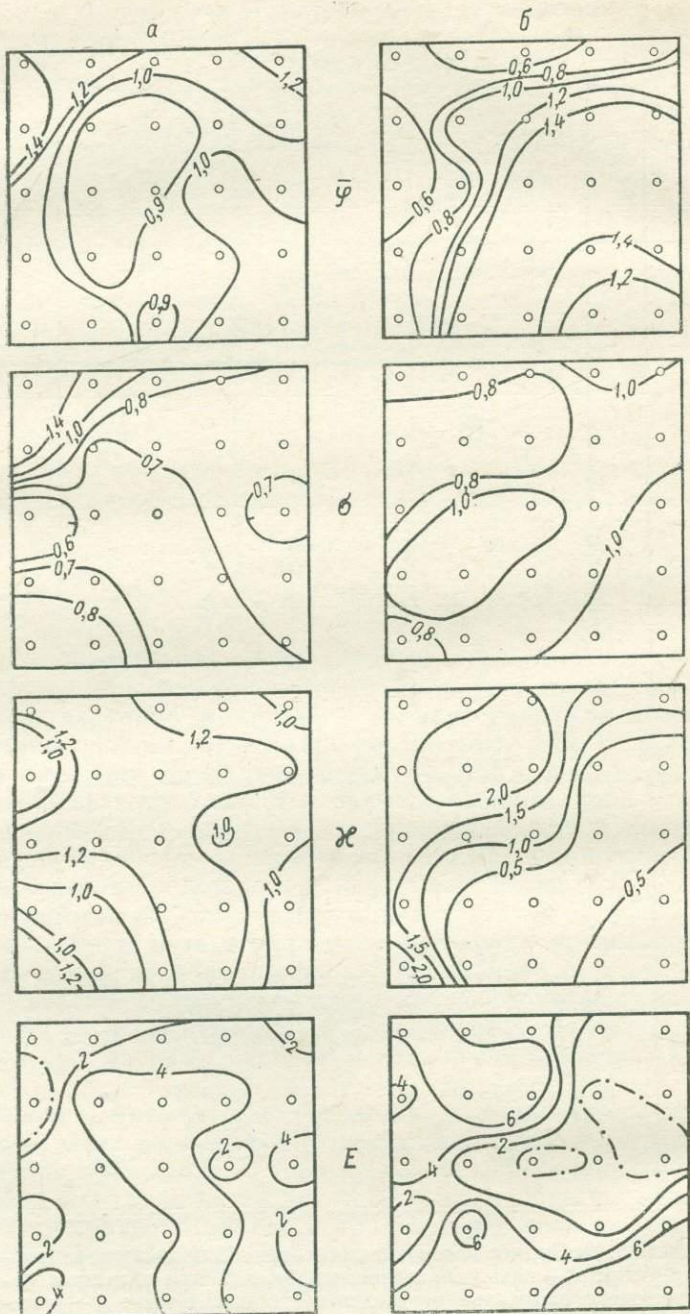


Рис. 3.20. Характеристики гранулометрического состава флювиогляциальных песков в двух сериях проб (а и б).
Условные обозначения см. в тексте.

серии на расстоянии 10 см по вертикали. Для каждого образца вычислены четыре параметра гранулометрической кривой: $\bar{\varphi}$ — средний диаметр зерен (в единицах логарифмической шкалы), σ_{φ} — стан-

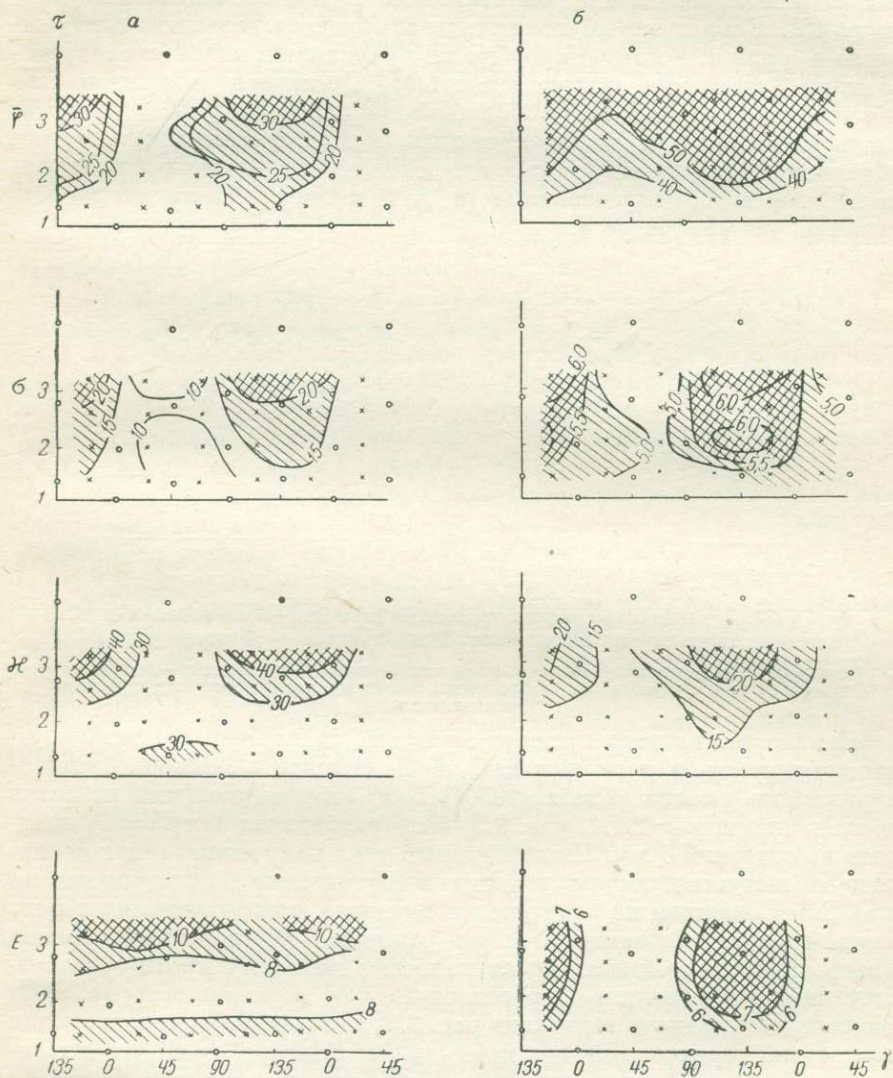


Рис. 3.21. Развернутые вариограммы, вычисленные для двух серий проб по данным рис. 3.20.

дартное отклонение (показатель сортировки), κ — коэффициент асимметрии и E — эксцесс. Вычисления выполнялись в единицах $\varphi = -\lg_2 d$, где d — диаметр зерен песка. Сопоставляя распределение значений указанных параметров на площади, трудно уловить

какое-либо сходство как между параметрами в пределах одной серии, так и между сериями для одного и того же параметра. На развертках же (рис. 3.21) обнаруживается единая закономерность — наличие в поле неоднородностей, ориентированных приблизительно по азимуту 45° . Единственным исключением является развертка для эксцесса в серии *a*, в которой вообще не проявляется никаких заслуживающих внимания закономерностей. Последнее обстоятельство объясняется, по-видимому, большой дисперсией оценок эксцесса. Совпадение результатов, полученных в двух сравниваемых сериях образцов, свидетельствует как о надежности выделенной закономерности, так и о воспроизводимости этой закономерности на рассмотренном участке разреза.

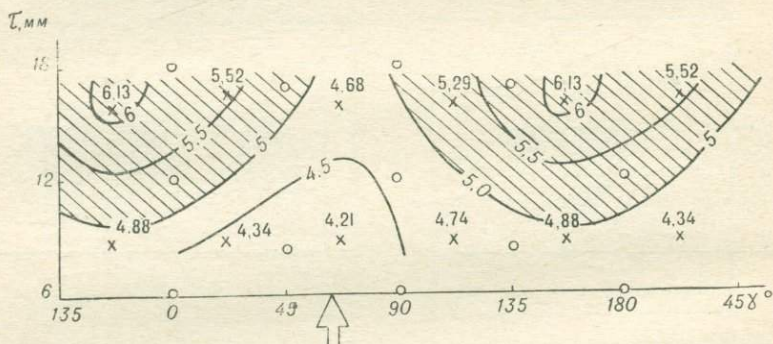


Рис. 3.22. Зависимость средних квадратов разности числа точек в ячейке от направления γ и расстояния t . Зерна граната в образце (рис. 2.3).

Стрелкой показано направление следа сланцеватости, кружками — исходные сочетания γ и t , крестиками — сочетания, значения для которых получены при сглаживании.

В качестве второго примера приведем развертку, описывающую закономерность в расположении зерен граната в образце биотито-гранатового сланца [Kretz, 1966]. Для этих вычислений площадь образца (параграф 2.1.1, рис. 2.3) была разбита на $6 \times 9 = 54$ квадрата со стороной 6 мм. Нижний левый угол полученной сетки совпадает с соответствующим углом прямоугольника, выделенного на рис. 2.3. В каждом из квадратов подсчитано число попавших в него зерен граната, независимо от их размеров. Вычисленные средние квадраты разностей этих чисел нанесены на схему против соответствующих им азимутов и расстояний, как показано на рис. 3.22. За азимут 0° принята вертикаль рис. 2.3, а отсчет углов производился по часовой стрелке. Как и в предыдущем примере, из-за ограниченного объема исходных данных в полученных числах наблюдался небольшой незакономерный разброс, который устранен сглаживанием по трем соседним числам развертки. По изолиниям таких сглаженных значений квадрата разностей отчетливо видны две основные закономерности в расположении рассматриваемых точечных объектов. Во-первых, средний квадрат разности увеличивается с увеличением расстояния при всех азимутах, т. е. в расположении

объектов имеется определенная закономерность — их группирование или «роение». Во-вторых, в расположении зерен граната устанавливается отчетливая анизотропия, разности по азимуту порядка 70° резко понижены. Поскольку это направление совпадает с направлением сланцеватости, разумно считать, что последняя играет ощутимую роль в размещении зерен граната. Этот вывод совпадает с тем, который получен в параграфе 2.1.1 с применением другого способа обработки тех же данных.

Развертку можно получить и при наличии значений поля, заданных по неравномерной, неправильной сети. Можно ожидать, что при изотропной сети ее неравномерность будет проявляться на развертке лишь в виде незакономерных отклонений — «шума», т. е. будет затушевывать имеющиеся закономерности, но не будет создавать ложных представлений об анизотропии поля. Анизотропия же сети может вносить закономерные искажения в развертку. Поэтому следует по возможности избегать использования анизотропной сети наблюдений для суждений об анизотропии поля. Оценку анизотропии точечной сети можно выполнить теми же способами, какие рассматривались выше и в параграфе 2.1.1 применительно к закономерностям расположения точечных объектов.

Изложенными способами с помощью двухмерных коррелограмм, вариограмм и спектров выявляется лишь наиболее элементарная (так называемая простая) анизотропия, уничтожаемая с помощью простого преобразования координат — поворота координатных осей и изменения масштаба по этим осям [Обухов, 1954, стр. 23]. Прочие виды анизотропии требуют для своего выявления и описания более сложных методических приемов. О том, что практический интерес представляют и другие более сложные виды анизотропии, можно судить по многим имеющимся в литературе указаниям [Кунин, 1963; Фотиади, Каратаев, 1968; Johnson, Vand, 1967]. Наиболее гибким инструментом для выявления анизотропии различного вида представляется трансформация со скольжением, описанная в следующем параграфе.

3.3.4.

Т р а н с ф о р м а ц и я с о с к о л ь ж е н и е м

При сопоставлении большого числа участков возникает необходимость, как это делалось выше применительно к характеристике уровня поля и его неоднородности, оценивать анизотропию поля в скользящих площадках, например, квадратной формы. Интуитивно понятно, что для описания анизотропии поля нужно по крайней мере указать направление наибольшей автокорреляции и степень анизотропии поля, т. е. задать не менее чем два параметра.

При определении указанных двух величин можно использовать в качестве основы ту методику, которая применяется при обработке данных микромагнитной съемки [Жоголев, Гран, 1959; Кондрашев, Оксман, Страхова, 1965; Лаутербах, 1957 и др.]. Искомые параметры можно найти из роз-диаграмм простираения изолиний в пределах

каждого из участков трансформации. При задании исходных данных по правильной сети, например по квадратной, процесс вычисления роз-диаграмм существенно упрощается применением соответствующих приемов [Жоголев, Гран, 1959]. При квадратной сети можно разбить всю площадь на прямоугольные треугольники с вершинами в точках наблюдения и считать исследуемое поле в пределах каждого из треугольников линейной функцией от координат x и y (плоскостью), принимая оси координат, параллельными сети наблюдения (рис. 3.23). Тогда простираание изолиний в пределах каждого из треугольников

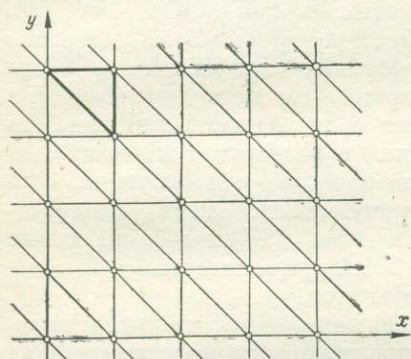


Рис. 3.23. Пояснение к схеме приближенного подсчета розы-диаграммы.

можно найти из соотношения $\gamma = \arctg \left(-\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$, где Δx и Δy — разности функции на катетах-сторонах треугольника, параллельных соответственно осям x и y . Относительное число изолиний, которые попадут в пределы треугольника, или «вес» треугольника, определится величиной $g = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ — средним градиентом поля в пределах треугольника. После того как найдены значения γ и g , для каждого из элементарных треугольников, входящих в пределы выбранного квадрата (квадрата обобщения), суммируются значе-

ния g по каждому из интервалов γ . Полученные суммы $(\sum g)_{\gamma}$, отложенные по соответствующим азимутам γ , образуют искомую розу-диаграмму.

Однако одно уже построение большого числа роз-диаграмм требует непомерных затрат труда и практически оказывается неприемлемым. Поэтому целесообразно попытаться ограничить описание анизотропии поля двумя упомянутыми выше характеристиками — преимущественного направления и степени его проявления — коэффициента анизотропии. Опробовался следующий способ определения этих характеристик. Роза-диаграмма сглаживалась, т. е. подсчитывались $(\sum g)_{\gamma}^*$ в пределах скользящего укрупненного интервала.

Далее вычислялось отношение $\lambda_{\gamma} = \frac{(\sum g)_{\gamma}^*}{(\sum g)_{\gamma+90^{\circ}}^*}$, т. е. отношение суммы весов, соответствующих направлению γ , к сумме весов, соответствующих перпендикулярному направлению. Максимальное значение этого отношения λ_{\max} можно принять за характеристику анизотропии, коэффициент анизотропии, а соответствующее ему значение γ можно, по-видимому, считать преобладающим направлением в структуре поля. Результат вычисления существенно зависит от того, каким образом разбить площадь на треугольники — под углом 45 или 135° (рис. 3.24). Поэтому Е. Б. Изотова, разрабатывавшая описываемый

алгоритм совместно с автором и составившая программу вычислений на ЭВМ, предложила применять одновременно оба варианта разбивки сети треугольников и учитывать их суммарный результат.

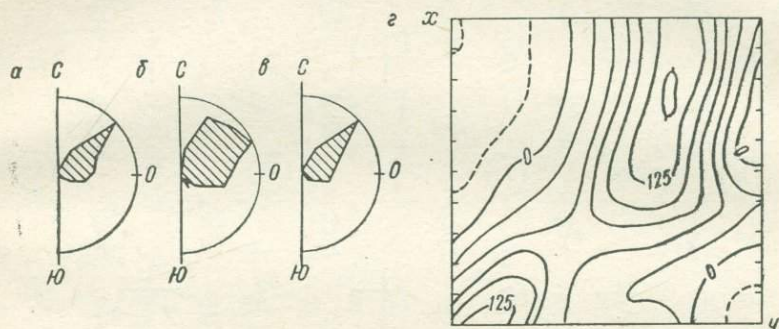


Рис. 3.24. Сопоставление роз-диаграмм, построенных с разбивкой на треугольники вдоль преобладающего простирания изолиний (а), вкост его (б) и методом угловой статистики (с); исходное поле — г [Жоголев, Гран, 1959].

Поясним схему вычисления на примере (рис. 3.25). По исходным данным определены приращения поля Δx и Δy . По ним найдены γ и g — по четыре значения в каждом из квадратов, так как при двух вариантах разбивки каждая из четырех точек квадрата оказывалась поочередно вершиной прямого угла в треугольнике. В табл. 3.7 значения g сгруппированы и суммированы по 10-градусным интервалам. В программе для вычислений на ЭВМ использовался 5-градусный интервал. Сглаживание результатов в табл. 3.7 выполнено

Таблица 3.7. Пример вычисления розы-диаграммы направлений

γ , град.	g				$(\sum g)_{\gamma}$	$(\sum g)_{\gamma}^*$	λ
0—10	—				0	373	0,462
10—20	53	37	38	28	156	318	0,807
20—30	28	43	29		100	453	1,19
30—40	62				62	595	1,37
40—50	46	23	25	41	135	521	1,23
50—60	74	68			142	833	3,62
60—70	82				82	784	3,40
70—80	67	65	67	65 75 73	412	649	2,82
80—90	13				13	577	1,73
90—100	—				0	806	2,16
100—110	59	11			70	394	1,24
110—120	74	78	32	63 64	311	381	0,84
120—130	—				0	434	0,73
130—140	—				0	424	0,81
140—150	31	22			53	230	0,28
150—160	32	28			60	230	0,29
160—170	41	37	39		117	230	0,36
170—180	—				0	333	0,58

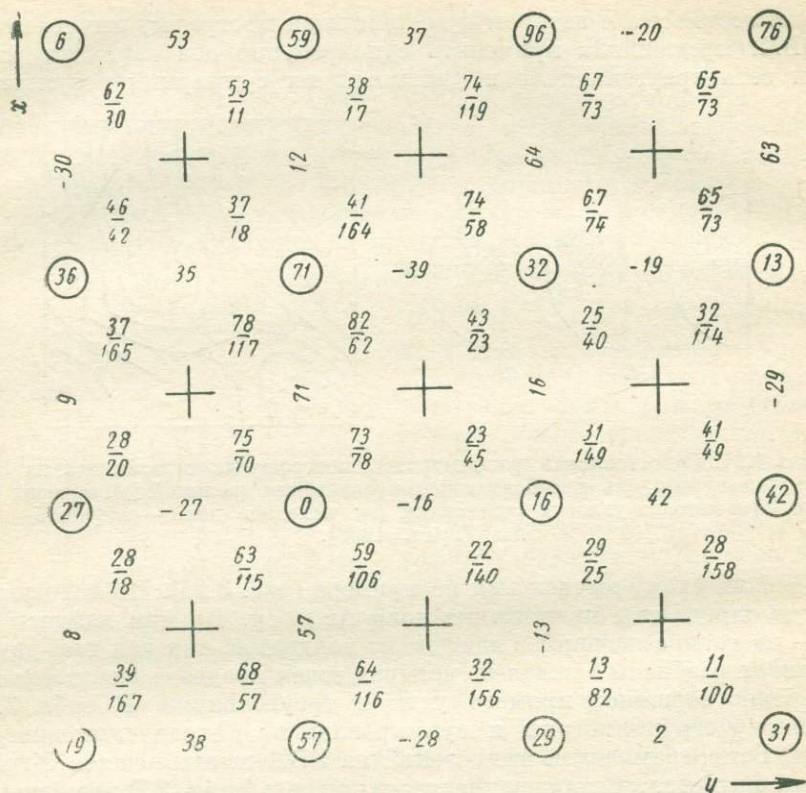


Рис. 3.25. Схема вычисления Δx и Δy по исходным значениям поля (в кружках).

Цифры внутри квадратов: γ (внизу) и g (вверху) — по четыре пары значений в каждом квадрате в соответствии с числом прямоугольных треугольников при двух вариантах разбивки.

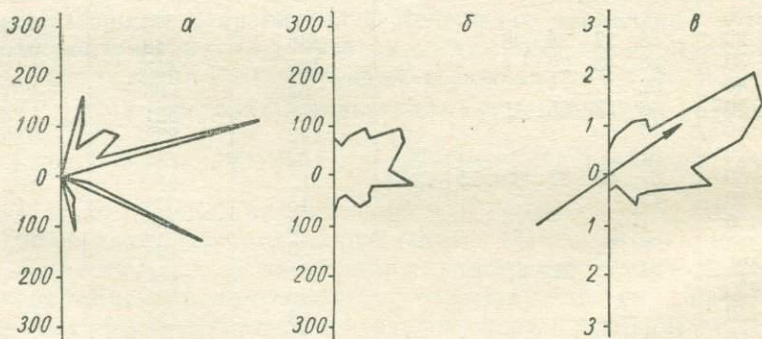


Рис. 3.26. Роза-диаграмма к примеру, приведенному на рис. 3.25 и в табл. 3.7 (а); роза-диаграмма, сглаженная с угловым интервалом 50° , масштаб приведен к 10-градусному интервалу (б); отношение λ (в); стрелкой показано направление, соответствующее максимальному значению λ .

скользящим интервалом в 50° , отношения $\lambda = \frac{(\Sigma_{50g})_\gamma}{(\Sigma_{50g})_{\gamma+90^\circ}}$ вычислены в последнем столбце. Максимальное отношение $\lambda_{\max} = 3,62$ соответ-

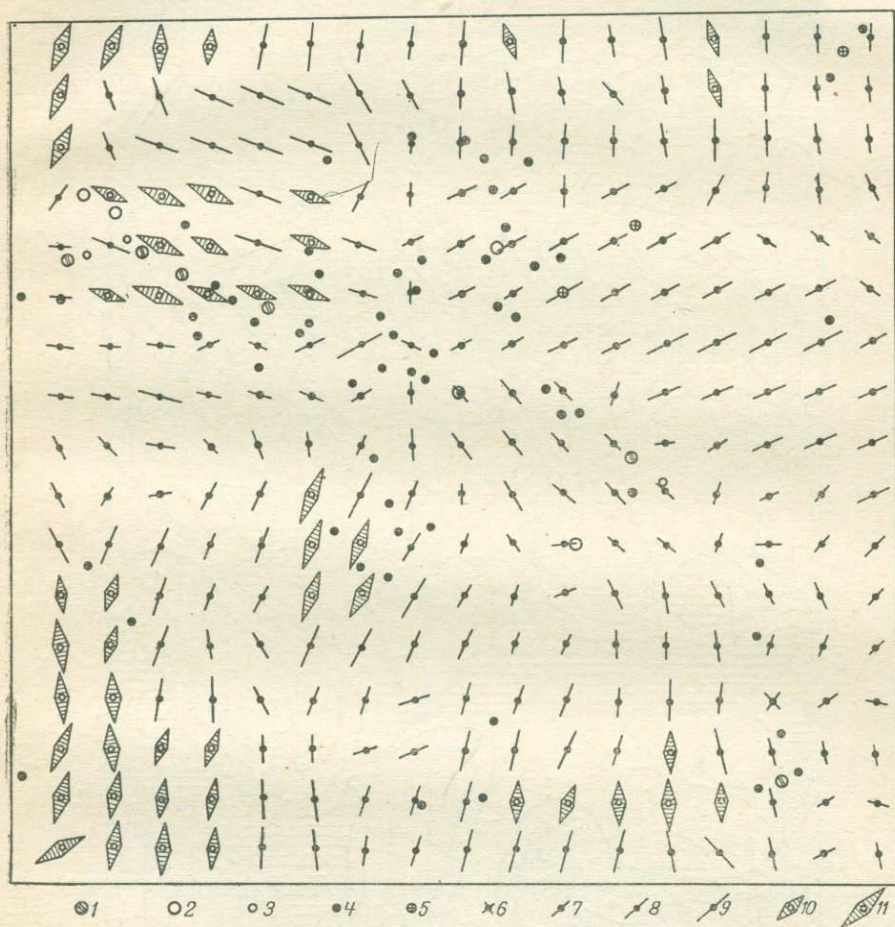


Рис. 3.27. Пример количественной характеристики анизотропии современного рельефа с расположением точек эндогенной минерализации.

1—3 — месторождения полиметаллов (1 — крупные, 2 — средние, 3 — мелкие); 4 — проявления полиметаллов и меди; 5 — проявления вольфрама, молибдена, бериллия и олова; 6—11 — характеристика анизотропии современного рельефа, коэффициент анизотропии соответственно: 6 — 1—1,2; 7 — 1,2—1,5; 8 — 1,5—2; 9 — 2—2,5; 10 — 2,5—3,0; 11 — более 3.

ствует $\gamma = 55^\circ$ (середина интервала $50-60^\circ$). Это направление и принимается за преобладающее, а $\lambda_{\max} = 3,62$ — за коэффициент анизотропии. На рис. 3.26 показана роза-диаграмма и соответствующее направление, выбранное в качестве преобладающего. Необходимо

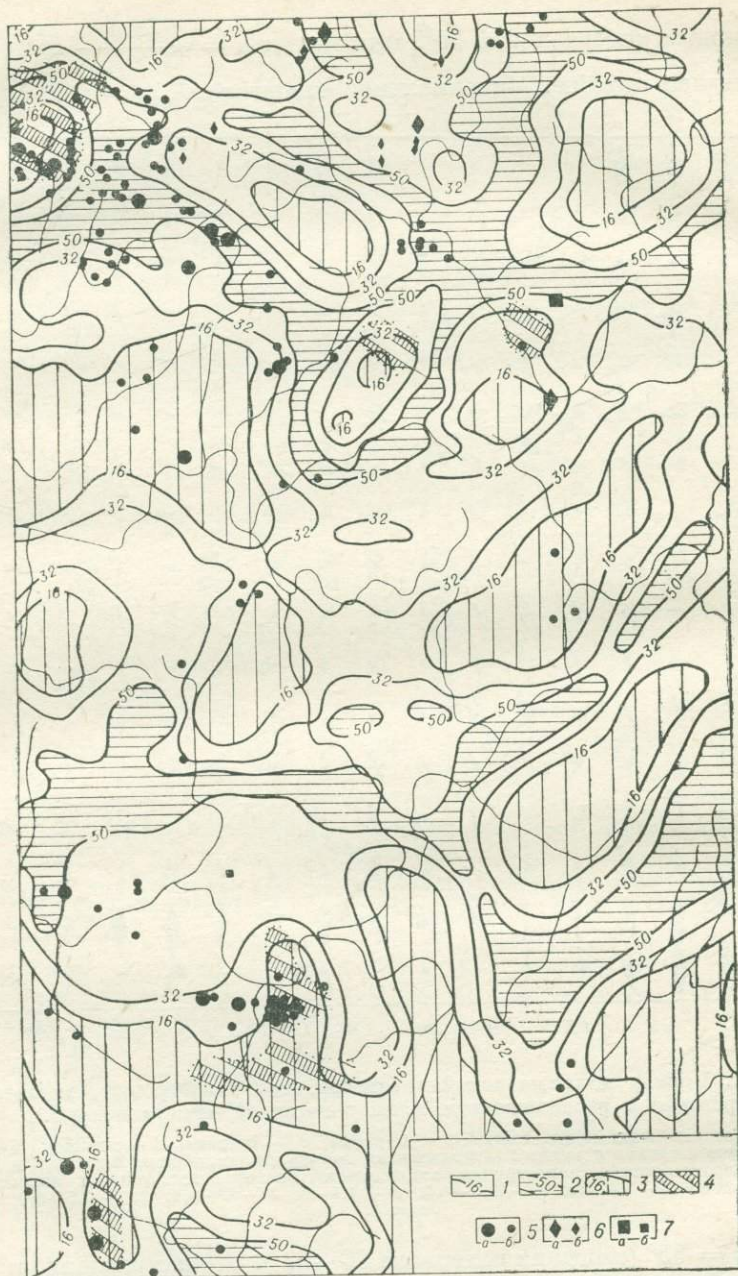


Рис. 3.28. Пример количественного описания изменчивости анизотропии современного рельефа.

1 — изолинии изменчивости анизотропии (доля направлений, отличающихся от преобладающего, %); 2, 3 — участки с повышенной (2) и пониженной (3) изменчивостью; 4 — участки с преобладанием анизотропии северо-западного направления; 5—7 — месторождения: а) и рудопроявления б) полиметаллов (5), редких металлов (6) и железа (7).

подчеркнуть, что данный пример подсчета вручную приведен исключительно лишь для более наглядного и подробного описания алгоритма. Практически же все массовые вычисления осуществимы лишь с помощью ЭВМ.

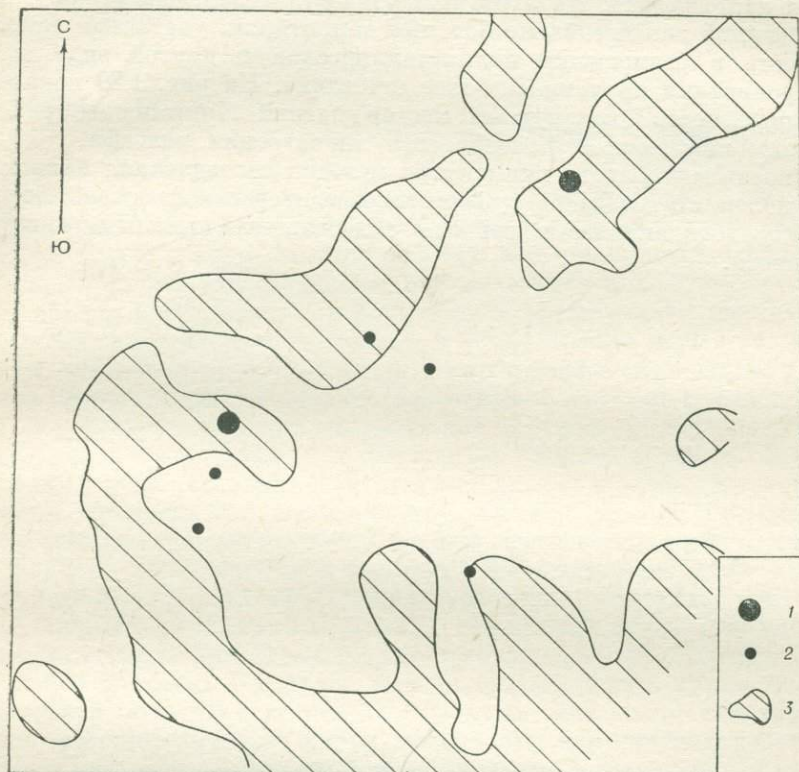


Рис. 3.29. Расположение месторождений (1) и рудопроявлений (2) олова относительно областей (3) с повышенной изменчивостью анизотропии современного рельефа (стандартное отклонение направлений более 30°). Хинганский оловорудный район.

Описанные характеристики анизотропии достаточно наглядно могут быть изображены графически — одна направлением, а другая — размером штриха, подобно тому, как это сделано на рис. 3.27 [ср. Кондрашев, Оксман, Страхова, 1965, стр. 39]. На рис. 3.27 показаны результаты вычисления анизотропии современного рельефа по одному из районов Рудного Алтая. Основные зоны полиметаллического оруденения отмечаются согласной с ними анизотропией рельефа и (или) располагаются на границах площадей с различным характером анизотропии. Эта последняя особенность анизотропии

поля — наличие границ участков с разными преобладающими направлениями рельефа — описывалась с помощью характеристики изменчивости анизотропии — доли значений, отличающихся от преобладающего направления более чем на 20° , или стандартного отклонения направлений. На карте изменчивости анизотропии (рис. 3.28), построенной для несколько большей территории, указанная закономерность в размещении полиметаллической и другой эндогенной минерализации проявилась более отчетливо. На рис. 3.29 показана приуроченность оловорудных месторождений Хинганского района к зонам повышенной изменчивости анизотропии рельефа.

Описанная область применения методов исследования анизотропии полей представляет существенный интерес как способ морфоструктурного анализа в районах с достаточно сложным рельефом местности.

4.

ИЗУЧЕНИЕ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

4.1.

Общий анализ проблемы

Во многих случаях исходная геологическая информация включает значения нескольких переменных, измеренных в ряде точек пространства. Иначе говоря, имеется система векторов, соответствующих некоторым точкам пространства, или векторное поле*. С увеличением объема поступающей информации, с расширением аналитических возможностей, с вовлечением в рассмотрение новых геологических признаков будет расти как число практических задач, в которых требуется анализировать векторные поля, так и сложность этих задач, определяемая в значительной мере числом переменных — компонент вектора или его мерностью. Таким образом, анализ векторных полей становится весьма актуальной проблемой.

В то же время эта проблема чрезвычайно сложна. Обращение с векторными полями неудобно прежде всего ввиду недостаточной наглядности карт векторных величин. Действительно, даже карты с изображением таких простейших трехмерных векторов, как векторы элементов залегания пород, соответствующие совершенно очевидному геометрическому образу, требуют известного напряжения при своем анализе. Тем более сложно анализировать карты многокомпонентных векторных полей. Вспомним, например, как трудно читать металлогенические карты, на которых для каждого рудопроявления приведена информация о его генезисе, минеральном и химическом составе, возрасте и т. д. Чаще всего мы анализируем такие карты поочередно; сначала как карту одной компоненты вектора, затем другой и т. д. Без применения специальных методов мы почти бессильны учесть при этом совместное влияние нескольких компонент и сложные взаимосвязи между компонентами, часто очень существенные и представляющие значительный познавательный и практический интерес.

Особенно же большие трудности возникают, когда рассматриваемое векторное поле осложнено случайными отклонениями, т. е. является случайным векторным полем. При изучении таких полей трудно, а иногда невозможно обойтись без обращения к формальным

* Под пространством далее, как и раньше, понимается реальное пространство двух- или трехмерное. Пространство же, образуемое компонентами векторов, будет именоваться пространством признаков или k -мерным пространством.

способам анализа. Надо, однако, заметить, что формальные приемы анализа, так же как и в других задачах, могут привести здесь к желаемому результату или способствовать достижению такого результата только в том случае, если требуемая вычислительная процедура выбрана достаточно обоснованно. Если наглядно не представить себе, что за операция выполняется с исходными данными в этой формальной процедуре, то трудно правильно оценить, на какой именно вопрос получен ответ, какая именно задача решена в результате вычислительных операций. Пренебрежение этим очевидным условием может привести к серьезным заблуждениям в выводах. Разумно поэтому подробнее остановиться именно на принципиальной стороне вопроса, интересуясь прежде всего физическим смыслом применяемых решений. Техника вычислений будет описана лишь для малоизвестных и не публиковавшихся ранее методов.

В данном разделе рассматривается лишь часть проблемы изучения (анализа) векторных полей, которую правильнее всего представить как проблему описания таких полей. Практически описать векторное поле — это значит задать такие его характеристики, которые, будучи достаточно компактными, содержали бы в себе основную часть информации, имеющейся в самом исходном поле. Требуется, таким образом, построить новое векторное поле, которое должно иметь меньшую мерность векторов и в то же время описывать особенности исходного векторного поля, наиболее существенные для каких-либо практических целей.

Критерии существенности тех или иных особенностей векторного поля, вообще говоря, можно сформулировать сколько-нибудь четко только из формулировки самой решаемой задачи. Так и ставится вопрос в разделе 5. Здесь же придется ограничиться лишь весьма приблизительными соображениями о таких существенных чертах векторного поля, исходя из самых общих представлений о смысле и существовании тех задач, которые могут решаться с помощью полученных характеристик. Такие особенности векторного поля, будучи найденными, могли бы быть использованы не только в решении задач диагноза или распознавания (раздел 5). Можно надеяться, что с помощью таких признаков удастся выявлять существование каких-то новых разновидностей объектов, таких, которые не были ранее известны в рассматриваемой совокупности объектов и не могли быть предъявлены поэтому для обучения в задаче распознавания.

Практически довольно часто встречается возможность обосновать применение тех или иных характеристик векторного поля, представляющих достаточно большой интерес в решении данной задачи. В таком выборе большое значение имеют неформальные соображения, вытекающие из особенностей рассматриваемой ситуации и решаемой задачи. Существенное значение при выборе характеристик имеет также практическая реализуемость вычислительной процедуры.

Как и в предыдущих разделах, основное внимание будет уделено здесь проблеме картирования пространственных закономерностей. Поэтому, в частности, не рассматривается чрезвычайно важная

и хорошо освещенная в литературе проблема статистического описания направлений различных геологических объектов в трехмерном пространстве [Вистелиус, 1958]. Наиболее обычные из таких задач — изучение группировки направлений на сфере и отыскание ориентировки заданного направления в измененной системе координат, например определение направления длинной оси гальки после приведения пласта в горизонтальное положение.

Описываемые характеристики векторного поля объединены далее в три основные группы: характеристика отдельных векторов, описание групп векторов как статистических коллективов и описание структуры векторного поля.

4.2.

Индивидуальные векторы

В данной главе рассматриваются способы, предназначенные для описания индивидуальных векторов. В таких способах используются лишь особенности имеющегося статистического коллектива векторов и не учитывается расположение тех точек пространства, к которым эти векторы относятся. Таким образом, задача, вообще говоря, не является пространственной. Однако на картах даже таких наиболее простых характеристик уже могут обнаруживаться важные и полезные закономерности пространственно-статистического характера, в том смысле, который вкладывается в это понятие в остальных разделах книги. Кроме общих формальных способов описания векторных величин, особо обсуждаются способы, приложимые к некоторым частным видам векторных переменных.

4.2.1.

Общее формальное решение

Одним из методов изучения векторов является так называемый факторный анализ [Андерсон, 1963, стр. 369; Harman, 1960]. Применению его в геологических исследованиях, которое началось, по-видимому, с работ Х. Юджи [Ujjié, 1962], У. К. Крамбейна и Дж. Имбри [Krumbein, Imbrie, 1963], посвящено уже значительное число публикаций [Миллер, Кан, 1965, стр. 296; Imbrie, Ansel, 1964; Griffiths, 1966; Miesch, Chao, Cuttitta, 1966; Parks, 1966]. Применяются два варианта факторного анализа. В первом из них, так называемом *R*-методе, или в анализе главных компонент, по корреляционной матрице компонент в исходной статистической совокупности векторов отыскиваются первая, вторая, третья и последующие главные компоненты. Такие главные компоненты, или факторы, являются линейными комбинациями исходных компонент, описывающими наибольшую часть изменчивости исходной векторной переменной, а затем изменчивости отклонений индивидуального вектора от его значения, определяемого предыдущими главными компонентами.

При достаточно сильной линейной корреляционной связи между компонентами вектора небольшое число факторов описывает основную

часть изменчивости, присущей исходному вектору. Так, может оказаться, что при 7 компонентах (7-мерном векторе) первые 3—4 фактора опишут 90—95% всей изменчивости исходных векторов. Например, в задаче того типа, какая рассматривалась в главе 1.3 (табл. 1.2), две первые главные компоненты вектора, описывающего положение точки пласта в трехмерном пространстве, должны располагаться в плоскости пласта. Это означает, что положение точки пласта при известных элементах его залегания достаточно полно описывается двумя координатами точки в плоскости пласта. Третья же компонента, направленная нормально к плоскости пласта, вносит несущественные уточнения в положение данной точки пласта в пространстве. Речь идет, конечно, лишь о тех случаях, когда такие задачи действительно имеют смысл, т. е. указанные отклонения фактических точек от аппроксимирующей плоскости несущественны. Чрезвычайно интересна перспектива приписывать определенный физический смысл хотя бы самым первым («основным») факторам в других, более сложных, ситуациях. Так, Ф. П. Агтерберг [Agterberg, 1966], изучавший факторы в химическом составе вулканогенной толщи, обнаружил, что два первых фактора хорошо коррелируются с построенными независимо характерными комбинациями окислов, так называемыми показателями «кристаллизации» и «дифференциации».

Во втором варианте факторного анализа, или Q -методе, изучаются отличия по совокупности признаков каждого индивидуального вектора от какого-либо одного из них, выбранного в качестве опорного, т. е. в качестве начала отсчета. Такой характеристикой могло бы быть, например, расстояние в многомерном пространстве или модуль разности двух векторов, который при независимости всех компонент вектора будет иметь следующий вид:

$$W_i = \sqrt{\sum_j^k \left[\frac{u_{ij} - u_j}{\sigma_j} \right]^2}, \quad (4.1)$$

где u_{ij} — значение j -й компоненты i -го вектора; u_j — значение j -й компоненты опорного вектора; σ_j — стандартное отклонение j -й компоненты.

У. К. Крамбейн [Krumbein, 1955] использовал расстояние на тройной диаграмме литологического состава отложений (известняки, песчаники, сланцы) для характеристики перспективности территорий на поиски нефти. Точкой сравнения — опорным вектором — при этом являлся средний состав в нескольких известных нефтеносных районах.

Ш. А. Губерман [1964] применил расстояние в многомерном пространстве признаков для корреляции разрезов скважин по данным каротажа.

В общем же случае требуется применять для этой цели более сложные конструкции, учитывающие корреляционные связи между

компонентами, в частности линейные, что и предусмотрено в Q -методе факторного анализа.

У. Крамбейн и Дж. Имбри [Krambein, Imbrie, 1963] и другие авторы приводят примеры карт R - и Q -характеристик векторов, отне-

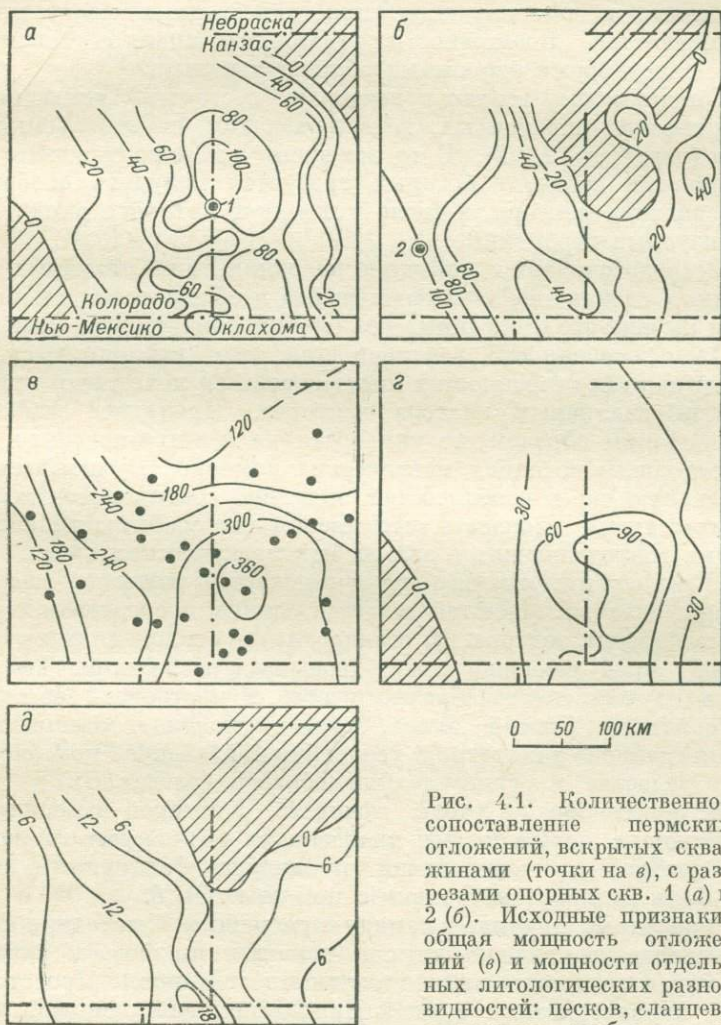


Рис. 4.1. Количественное сопоставление пермских отложений, вскрытых скважинами (точки на в), с разрезами опорных скв. 1 (а) и 2 (б). Исходные признаки: общая мощность отложений (в) и мощности отдельных литологических разновидностей: песков, сланцев, отложения необломочного состава, карбонатных (г) и галогенных (д) отложений [Крамбейн, Грейбилл, 1969, стр. 317].

сенных к различным точкам территории, и дают геологическое толкование обнаруживаемым на этих картах закономерностям, связывая их, например, с фациальными особенностями изучаемых отложений. В примере, приведенном на рис. 4.1, сопоставление факторов отли-

чия с картами исходных данных показывает, что отличие от скв. 1 в большей степени объясняется общей мощностью (σ) и мощностью галогенных отложений (σ), а отличие от скв. 2 — мощностью карбонатных отложений (σ). Таким образом, факторный анализ как средство описания индивидуальных векторов довольно эффективен, в частности, и для изучения пространственных статистических закономерностей. Возможности факторного анализа ограничены, однако, следующими основными обстоятельствами.

1. Он применим только к векторам, состоящим исключительно из метрических переменных, не включающим неметризуемые переменные (параграф 2.2.2). В то же время известно довольно много геологических задач, в которых требуется получить обобщенную характеристику вектора, в число компонент которого входят такие неметризуемые переменные.

2. Сосредоточивается внимание на одних лишь линейных корреляционных связях между компонентами в общей совокупности векторов и на некоррелированных отклонениях индивидуальных векторов. Иные особенности векторов при этом игнорируются, хотя какие-то из этих особенностей могут оказаться полезными при сопоставлении различных классов векторов. Процедура факторного анализа, таким образом, не универсальна и в применении к векторам, состоящим из одних метрических компонент, учитывает лишь определенную часть особенностей заданной совокупности векторов. При этом трудно доказать, что именно эти особенности являются главными, определяющими для любых практических задач.

3. В факторном анализе не учитывается различие масштабов компонент вектора. Масштаб делается единым посредством нормирования компонент вектора их стандартными отклонениями. В ряде ситуаций такое решение может оказаться не лучшим. Так, в некоторых случаях целесообразно учесть в построении обобщенной характеристики разный вклад, разное значение компонент для решения данной конкретной геологической задачи, подобно тому, как это делается в распознавании образов (раздел 5). В других случаях целесообразно учесть точность, с которой измерялись соответствующие переменные и диапазон их возможного изменения.

4. Сложная вычислительная процедура факторного анализа может быть реализована только с помощью ЭВМ.

По указанным причинам наряду с разработкой методики факторного анализа не лишено смысла искать и опробовать различные иные характеристики индивидуальных векторов. Представляют интерес характеристики с иной принципиальной основой, описывающие особенности векторов, не учитываемые в факторном анализе. Применяются также подобные главным компонентам, но упрощенные характеристики, которые, если и уступают факторному анализу по полноте использования информации, но менее трудоемки и более доступны при большом числе векторов. Характеристики первого типа в основном рассмотрены в параграфе 4.2.2 и далее.

Целесообразность использования упрощенных характеристик вектора яснее всего в случае двухкомпонентных векторов. В числе простейших средств описания таких векторов можно рассмотреть часто употребляемые меры типа суммы и разности, произведения и отношения компонент.

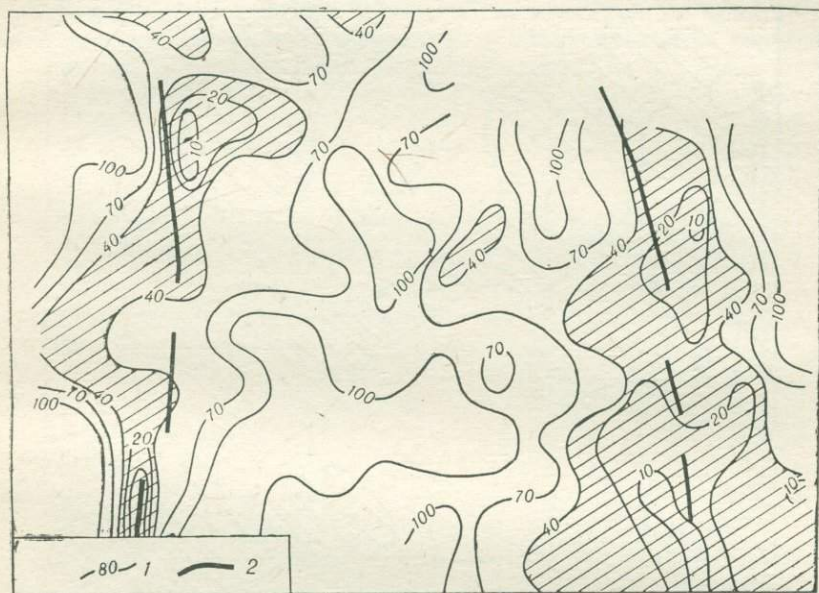


Рис. 4.2. Пример описания оловорудных зон по расстоянию в нормированном пространстве четырех признаков: концентрации олова в делювии, удельному электрическому сопротивлению, интенсивности магнитного поля и естественного электрического поля.

1 — изолинии «расстояния» в единицах условного кода; 2 — рудные тела. Штриховкой выделены участки с «расстоянием» менее 40.

Наиболее широко из двумерных упрощенных характеристик векторов используется отношение двух компонент. Так, У. К. Крамбейн и Л. Л. Слосс [Krambein, Sloss, 1963, стр. 455] описывают такие характеристики литологического состава отложений, как процентная доля песчаных осадков, отношения мощности песков к мощности сланцев и более сложные отношения одной компоненты к сумме двух других [там же, стр. 460].

Для характеристики многокомпонентных векторов наряду с факторным анализом полезно использовать многомерное расстояние от среднего вектора вида (4.1), от начала координат (модуль вектора) и угол, образуемый вектором с опорным направлением [Крамбейн, Грейбилл, 1969, стр. 316].

На рис. 4.2 показан пример описания оловорудных зон с помощью модуля разности векторов, описывающих комплекс геохимических

и геофизических данных: концентрация олова в делювии, значение магнитного поля, удельное электрическое сопротивление и интенсивность естественного электрического поля. В исходных значениях

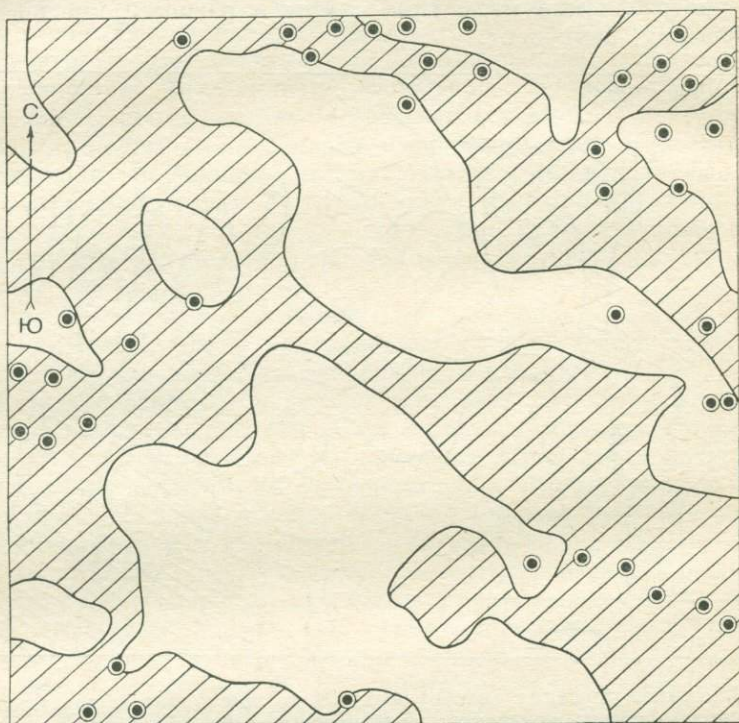


Рис. 4.3. Участки относительно редких значений вектора признаков, включающего: литолого-стратиграфическую характеристику дочетвертичных отложений, локальные аномалии и горизонтальные градиенты гравитационного и магнитного полей и расположение относительно них урано-ванадиевых месторождений формации Моррисон, плато Колорадо, США.

отдельных компонент зоны проявляются менее отчетливо. До вычислений компоненты вектора кодированы — приблизительно нормированы по их стандарту. За опорный вектор принимались средние векторы для каждой из двух зон.

Возможны и иные характеристики индивидуальных векторов, которые представляют известный интерес при описании векторного поля. Найдем, например, частоту, с которой встречается каждое значение вектора на рассматриваемой территории. Если приписать эту частоту соответствующим точкам наблюдения, то на полученной карте могут выделиться области сравнительно распространенных значений вектора и области редких, исключительных его значений. Участки с такими исключительными значениями вектора должны

в общем привлекать большое внимание при поисках каких-то новых, ранее неизвестных объектов.

На рис. 4.3 показана приуроченность урано-ванадиевых месторождений формации Моррисон, плато Колорадо, к участкам с относительно редкими значениями комплекса признаков, включающих возрастную характеристику пород, обнажающихся на соответствующем участке, локальные аномалии и горизонтальные градиенты

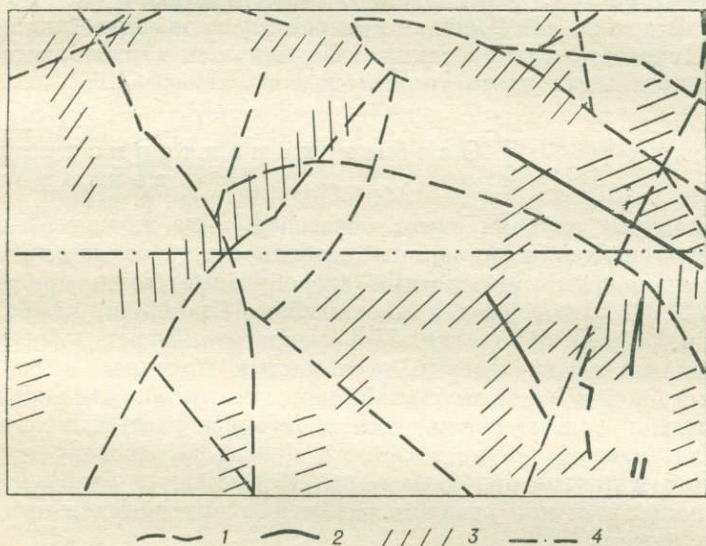


Рис. 4.4. Зоны относительно редких сочетаний комплекса признаков, включающего: литолого-стратиграфическую характеристику дочетвертичных пород, сглаженные значения и изменчивость магнитного поля, локальные аномалии и горизонтальные градиенты гравитационного поля и сглаженные концентрации свинца в делювии.

1 — разрывные нарушения по данным дешифрирования аэрофотоснимков; 2 — дайки основных пород; 3 — зоны редких сочетаний; 4 — граница двух участков сопоставления векторов и оценки их частостей.

гравитационного и магнитного полей. В данном случае участки с редкими значениями вектора отвечают, видимо, областям с наиболее сложным геологическим строением, отражающим наибольшую тектоническую активность в их истории и наиболее благоприятным поэтому для образования месторождений.

На рис. 4.4 показано соответствие в направлении разломов, установленных по данным дешифрирования аэрофотоснимков, и участков относительно редких сочетаний комплекса признаков, включающего сглаженные значения магнитного поля, его неоднородность, локальные аномалии и горизонтальные градиенты гравитационного поля и сглаженные концентрации свинца в делювии. В этом проявляются, по-видимому, как различие пород, разделяемых разломами, так и изменения пород в районе нарушений. Любопытно,

что подсчет частостей векторов отдельно по двум смежным участкам, граница которых показана на рис. 4.4, выявил закономерные изменения частостей, хорошо прослеживающиеся с одного участка на другой. Это позволяет рассматривать частость вектора, по крайней мере в данном случае, как объективную характеристику особенностей данного значения вектора.

Особый интерес представляет возможность построения обобщенных характеристик, определяемых существом векторной переменной и той задачи, для решения которой эта характеристика используется. Некоторые случаи таких неформальных характеристик векторных переменных рассматриваются в параграфе 4.2.2.

4.2.2.

О с о б ы е х а р а к т е р и с т и к и в е к т о р о в

В некоторых случаях смысловое содержание изучаемой векторной переменной или ее формальные особенности позволяют применить при описании некоторые частные (своеобразные) характеристики.

Так, У. К. Крамбеин и У. Дж. Либби [Krumbein, Libby, 1957; Krumbein, Sloss, 1963, стр. 477] разработали ряд обобщенных характеристик распределения песчанистых прослоев в горизонте осадочных пород («вертикальной изменчивости»). В число этих характеристик вошли: центр тяжести (среднее расстояние прослоев от кровли, взвешенное по мощности прослоев), дисперсия тех же расстояний и другие подобные меры. Карты таких величин оказываются полезными при решении различных поисковых и исследовательских задач.

Ю. Е. Погребницкий [1966] предложил меру дислоцированности отложений, в которой учитываются мощности и глубины залегания слоев, развитых в пределах каждого из рассматриваемых участков. На карте дислоцированности отложений, построенной Ю. Е. Погребницким для территории Таймырского полуострова, отразились основные тектонические элементы региона.

Е. Х. Т. Уиттен (Whitten, 1966) рассмотрел возможность обобщенного описания формы складчатых структур с помощью таких характеристик, как средний наклон слоев, мера крутости, асимметрии и т. д., и возможность практического использования карт таких величин, их сглаженных (фоновых) значений и локальных отклонений.

Широко известны и могут изображаться в виде карт обобщенные характеристики химического состава пород и руд, применяемые, в частности, при классификации изверженных пород [Заварицкий, 1961, стр. 24]. Такими же обобщенными характеристиками состава являются и упоминавшиеся в параграфе 4.2.1 показатели кристаллизации и дифференциации, с которыми Ф. Агтерберг составлял результаты факторного анализа.

Гранулометрический состав обломочных пород в исходном виде задается распределением зерен среди некоторого числа k классов

крупности, т. е. k -мерным вектором. В качестве его обобщенных характеристик используются статистики этого распределения, средний диаметр зерен, коэффициент сортировки, коэффициент асимметрии и другие [Методы изучения . . ., 1957, стр. 333], которые могут изображаться на картах, как это демонстрировалось в параграфе 3.3.3.

Возможно также применение обобщенных характеристик, основанных на некоторых формальных особенностях соответствующих векторных переменных. Такой особый класс векторов представляют, например, так называемые замкнутые системы, в которых фиксирована сумма компонент вектора. Своеобразную характеристику таких векторов с помощью их «энтропии» предложил Ч. Р. Пельто [Pelto, 1954]. Энтропия в этом случае, как и в других (например, параграф 3.3.1), является мерой разнообразия, мерой «перемешанности» различных составляющих — компонент вектора. Ч. Р. Пельто и другие авторы [Буряковский, 1968; Вистелиус, 1962, стр. 31; Krumbein, Sloss, 1963, стр. 465] использовали эту меру для характеристики перемешанности, разнообразия литологических разностей пород в слое. Ч. Р. Пельто предложил простой способ приближенной оценки энтропии по содержаниям двух основных компонент. На картах изолиний энтропии при низких ее значениях изображается также преобладающая литологическая разность пород. Аналогичную меру применили Ф. Л. Паркер и его соавторы [Миллер, Кан, 1965, стр. 431] для характеристики биофаций современных фораминифер.

4.3.

Статистическая характеристика групп векторов

При описании случайного векторного поля большой интерес представляет статистическая характеристика групп векторов. Способы, которыми отыскиваются подобные характеристики, не обязательно зависят от того, каким образом эти группы выбраны. Однако при описании векторного поля наиболее интересны группы, объединяемые по признаку близости соответствующих точек в пространстве. Поэтому в дальнейшем мы будем иметь в виду процедуру выбора векторов, подобную той, которая применялась в скользящем сглаживании и в других трансформациях при описании скалярных полей. Предполагается, следовательно, что в выбранную группу входят векторы, соответствующие точкам, попадающим в пределы площадки постоянного размера. По мере вычисления обобщенных характеристик площадка перемещается в новое положение и результат каждый раз приписывается центру площадки.

Каждая группа векторов характеризуется своим центром, некоторым распределением индивидуальных векторов относительно этого центра и теми или иными корреляционными связями компонент вектора. Эти свойства групп векторов, вообще говоря, отличны от соответствующих свойств всей рассматриваемой совокупности векторов, и такие различия определяют важные черты случайного векторного поля.

Подобно тому, как это делалось при описании скалярных полей, разумно ввести представление о характерных фоновых сглаженных значениях векторного поля. Хотя такие значения могут определяться разными способами, по причинам, изложенным в параграфе 3.1.3, ограничимся рассмотрением одних лишь операций скользящего сглаживания. В качестве характерного значения проще всего принять вектор, компоненты которого являются средними арифметическими значениями соответствующих компонент рассматриваемой группы векторов. Простейший двухкомпонентный средний вектор может быть непосредственно изображен на карте [Андреев и др., 1941, стр. 275]. В. И. Сегалович [1965] приводит пример сглаживания векторов горизонтальных градиентов гравитационного поля (рис. 4.5, а). Сглаженные значения векторов (рис. 4.5, б) подчинены четкой закономерности, определяемой наличием рудного тела. В исходных значениях эта закономерность замаскирована сильными помехами. В иных случаях для описания средних векторов полезно обращаться к обобщенным характеристикам, рассматривавшимся в параграфе 4.2.1 применительно к индивидуальным векторам.

Существенный интерес представляют также и локальные отклонения индивидуальных векторов от их сглаженных значений, от «векторного фона». Например, при рассмотрении карт скалярных величин наличие постоянного фона, даже сильного, в общем мало мешает их анализу. Оно изменяет лишь оцифровку изолиний поля, но не их конфигурацию. При изучении же векторных величин даже в самом простейшем случае двухкомпонентных векторов, изображаемых на карте, подобно рис. 4.5, добавление большой постоянной величины сильно затрудняет, а иногда делает невозможным непосредственный анализ локальных отклонений векторов. Тем более это справедливо в отношении многокомпонентных векторов и их локальных отклонений от переменного фона, полученного, например, в результате скользящего сглаживания.

Следующей важной характеристикой группового распределения векторов является степень изменчивости векторов, разнообразия принимаемых ими значений. Проще всего было бы принять в качестве меры этой особенности дисперсию индивидуальных векторов относительно центрального среднего вектора. Процедура определения такой обобщенной дисперсии известна [Андерсон, 1963, стр. 231]. Однако здесь пришлось бы встретиться с теми же вычислительными трудностями, которые упоминались в параграфе 4.2.1. Разумно поэтому изыскивать какие-либо иные характеристики изменчивости векторов в группе. В качестве одной из возможных мер изменчивости векторов в группе можно рассматривать

их энтропию. При ее вычислении, подобно тому, как это делалось в параграфе 3.3.1 применительно к одномерному полю, будем различать у каждой компоненты некоторое конечное число состояний. Подсчитаем, сколько всего имеется в выбранной группе таких векторов, значения которых полностью совпадают. Если всего в группу входит n векторов, то мы можем встретиться каждый раз с одной из следующих комбинаций.

1. Совпадающих векторов нет, все n векторов разные.
2. Два вектора совпадают, остальные разные.

... Несколько m_1 векторов совпадают между собой, другие m_2 тоже совпадают, остальные $(n - m_1 - m_2)$ разные.

... $\rho - 1$. Все векторы, за исключением одного, совпадают.

... ρ . Все n векторов совпадают.

Интуитивно понятно, чем ближе наша ситуация находится к ситуации ρ , тем увереннее мы можем говорить об однородности группы векторов, и наоборот, чем ближе к 1, тем больше неоднородность группы. Энтропия и является тем признаком, по которому можно расположить возможные ситуации так, чтобы этот порядок отражал степень неоднородности. При небольшом числе компонент,

Таблица 4.1. Значения энтропии $H = -\sum p_i \lg p_i$ при $n=10$ в двоичных единицах

Количество групп векторов с числом совпадающих векторов (в скобках)	H	Количество групп векторов с числом совпадающих векторов (в скобках)	H
10 (1)	3,32	2 (1) + 1 (3) + 1 (5)	1,68
8 (1) + 1 (2)	3,10	2 (1) + 2 (4)	1,72
7 (1) + 1 (3)	2,83	1 (1) + 3 (2) + 1 (3)	2,23
6 (1) + 1 (4)	2,51	1 (1) + 2 (2) + 1 (5)	1,75
5 (1) + 1 (5)	2,15	1 (1) + 1 (2) + 1 (7)	1,15
4 (1) + 1 (6)	1,76	1 (1) + 1 (2) + 1 (3) + 1 (4)	1,84
3 (1) + 1 (7)	1,35	1 (1) + 3 (3)	1,88
2 (1) + 1 (8)	0,92	1 (1) + 1 (3) + 1 (6)	1,29
1 (1) + 1 (9)	0,47	1 (1) + 1 (4) + 1 (5)	1,36
6 (1) + 2 (2)	2,90	5 (2)	2,30
5 (1) + 1 (2) + 1 (3)	2,63	3 (2) + 1 (4)	1,91
4 (1) + 3 (2)	2,70	2 (2) + 1 (6)	1,36
4 (1) + 1 (2) + 1 (4)	1,31	1 (2) + 1 (8)	0,72
4 (1) + 2 (3)	2,36	2 (2) + 2 (3)	1,96
3 (1) + 2 (2) + 1 (3)	2,43	1 (2) + 2 (4)	1,52
3 (1) + 1 (2) + 1 (5)	1,95	1 (2) + 1 (3) + 1 (5)	1,48
3 (1) + 1 (3) + 1 (4)	2,04	2 (3) + 1 (4)	1,57
2 (1) + 4 (2)	2,50	1 (3) + 1 (7)	0,88
2 (1) + 2 (2) + 1 (4)	2,11	1 (4) + 1 (6)	0,97
2 (1) + 1 (2) + 2 (3)	2,16	2 (5)	1,00
2 (1) + 1 (2) + 1 (6)	1,56	1 (10)	0

например до 5—6, и постоянном числе векторов в группе этот расчет можно осуществлять без ЭВМ.

При числе векторов $n = 10$ можно использовать для этого вспомогательную табл. 4.1, в которой предусмотрены все возможные варианты совпадения векторов в группе. Для сокращения записи в таблице приняты следующие обозначения: число комбинаций пишется без скобок, число векторов с данной комбинацией значений компонент — в скобках. Пусть, например, векторы состоят из 5 компонент, значения каждой из которых обозначены одной цифрой на соответствующем месте пятизначного числа. Тогда среди десяти векторов

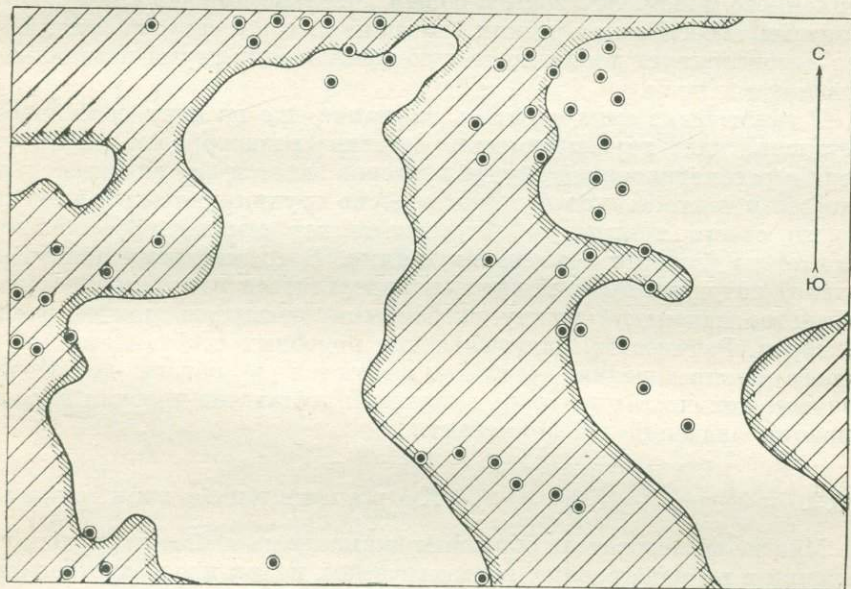


Рис. 4.6. Положение урано-ванадиевых месторождений формации Моррисон на плато Колорадо относительно областей повышенной энтропии комплекса признаков, включающего: литолого-стратиграфическую характеристику дочетвертичных отложений, локальные аномалии и горизонтальные градиенты магнитного и гравитационного полей.

01021, 01021, 01122, 01122, 01122, 02133, 13212, 13212, 13212, 21113 имеются 2 вектора 01021, 3 вектора 01122, 1 вектор 02133, 3 вектора 13212 и 1 вектор 21113, иначе говоря, 2 группы векторов по одному в каждой, 2 группы векторов по три в каждой и 1 группа по два вектора, что записывается $2(1) + 1(2) + 2(3)$ и чему соответствует по таблице энтропия 2,16 двоичных единиц.

Описанный способ может быть применен для характеристики неоднородности различных векторных переменных независимо от распределения значений каждой из компонент, например к комплексу геофизических, геохимических и геоморфологических признаков, используемых при геологическом картировании и прогнозировании полезных ископаемых. Очень важно, что эта мера неоднородности применима и к векторам, включающим неметризуемые компоненты (параграф 2.2.2), т. е. в ситуации, когда мера типа обобщенной

дисперсии принципиально непригодна. Повышенными значениями энтропии должны характеризоваться участки неоднородного векторного поля, а также границы двух существенно различных участков.

На рис. 4.6 показано расположение урано-ванадиевых месторождений формации Моррисон на плато Колорадо относительно зон повышенной энтропии векторного поля, включающего литолого-стратиграфическую характеристику дочетвертичных отложений, локальные аномалии и горизонтальные градиенты магнитного и гравитационного полей. Эти зоны в общем довольно хорошо согласуются с зонами относительно редких значений того же вектора (рис. 4.3), что демонстрирует довольно тесную связь между двумя названными признаками поля.

В заключение надо обратить внимание еще на одну особенность энтропии как характеристики степени разнообразия векторов. Если в рассматриваемой группе векторов имеется два или несколько классов и векторы каждого класса тесно группируются около некоторого своего центра, то энтропия может отмечать это явление достаточно низкими своими значениями. В то же время дисперсия в такой ситуации будет полностью определяться расстоянием в пространстве признаков между указанными центрами концентрации векторов. Разумеется, для выявления подобных особенностей группового распределения векторов требуются в общем достаточно большие количества векторов в группе и достаточно дробная классификация значений их компонент.

4.3.3.

Х а р а к т е р и с т и к и с в я з и

Многие исследователи обращают внимание на возможность использования в познавательных и практических целях пространственного изменения силы связи между рассматриваемыми величинами, в частности ее изменения на плоскости. А. Б. Вистелиус [1947] установил изменение коэффициента корреляции между апатитом и нефелином в рудах Кукисвумчорр-Юкспорского месторождения как по вертикали, так и в плане. Позднее А. Б. Вистелиус [1956] исследовал изменения на площади коэффициента корреляции между содержаниями пироксенов и амфиболов в обломочной толще киммерийского (?) возраста в Кобыстане (Азербайджан). Полученная карта коэффициентов корреляции позволила наметить направление поступления исходного материала. В начале—середине 60-х годов появилось значительное число работ с исследованием пространственного изменения корреляционных связей различных геологических переменных: высотных отметок структурных поверхностей [Бухарцев, 1962; Мирчинк, Бухарцев, 1962; Скороспелова, 1962; Строева, 1962], гравитационного поля и глубины залегания опорного горизонта [Брюсов, 1964, 1966], концентрации химических элементов [Ермолаев, Куленов, 1967; Минеев, 1964, 1966; Мягков, 1968; Сазонов, 1964], данных геофизических и каротажных исследований [Цлав, Лаптев, 1964; Ляхов, Соловьев, 1969].

В целом имеющийся опыт подобных исследований позволяет рассчитывать на успешное применение характеристик связи в группах векторов, отбираемых описанным выше способом, т. е. в виде метода «скользящей корреляции».

На рис. 4.7 приведены графики скользящей корреляции, вычисленной по материалам Б. А. Брюсова [1964]. Резко отличными от

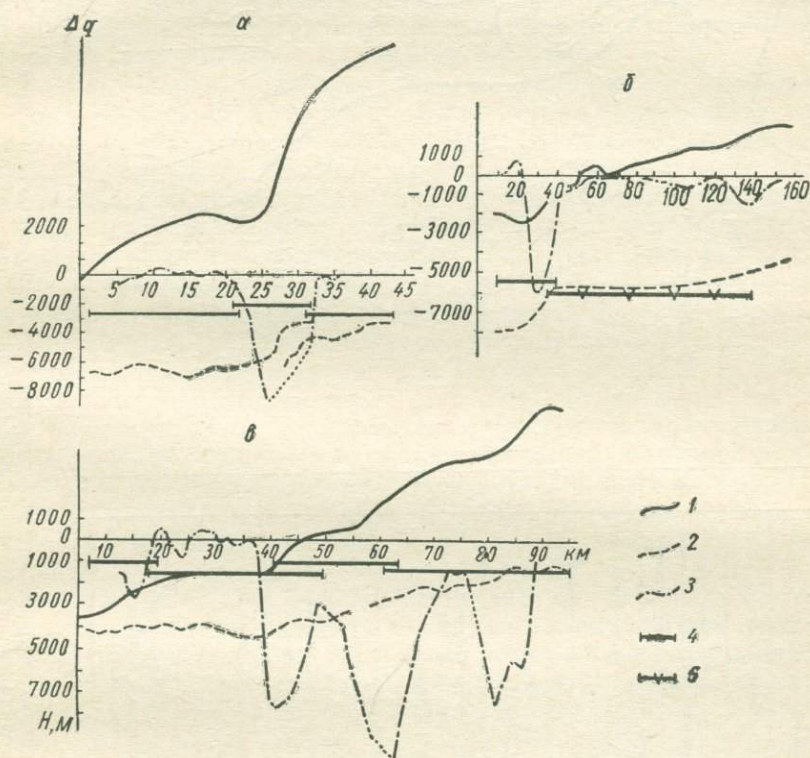


Рис. 4.7. Графики Δg (1) и глубины залегания опорного горизонта (2) [Брюсов, 1964]; мера сопряженности названных переменных (3); участки с различным характером корреляции (4) (по Б. А. Брюсову); участки «потерей корреляции» (5).

нуля значениями коэффициента корреляции отмечаются либо сами участки с особыми свойствами взаимной корреляции гравитационного поля и глубины опорного горизонта, выделенные Б. А. Брюсовым по независимым геологическим признакам, либо границы таких участков.

На рис. 4.8 показано различие областей развития двух геологических комплексов по значениям коэффициента корреляции между содержаниями в делювии никеля и хрома. В то время как для одного

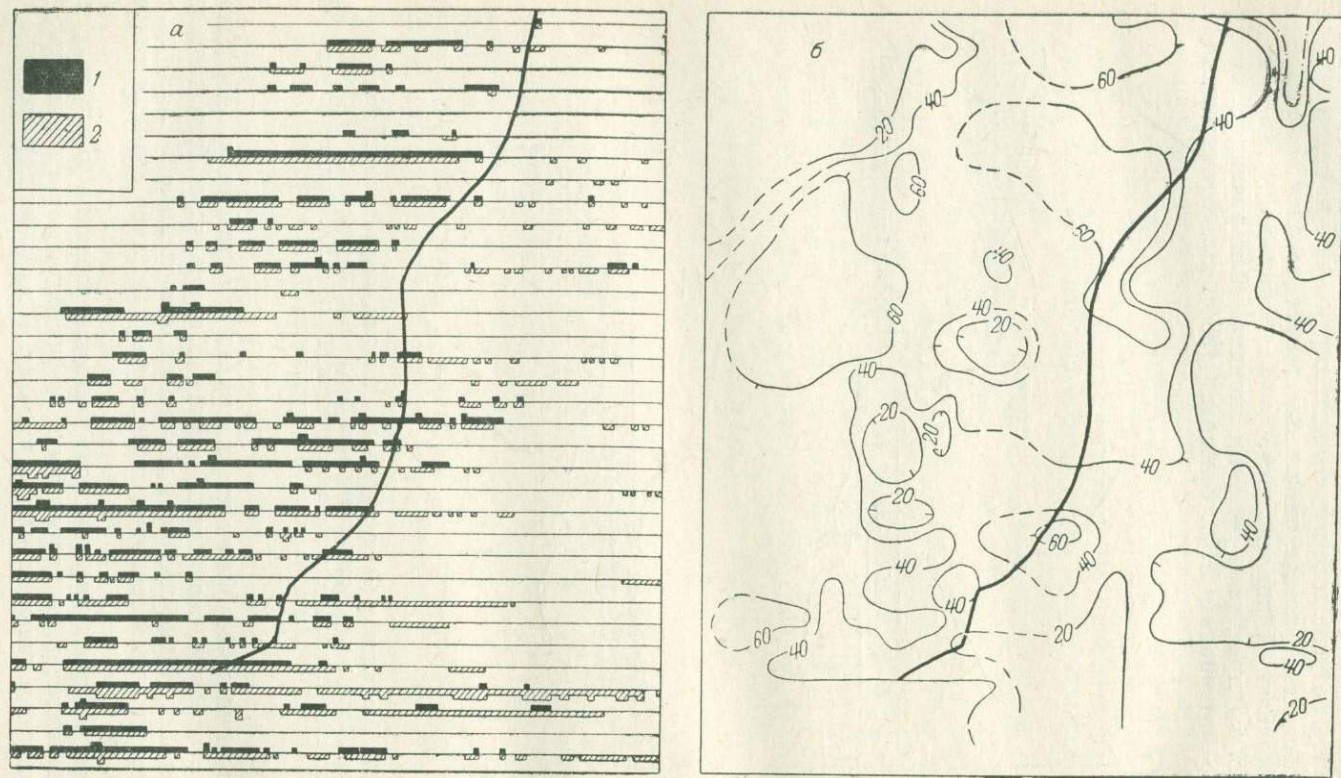


Рис. 4.8. Карта изолиний (б) коэффициента корреляции концентраций в делювии никеля и хрома (а). Выделена граница двух комплексов метаморфизованных вулканогенных пород кембрия. Концентрация никеля (1) и хрома (2) откладывалась в грациях, использовавшихся при вычислениях.

комплекса характерны преимущественно значения коэффициента корреляции порядка 0,4 и более, для другого более характерны низкие его значения.

4.4.

Структура многомерного поля

Случайное векторное поле, так же как и скалярное, обладает структурой, заслуживающей своего описания. Первый признак этой структуры — уже упоминавшийся многомерный аналог фона скалярного поля. Как и в случае скалярного поля, многомерный фон может в принципе отыскиваться различными способами.

Стройная теория выделения однородных участков векторного поля, того, что в параграфе 3.1.2 называлось сглаживанием по частям, создана Д. А. Родионовым [1965, 1968]. За однородный участок векторного поля Д. А. Родионов предлагает принимать такой участок поля, разделения которого на подучастки не выявляют значимых различий средних векторов, характеризующих эти подучастки. Законченное решение этой задачи получено пока лишь при весьма сильных ограничениях, а именно: в предположении о нормальном и независимом распределении компонент вектора и о приблизительно постоянной дисперсии каждой компоненты в пределах рассматриваемой области поля. Однако результаты, опубликованные Д. А. Родионовым [1965, 1968] и его последователями [Воробьев, Липская, 1967; Неженский 1967], показывают несомненную эффективность метода в решении различных геологических задач, особенно при изучении полей, заданных на прямой. При изучении поля на плоскости решение существенно усложняется и в настоящее время оказывается практически реализуемым лишь в отдельных частных ситуациях [Родионов, 1968, стр. 49, 55, 58].

Полезной процедурой выделения многомерного фона, как и в других задачах, является, видимо, скользящее сглаживание, описанное в параграфе 4.3.1. Фон в этом случае образуется центрами многомерного распределения векторов, попадающих в пределы скользящей площадки. Отклонения этого центра от генерального, от начала координат и т. д. могут описываться теми же способами, что и соответствующие особенности индивидуальных векторов (параграф 4.2.1).

В качестве локальных отклонений вектора от его фоновых значений могут рассматриваться, например, модули разности индивидуального вектора и группового центра (среднего вектора) или расстояния между центрами двух групп, соответствующих площадкам разных размеров. Таким образом, и здесь аналогия с одномерным полем и способами описания его структуры довольно глубока.

Характеристику изменчивости векторного поля, подобную той, которая применялась в главе 3.2 к скалярному полю, еще предстоит выбирать. Известные общие решения [Яглом, 1952, стр. 63; Agterberg, 1966; Foster, Guinzy, 1967 и др.], возможно, требуют для своего достаточно широкого применения специальных видоизменений, определяемых особенностями типичных геологических ситуаций и задач.

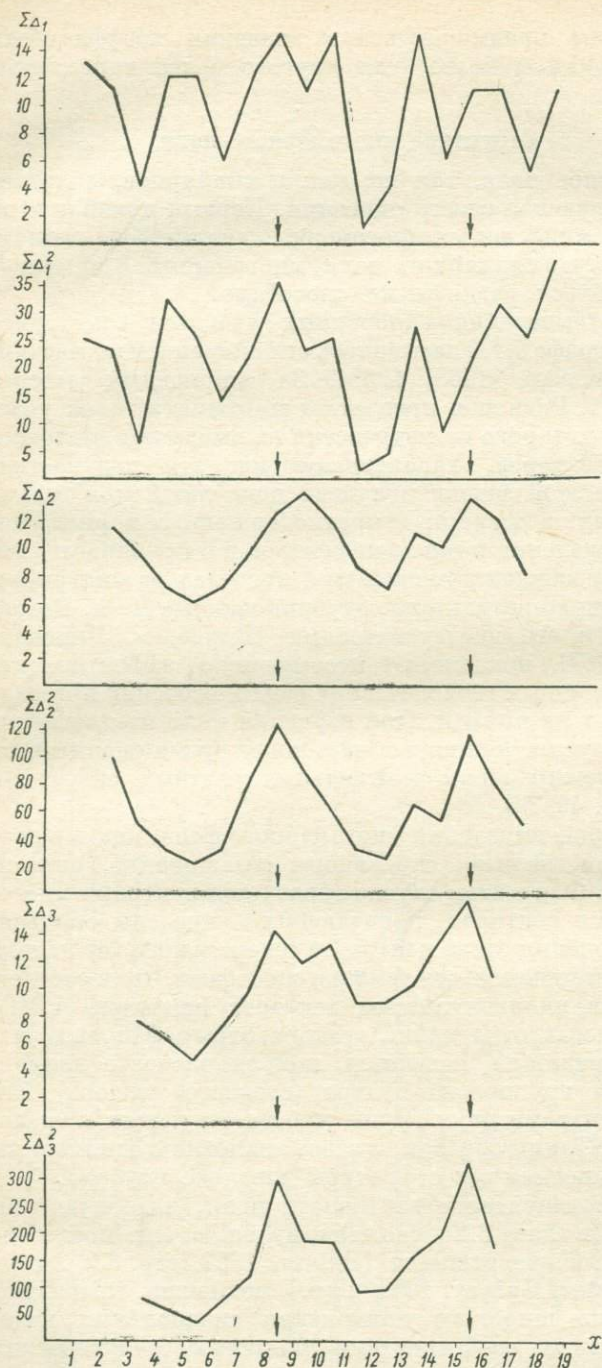


Рис. 4.9. Графики градиента векторного поля, вычисляемого по сумме абсолютных разностей компонент ($\Sigma\Delta_1, \Sigma\Delta_2, \Sigma\Delta_3$) и по сумме квадратов разностей ($\Sigma\Delta_1^2, \Sigma\Delta_2^2, \Sigma\Delta_3^2$). Исходные материалы Д. А. Родионова [1965].

Индекс у Δ — число векторов, учитываемых по обе стороны от точки вычисления. Стрелками показано истинное положение границ.

В отношении анизотропии векторного поля пока можно говорить лишь о способах выявления простейших ее видов — типа ступеней скалярного поля по векторным аналогам модуля горизонтального градиента поля.

При независимых, нормально распределенных компонентах поля, имеющих приблизительно одинаковую дисперсию (например, нормированных стандартом), таким аналогом модуля горизонтального градиента может служить расстояние в пространстве признаков между центрами смежных групп векторов $\sqrt{\sum \Delta_m^2}$ или еще проще —

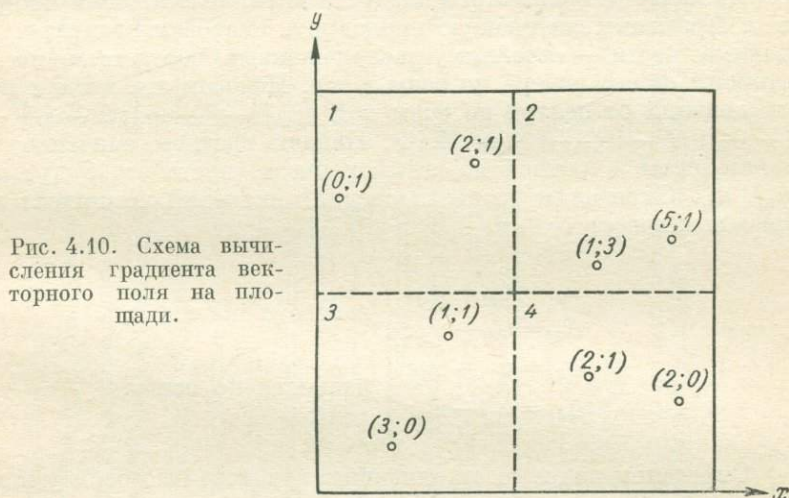


Рис. 4.10. Схема вычисления градиента векторного поля на площади.

сумма абсолютных разностей средних значений компонент в сравниваемых группах векторов $\sum \Delta_m$. Через m здесь обозначено число векторов в сравниваемых группах, предполагаемое одинаковым в обеих группах.

На рис. 4.9 показаны графики двух названных величин $\sum \Delta_m$ и $\sum \Delta_m^2$, вычисленных по исходным данным Д. А. Родионова [1965] при $m = 1, 2, 3$. Применена следующая процедура вычислений. В двух соседних группах векторов, включающих по m векторов, отыскивалось среднее значение каждой из компонент (в данном случае количественных характеристик видов микрофауны). Абсолютное значение разности таких осредненных значений по каждой из компонент обозначается Δ_m . Суммирование Δ_m по компонентам вектора дает величину $\sum \Delta_m$, а суммирование их квадратов приводит к квадрату расстояния $\sum \Delta_m^2$ между групповыми центрами в пространстве признаков. Результат вычисления приписывался границе двух сравниваемых групп векторов. Как видим, при числе m векторов в группе, равном 3, границы выделяются указанным образом точно

в тех же точках, что и способом Д. А. Родионова. При $m = 2$ отклонения довольно незначительны.

Аналогичный прием может быть использован и при выявлении границ по комплексу признаков в задачах, решаемых на плоскости. В этом случае исходные данные представляют собой векторы, заданные k своими компонентами в точках произвольной, равномерной или неравномерной сети. Выберем в качестве искомой величины («векторного градиента») среднюю скорость изменения векторного поля в пределах некоторой площадки трансформации, скажем квадратной формы, заданной координатами ее центра и размерами. Пусть далее стороны этого квадрата параллельны осям координат x и y . Применим следующую процедуру. Разобьем квадрат на четыре равные части — «ячейки», расположенные соответственно по обе стороны от его центра по осям x и y . Назовем эти ячейки по знаку отклонений от центра по осям x и y : 1 — (— +); 2 — (+ +); 3 — (— —); 4 — (+ —) (рис. 4.10). Найдем среднее значение каждой компоненты в каждой из четырех ячеек, пусть это будут u_{1j} , u_{2j} , u_{3j} , u_{4j} . Определим разности средних значений компонент в парах смежных ячеек:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1j} &= u_{2j} - u_{1j}; \\ \Delta_{2j} &= u_{4j} - u_{2j}; \end{aligned} \right\} \text{разности по оси } x;$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{3j} &= u_{1j} - u_{3j}; \\ \Delta_{4j} &= u_{2j} - u_{4j}; \end{aligned} \right\} \text{разности по оси } y.$$

Определим далее «составляющие» градиента по осям y и x :

$$\left. \begin{aligned} X &= \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (\Delta_{1j}^2 + \Delta_{2j}^2)}; \\ Y &= \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (\Delta_{3j}^2 + \Delta_{4j}^2)} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

и модуль градиента

$$G = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (\Delta_{1j}^2 + \Delta_{2j}^2 + \Delta_{3j}^2 + \Delta_{4j}^2)}. \quad (4.3)$$

В нашем примере (рис. 4.10) в каждую из четырех ячеек попадает одинаковое число векторов (что в общем не обязательно), равное двум

$$u_1 = \begin{array}{c|c} 0 & 2 \\ \hline 3 & 1 \end{array} \begin{array}{c|c} 2 & 2 \\ \hline 2 & 2 \end{array}; \quad u_2 = \begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \begin{array}{c|c} 3 & 1 \\ \hline 1 & 0 \end{array},$$

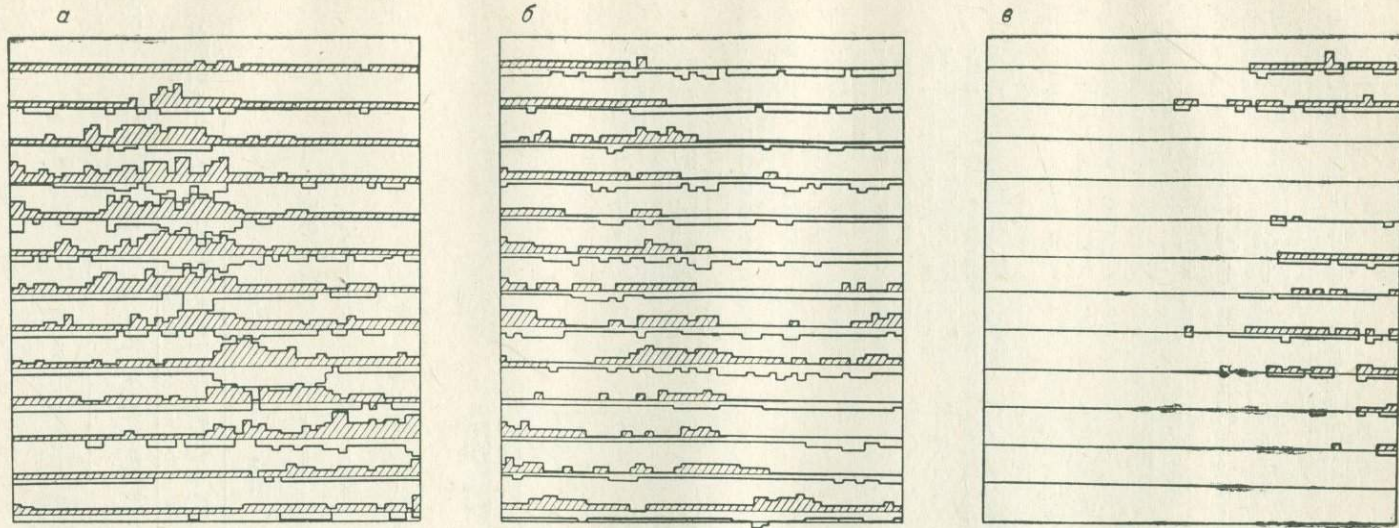


Рис. 4.11. Исходные данные — компоненты векторов, по которым вычислялся градиент векторного поля (рис. 4.12).
 Содержания в делювии: *a* — свинца (1) и цинка (2); *b* — молибдена (1) и меди (2); *c* — хрома (1) и никеля (2).

откуда

$$u_{11} = \frac{0+2}{2} = 1; \quad u_{12} = \frac{1+1}{2} = 1$$

и аналогично

$$\begin{aligned} u_{21} &= 3; & u_{22} &= 4; \\ u_{31} &= 2; & u_{32} &= 0,5; \\ u_{41} &= 2; & u_{42} &= 0,5. \end{aligned}$$

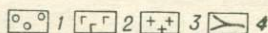
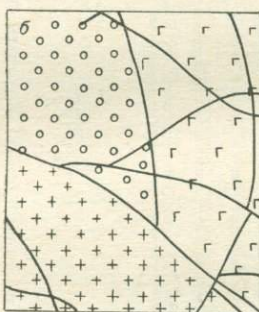
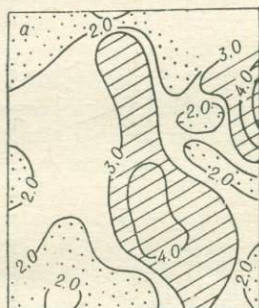


Рис. 4.12. Пример проявления контакта двух комплексов в градиенте векторного поля. Компоненты исходного вектора — содержания свинца, цинка, молибдена, меди, никеля и хрома в делювии (рис. 4.11): а — значения модуля градиента векторного поля в условных единицах; б — схема геологического строения.

1 — осадочно-вулканогенные породы ордовика; 2 — метаморфизованные вулканогенные породы кембрия; 3 — граниты; 4 — тектонические нарушения.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= 3 - 1 = 2; & \Delta_{12} &= 2 - 1 = 1; \\ \Delta_{21} &= 0; & \Delta_{22} &= 0; \\ \Delta_{31} &= -1; & \Delta_{32} &= 0,5; \\ \Delta_{41} &= 1; & \Delta_{42} &= 1,5. \end{aligned}$$

$$X = \sqrt{\frac{1}{2} \{[(2^2) + (0)^2] + [(1)^2 + (0)^2]\}} = \sqrt{\frac{5}{2}} = 1,58;$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{2} \{[(1)^2 + (1)^2] + [(0,5)^2 + (1,5)^2]\}} = \sqrt{\frac{4,5}{2}} = 1,50;$$

$$G = \sqrt{\frac{5}{2} + \frac{4,5}{2}} = \sqrt{\frac{9,5}{2}} = 2,18.$$

Результаты могут изображаться либо в виде карт изолиний модуля градиента G , либо в виде графиков его «составляющих» по осям X и Y . На рис. 4.12 приведены результаты вычисления векторных градиентов содержаний в делювии свинца, цинка, молибдена, меди, никеля и хрома (рис. 4.11). Контакт песчаников ордовика с вулканогенными породами кембрия, слабо проявляющийся в исходных данных, отмечается четким повышением модуля векторного градиента.

При распределении компонент вектора, существенно отличающемся от нормального, и особенно при зависимости компонент, характеристики, подобные описанным выше, становятся мало пригодными. В этой ситуации для выделения границ однородных областей векторного поля можно применить описанную выше характеристику энтропии группы векторов. Как уже говорилось, группа векторов может быть неоднородной как из-за незакономерной изменчивости векторного поля, так и из-за включения в группу векторов из двух или более однородных, но различных областей векторного поля.

5.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ И РАСПОЗНАВАНИЕ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

5.1.

Проблема распознавания образов в геологических исследованиях

Предсказание значения какого-либо неизвестного признака в той или иной точке пространства — основной практический результат многих видов геологических исследований. Для прогнозирования значений интересующего признака используются некоторые известные признаки и те или иные связи между признаками в различных точках пространства. Прогнозируя значения признака в той или иной точке пространства применительно к данному геологическому объекту, в некоторых ситуациях достаточно использовать только значения других признаков в той же точке, признаки того же геологического объекта. Статистические решения подобных задач — методы распознавания образов [Барабаш и др., 1967; Бонгард, 1967; Себастиан, 1965; Француз, 1965 и др.] — широко и успешно используются в различных областях геологических исследований.

Задачу распознавания образов можно сформулировать следующим образом. Требуется различать между собой объекты, охарактеризованные набором признаков, т. е. по векторному признаку. Различать в данной задаче — означает отнести каждый объект к одному из нескольких заранее заданных классов. Для того чтобы решить эту задачу, используют некоторый набор объектов — эталонов, о каждом из которых известно, во-первых, к какому из различаемых классов он относится и, во-вторых, известны те же признаки (значение вектора признаков), которыми охарактеризованы различаемые объекты. Решение задачи сводится к тому, что с помощью эталонного набора строится решающее правило распознавания, т. е. определяется, для какого из классов наиболее характерно каждое сочетание возможных значений признаков, каждое значение вектора признаков. Иначе говоря, все многомерное пространство признаков делится некоторыми границами на области, соответствующие каждому из различаемых классов. Методы разнятся между собой способами отыскания таких решающих правил.

В простейших случаях удается различать векторы сравниваемых совокупностей (обычно двух), суммируя определенным образом кодированные признаки. В таких схемах различающая способность (информативность) каждого из признаков изучается отдельно и оценивается каким-либо образом, например вычисляется по коэффициенту линейной или ранговой корреляции и другими способами

[Гавришин, Юшков, 1967; Мещеряков, 1965; Флакс, 1967; Bates, 1959; Deger, Garcia, Trolu, 1964; Miesch и др., 1960] или задается интуитивно в виде условных балльных оценок [Королев, Шехтман, 1965; Шехтман, 1968], приписываемых каждому из различаемых значений признака. По сумме таких оценок судят о принадлежности объекта к тому или иному из различаемых классов.

Однако, рассматривая каждый из признаков в отдельности, можно получить ошибочное представление об их информативности [Гольдин, Кутолин, 1964, стр. 138; Губерман и др., 1964; Француз, 1965]. Это — очень важное обстоятельство, значение которого выходит далеко за пределы задачи распознавания и которое должно, например, учитываться при обосновании тех или иных комплексов исследований.

Таким образом, используя более совершенные схемы распознавания, можно в принципе извлекать из имеющихся данных большее количество информации. Насколько часто такая возможность встречается практически, сказать трудно, но примеры ее использования уже известны. Например, М. М. Бонгард и его соавторы [1966б, стр. 113] сообщают о высоком качестве распознавания при полном совпадении распределений каждого из признаков, рассматриваемых по отдельности. Поэтому большинство исследователей предпочитает применять более гибкие способы, пригодные в большем количестве ситуаций.

Значительная группа решений основана на допущении о том, что различаемые классы представлены в пространстве признаков простыми по форме, «компактными» областями. Тогда для распознавания можно использовать какие-либо аналитические выражения (решающие функции) такие, чтобы разным их значениям соответствовали бы различные классы объектов [Себастиан, 1965, стр. 117]. Простейшим видом таких решающих функций является линейная комбинация признаков, соответствующая гиперплоскости в пространстве признаков, в трехмерном варианте — плоскости, а в двухмерном — прямой линии.

Для распознавания при большом числе признаков и сложном виде областей различаемых классов в пространстве признаков разрабатываются различные алгоритмы, из которых наибольшее распространение в отечественной геологической литературе получил алгоритм программы «Кора-3» [Бонгард и др., 1966; Губерман и др., 1964]. В этом алгоритме учитываются такие комбинации значений трех признаков, которые наблюдаются не менее чем заданное число раз у эталонных объектов одного из сравниваемых классов и ни разу у объектов другого. При распознавании каждый из таких тройных признаков «голосует» за тот класс, у которого он наблюдался, и по большинству «голосов» определяется принадлежность объекта к тому или иному из различаемых классов. Разрабатываются другие алгоритмы того же типа [Ломтадзе, 1968].

Наиболее характерной особенностью алгоритма «Кора-3» и подобных ему алгоритмов является то, что наряду со статистикой объектов

здесь вводится в рассмотрение весьма слабо изученная статистика признаков. Иначе говоря, недостаточное число эталонных объектов компенсируется здесь избыточным количеством признаков, используемых при распознавании. В предельной форме эта идея реализована в алгоритме А. Н. Дмитриева и Ю. И. Журавлева [Дмитриев, Журавлев, Кренделев, 1968]. В данном алгоритме предполагается, что для обучения представлено всего по одному объекту из сопоставляемых классов. Распознаваемый объект сравнивается с каждым из эталонов и делается заключение, на какой из них он более всего похож по совокупности учитываемых признаков. При распознавании используются так называемые минимальные тесты, т. е. все несжимаемые (несокращаемые) наборы признаков, позволяющие различать эталонные объекты.

Продолжается разработка и опробование других алгоритмов с иной принципиальной основой. В том числе разрабатываются и применяются алгоритмы, оперирующие расстоянием в пространстве признаков между векторами, соответствующими различаемым объектам [Бугаец и др., 1968; Каратаев и др., 1967; Полканов и др., 1966], в частности довольно перспективный алгоритм так называемых «потенциальных функций».

Интересно предложение Ю. А. Воронина и Г. Н. Каратаевой (1967) проводить распознавание с одним классом эталонных объектов, так называемым «голотипом». При этом, однако, нужно помнить, что, не вводя в рассмотрение альтернативных гипотез, невозможно контролировать ошибку второго рода, ошибку принятия проверяемой гипотезы, когда она в действительности ложна [Себастиан, 1965, стр. 129].

Исследования по сопоставлению алгоритмов распознавания и по определению области их применения находятся пока еще в начальной стадии [Волков, 1968; Воронин, 1968; Елкина, Елкин, Загоруйко, 1967; Фотиади, Воронин, Гусев, 1966; Фотиади и др., 1966]. Можно отметить, в частности, что алгоритмы типа линейных дискриминантных функций и потенциальных функций могут быть реализованы лишь при метрических переменных — компонентах вектора, в то время как для ряда других алгоритмов это требование не обязательно.

Изучается важный вопрос о сравнительной оценке информативности признаков, используемых при распознавании [Воробьев, Жукова, 1968; Воробьев и др., 1967; Гольдин, 1968; Поплавский, 1968; Родионов, Серых, 1968].

Когда прогнозируемая переменная непрерывна, т. е. может принимать любое значение в некоторых пределах числовой шкалы, для прогноза используются методы многомерной регрессии и линейного программирования [Арабаджи, Васильев, Мильничук, 1965; Арабаджи и др., 1967; Былинская, 1968; Вольвовский, Рябой, 1961; Гусев и др., 1967; Захарова, 1965; Каратаев, 1963; Каратаев, Черный, Гусев, 1966; Косыгин и др., 1966; Элланский и др., 1968].

Несмотря на значительные успехи, достигнутые с применением

указанных непространственных схем распознавания, можно полагать, что в большом числе ситуаций для удовлетворительного решения задачи необходимо учитывать также пространственное положение распознаваемого объекта и эталонных объектов. Таким решениям посвящена следующая глава 5.2.

5.2.

Распознавание с учетом пространственных закономерностей

5.2.1.

Плотность расположения точечных объектов

В качестве первой задачи распознавания в пространстве рассмотрим выделение по комплексу признаков областей преимущественной локализации тех или иных объектов [Бронштейн, Карпова, 1968; Высокоостровская, Зеленецкий, 1968; Bates, 1959; Koulomzine, Dagenais, 1959]. Особенность этой задачи проще всего пояснить на следующем примере из области, где она в основном применяется. На данной территории в n точках задан вектор признаков. Кроме того, в m точках ($m < n$) известно наличие признака, подлежащего прогнозированию (обычно это наличие месторождения). Требуется выделить среди остальных $n - m$ точек те, для которых наличие месторождений наиболее вероятно. С позиций статистической непространственной задачи распознавания для этого потребовалось бы иметь кроме месторождений (объектов одного класса) еще и некоторое число «не месторождений» (объектов другого класса). В связи с этим в печати встречаются предложения изучать «не месторождения», создавать специальные, эталонные участки с доказанным отсутствием месторождений. Такой путь встречает понятные экономические трудности.

Для решения задачи можно привлечь иные соображения. Конечно мы не знаем, в каких точках из числа $n - m$ имеются месторождения, а в каких они отсутствуют. Это «незнание» и вызвало постановку данной задачи. Однако во многих случаях мы довольно твердо знаем, что искомые объекты (скажем, рудные поля, рудные зоны, рудные тела) занимают незначительную часть от всей рассматриваемой площади. Иначе говоря, месторождения не типичны для территории в целом. Таким образом, мы можем использовать для обучения в качестве «не месторождений» всю территорию, не изученную в этом отношении, не опосредованную в должной степени. Наличие на этой территории месторождений с характерными для них признаками будет вносить известную «дезинформацию» в процесс обучения и несколько ухудшит результаты этого обучения. Однако в целом несомненна принципиальная возможность распознавания с обучением на таком «недосортированном» материале.

Другая важная особенность рассматриваемой задачи распознавания связана с возможностью различать не только сами объекты,

но также и области с различной плотностью расположения объектов. Рассмотрим часто встречающийся на практике случай с несколькими признаками (больше двух) и с ограниченным числом известных объектов (месторождений). Возможны, вероятно, различные способы решения этой задачи.

Один из таких способов поясним на примере. В качестве исходного материала использованы схематизированная геологическая карта (рис. 5.1) и карта гравитационного поля (рис. 5.2) по району Ауэнс Вэлли, Калифорния [Pakiser, Kane, Jackson, 1964] и схема расположения проявлений эндогенной минерализации по той же территории [Norman, Stewart, 1951]. Исходная карта гравитационного поля была сглажена с радиусом палетки $r = 5$ км и построена карта остаточных аномалий как разность исходных и сглаженных значений поля (рис. 5.3). Кроме того, по той же карте построена карта горизонтальных градиентов гравитационного поля (рис. 5.4).

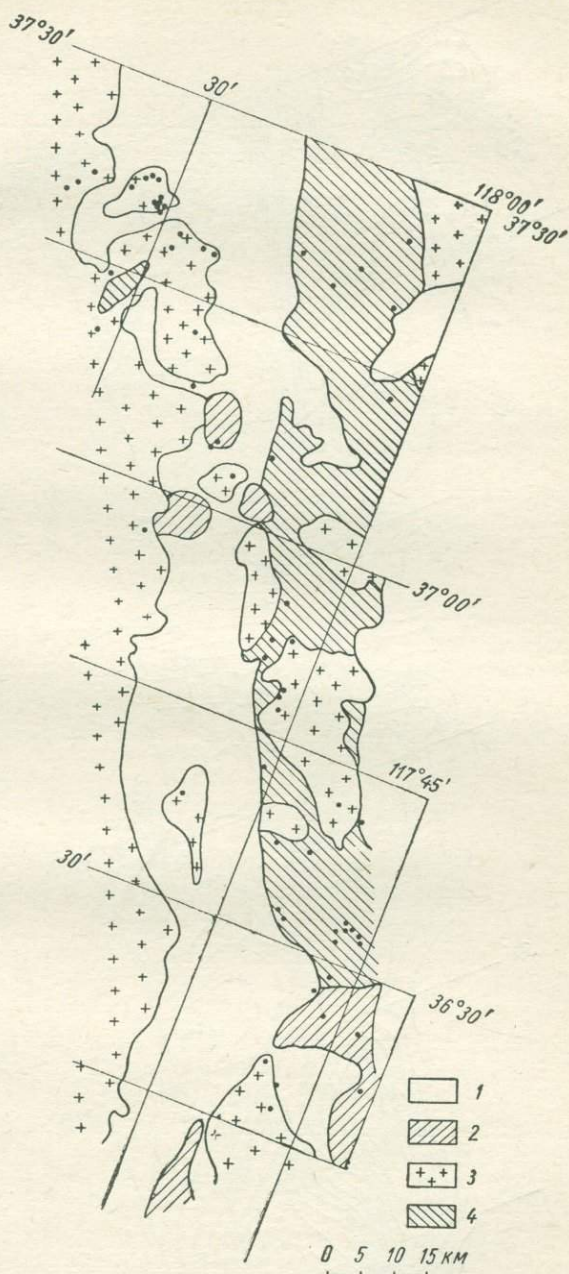
Для выделения областей преимущественной локализации точек оруденения были использованы три признака. Первый признак должен был хотя бы в самой общей форме характеризовать геологическую позицию того или иного участка. В соответствии с имевшейся геологической картой на территории различаются области развития отложений: 1) четвертичных, 2) третичных; до третичных пород; 3) гранитов и 4) метаморфизованных осадочных и вулканогенных. Второму признаку — локальным аномалиям гравитационного поля, также приписаны четыре различаемых состояния (значения), в мгл: 1) менее -2 ; 2) $-2-0$; 3) $0-2$; 4) более 2. По третьему признаку — горизонтальным градиентам гравитационного поля — различались также четыре возможных состояния, в этвешах: 1) менее 10; 2) 10—20; 3) 20—50; 4) более 50. Различные значения трех признаков образуют, следовательно, 64 возможные комбинации. Некоторые из них довольно характерны — проявляются на большей части площади, другие же мало характерны или не встречены вовсе. Перечисленные признаки необходимо использовать для выделения областей преимущественной локализации объектов. Иначе говоря, как и в статистической задаче распознавания, мы должны выделить наиболее характерные сочетания признаков, но не для самих объектов, а для областей наибольшей плотности их расположения.

Эндогенная минерализация участка представлена 66 проявлениями, из них 26 — полиметаллов, 23 — вольфрама, 12 — золота, 3 — железа и по одному — молибдена и сурьмы. Для того чтобы иметь возможность проверить свои построения, мы отбирали для обучения только часть (от 0,5 до 0,7) рудопроявлений с помощью таблицы случайных чисел.

Вычислялась плотность ψ_j расположения рудопроявлений в зависимости от различных сочетаний каждой из трех возможных пар признаков. В результате вся территория разделялась на площади с различными значениями ψ_j . Сочетание трех ψ_j приводило к плотности ψ как функции от всех трех признаков. Подобная процедура

Рис. 5.1. Геологическая схема района Ауэнс Вэл-ли, Калифорния [Pakiser, Kane, Jackson, 1964] с пунктами проявления эндогенной минерализации [Norman, Stewart, 1951].

1 — четвертичные отложения; 2 — третичные вулканические породы; 3 — граниты; 4 — метаморфизованные породы.



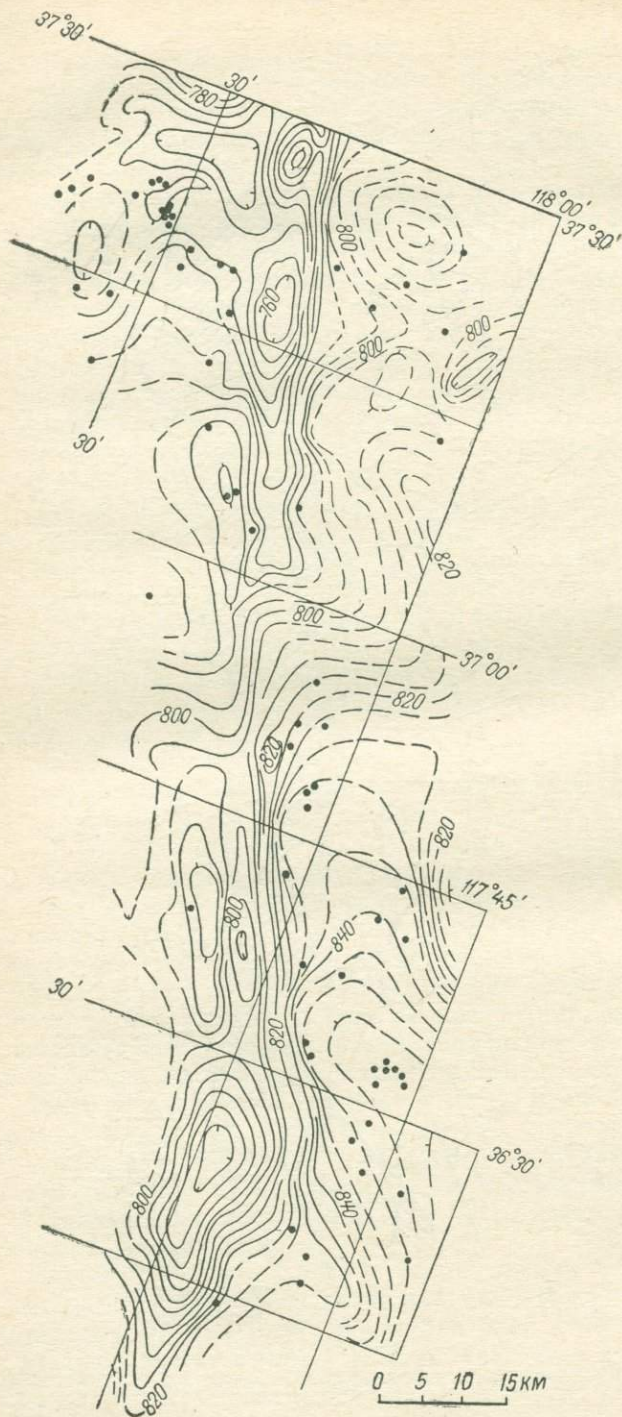


Рис. 5.2. Карта изолиний гравитационного поля района Ауэнс Вэлли, Калифорния [Pakiser, Kane, Jackson, 1964] с пунктами эндогенной минерализации [Norman, Stewart, 1951].

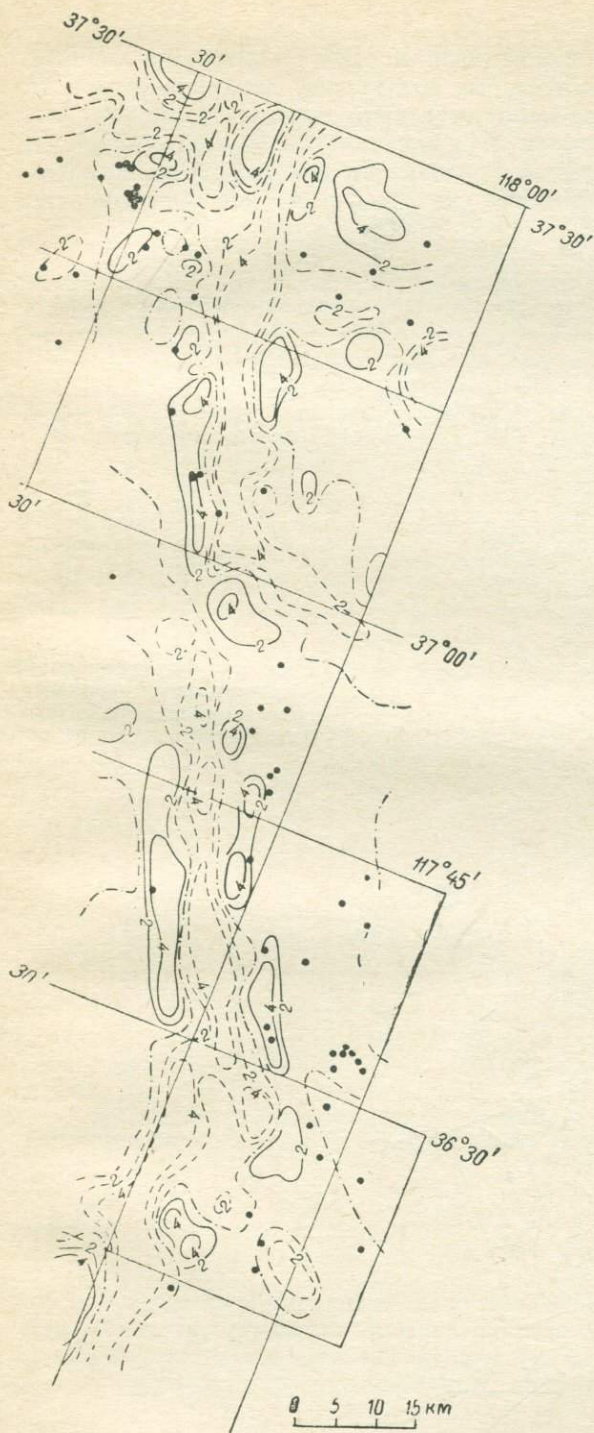


Рис. 5.3. Карта остаточных аномалий (в мгл), построенная по данным рис. 5.2.

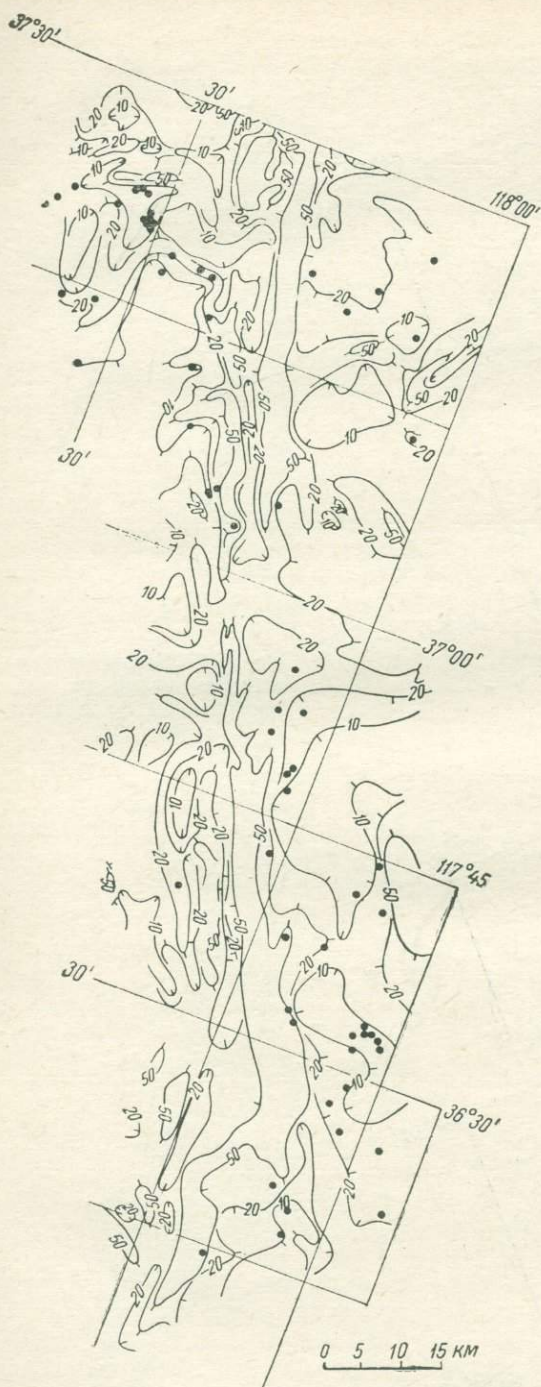


Рис. 5.4. Карта изолиний горизонтальных градиентов гравитационного поля (в эт-вешах), построенная по данным Рис. 5.2.

была осуществлена с четырьмя различными выборками из имевшихся 66 рудопроявлений. Результаты вычислений приведены в табл. 5.1. Как видим, указанная процедура позволяет выделить локальные площади с плотностью размещения рудопроявлений, в 1,5—2,5 раза превышающей среднюю плотность, и отбраковать около трети территории с плотностью в 5—10 раз меньшей.

Таблица 5.1. Распределение «экзаменующих» точек минерализации в зонах с различной их плотностью по результатам обучения

Число рудопроявлений в обучении	Характеристики *	Плотность расположения рудопроявлений по результатам обучения			Суммарное число рудопроявлений	Средняя плотность	Отношение наибольшей плотности к	
		0	0—1	Выше 1			средней	наименьшей
33	m Ξ ψ	6 3427 0,175	12 3385 0,354	15 1588 0,945	33	0,393	2,40	5,4
37	m Ξ ψ	2 2891 0,069	14 3964 0,353	13 1545 0,841	29	0,345	2,44	12,2
41	m Ξ ψ	2 2800 0,071	13 3895 0,334	10 1705 0,586	25	0,298	1,97	8,3
45	m Ξ ψ	4 3951 0,101	12 3231 0,372	5 1218 0,410	21	0,250	1,64	4,1

* m — число рудопроявлений; Ξ — площадь, км²; ψ — плотность — число рудопроявлений на 100 км². Общая площадь $\Xi_0 = 8300$ км².

5.2.2.

Локальная задача распознавания

В предыдущем параграфе было показано, что задача распознавания объектов, решаемая в пространстве, даже если это делается в целом для какой-либо территории (т. е. общая задача), обладает рядом специфических особенностей, отличающих данную ситуацию

от чисто статистической (непространственной). Еще более явна специфика пространственной задачи распознавания при обращении к локальным особенностям расположения распознаваемых объектов. Необходимость учитывать при этом положение в пространстве распознаваемых и эталонных объектов возникает по двум основным причинам.

1. Непостоянство, нестационарность связей между объектами и характеризующими их признаками, когда объектам одного класса на различных участках соответствуют разные сочетания признаков и одни и те же сочетания признаков на разных участках характерны для объектов разных классов.

2. Пространственные связи самих различаемых объектов, когда объекты одного класса встречаются рядом друг с другом чаще, чем с объектами других классов (параграф 2.2.2). Подобная ситуация характерна, в частности, для различных задач геологического картирования.

Пример проявления первой причины в результатах распознавания осадочно-вулканогенных толщ кембрия по особенностям наблюдаемого над ними магнитного поля приведен в табл. 5.2. В пределах ограниченных участков распознавание в общем (за исключением одной задачи) оказалось здесь более эффективным, чем распознавание одновременно по группе из трех таких участков. Наблюдались и другие подобные случаи. Можно поэтому предполагать, что такие ситуации являются скорее правилом, чем исключением.

Таблица 5.2. Распознавание толщ осадочно-вулканогенного комплекса по характеру связанного с ними магнитного поля. Результаты экзамена

Используемые признаки и характер задачи	Распознаваемые толщи						В целом при двух альтернативах		Трех-альтернативная задача	
	Верхняя — средняя		Верхняя — нижняя		Средняя — нижняя					
	ош.	отк.	ош.	отк.	ош.	отк.	ош.	отк.	ош.	отк.
Изменчивость магнитного поля	42	—	23	—	19	—	30	—	49	—
Сглаженное магнитное поле	41	—	16	—	14	—	26	—	45	—
Сглаженное магнитное поле и его изменчивость . . .	38	2	20	3	16	2	27	2	42	2
То же в пределах участка . . .	29	4	16	7	17	3	22	4	33	3

Примечания. 1. Доли ошибок (ош.) и отказов (отк.) даны в процентах. 2. Первые три задачи решались в целом для группы из трех участков. Последняя задача — обучение и экзамен в пределах каждого из трех локальных участков.

Вторая причина проявляет себя двояким образом.

а. Нередко различным частям изучаемой территории соответствуют различные же реальные наборы альтернатив. В таких случаях можно довольно уверенно исключать ту или иную группу альтернатив при распознавании в каждой конкретной части площади, чтобы нереальные, лишние альтернативы не усложняли решение, не создавали бессмысленную конкуренцию тем альтернативам, которые разумно сравнивать в данном акте распознавания. Ясно, что добавление новых альтернатив резко ухудшает качество распознавания (например, двух- и трехальтернативная задачи в табл. 5.2).

Таким образом, для учета пространственного положения изучаемых объектов нужно делить площадь на локальные участки и производить обучение и распознавание в пределах каждого из участков отдельно, как сделано в табл. 5.2. Неформальное разделение территории на какие-то участки, достаточно однородные внутри себя и разнородные между собой в интересующем нас смысле, — задача довольно сложная и чаще всего однозначно не решаемая. Поэтому наиболее приемлемым представляется способ скользящего распознавания, в котором в обучении каждый раз участвуют только эталоны, попадающие в пределы скользящего окна тех или иных размеров (площадки трансформации).

б. При распознавании объектов с применением пространственных моделей полезно в общем случае учитывать не только особенности (совокупность признаков) каждого данного индивидуального объекта, но также и объектов, расположенных рядом с ним. Скажем, в простейшем одномерном случае, имея объект *A* с расположенными по соседству объектами *B*, *C*, *D* и *E* (рис. 5.5), проще и во многих случаях естественнее предположить, что он относится к тому же классу *R*, что и окружающие его объекты *B*, *C*, *D* и *E*, даже если индивидуальное отношение правдоподобия говорит в пользу гипотезы *T*. Иначе говоря, в качестве объекта распознавания во многих случаях разумно рассматривать группы исходных, индивидуальных объектов, объединяемых по признаку пространственной близости. При этом можно рассуждать, например, следующим образом: данная группа объектов относится к одному классу, требуется определить при этом условии, к какому именно классу. Конечно, одной пространственной близости объектов мало, для того чтобы наверняка относить их к одному классу. Однако в геологических исследованиях встречается, по-видимому, немало таких ситуаций, когда это

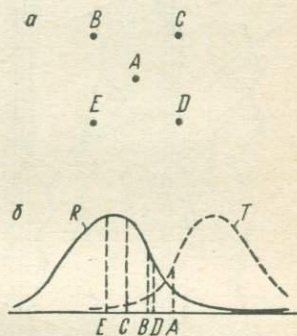


Рис. 5.5. Схема (а) расположения объектов на плоскости и сопоставление (б) наблюдаемых у них значений признака с распределениями последнего в двух сравниваемых классах объектов *R* и *T*.

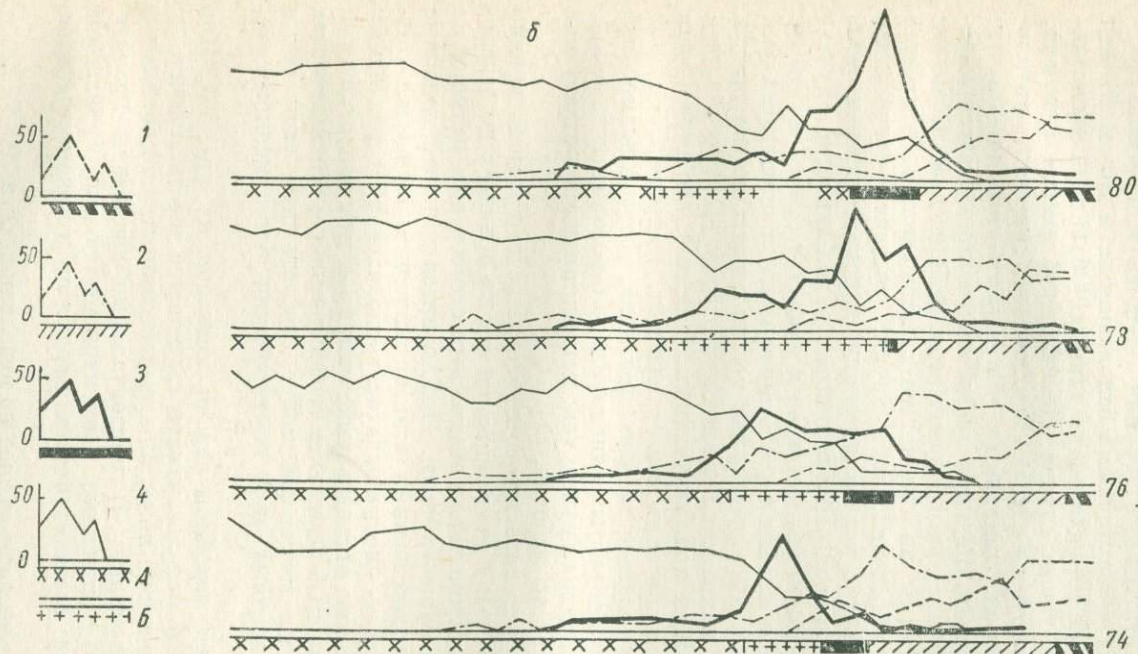


Рис. 5.6. Графики частотей (%), приписываемых различаемым геологическим комплексам.

а. 1 — отложения ордовика; 2 — верхняя пачка нижнего кембрия; 3 — нижняя пачка нижнего кембрия; 4 — лейкократовые биотитовые граниты; 5 — биотитовые граниты. *б.* 1 — отложения верхнего кембрия; 2 — верхняя пачка нижнего кембрия; 3 — пограничная область, картируемая по отложениям нижней пачки нижнего кембрия и выходам лейкократовых гранитов; 4 — биотитовые граниты и жильные породы (А), лейкократовые биотитовые граниты (Б).

утверждение будет справедливым в общем для большинства групп и ошибочным лишь для подавляющего меньшинства.

Поясним сказанное на следующем схематическом примере. Пусть решается задача картирования тех или иных геологических образований, перекрытых четвертичными отложениями, и для этой цели используется комплекс геофизических данных. Объектами распознавания могут быть в таком случае элементарные ячейки площади. О каждой из них требуется сделать заключение, скажем, о литологическом составе пород, выходящих в пределах этой ячейки под четвертичные отложения. Размеры таких элементарных ячеек определяются, естественно, сетью геофизических наблюдений. Если эти ячейки достаточно малы по сравнению с площадными размерами изучаемых геологических тел, то в группы соседних ячеек чаще будут попадать ячейки с развитием пород одного состава и реже с развитием разных пород. Иначе говоря, в большинстве случаев вся группа будет целиком расположена в пределах одного и того же геологического тела и меньшая часть попадет на границы этих тел. В тех случаях, когда такое допущение можно считать справедливым (хотя бы в общем), появляется возможность использовать для различения кроме свойств индивидуальных объектов свойства групп объектов. Такими свойствами могут явиться, например, средние по группе значения каждого данного признака. Другой возможный путь — это различать объекты индивидуально (чисто статистически), а затем делать выводы для группы так, как это принято в статистике при проверке гипотез по выборке.

Важно отметить, что качество распознавания по группам должно быть в общем выше, чем у распознавания тех же объектов по отдельности. Такое уменьшение числа возможных ошибок или размера их может быть весьма существенным. Можно надеяться, что подобные приемы учета пространственных взаимоотношений изучаемых объектов будут полезны во многих задачах распознавания в различных областях геологических исследований, например при геологическом картировании с помощью комплекса геофизических и геохимических данных. Эталонными векторами могут служить при этом точки наблюдений, выполненных при картировании более мелкого масштаба.

Пример решения подобной задачи приведен на рис. 5.6. При распознавании здесь использовались следующие шесть признаков: 1) сглаженное магнитное поле; 2) его изрезанность; 3) локальные гравитационные аномалии; 4) горизонтальные градиенты гравитационного поля; 5) сглаженные концентрации свинца в делювии; 6) энтропия вектора, составленного из первых пяти признаков (параграф 4.3.2).

Распознаваемые векторы заданы по квадратной сети 200×200 м. Распознаваемой компонентой являлась литолого-стратиграфическая и петрографическая характеристика пород, в область развития которых попадает данная точка. Эталонные векторы были отобраны искусственно по имеющейся геологической карте масштаба 1 : 50 000

по сети $1 \text{ км} \times 1 \text{ км}$. Таким образом, материалы обучения грубо моделировали ситуацию, в которой имеются данные геологической съемки некоторого масштаба ($1 : 100\,000$ — $1 : 200\,000$ в данном случае) и требуется, используя эти данные и результаты геофизических работ, построить схему более крупного масштаба (в нашем случае $1 : 50\,000$ — $1 : 25\,000$). Формальное сопоставление по точкам задания векторов показало, что ошибки составляют около 25% от всего массива распознаваемых векторов (в который эталонные векторы, разумеется, не включались), что очень неплохо для задачи с таким большим числом (13) альтернатив. Имеются, однако, несомненные перспективы улучшения результата. Прослеживание по графикам частостей отдельных альтернатив позволяет выделять соответствующие геологические особенности даже при весьма малых значениях соответствующих частостей (рис. 5.6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог, прежде всего нужно отметить, что использование пространственных статистических моделей и соответствующих им приемов анализа и истолкования должны помочь извлечению из имеющегося материала дополнительной геологической информации по сравнению с непространственными и нестатистическими моделями и соответствующими им приемами.

Изложенное выше ограничено известной в настоящее время частью затронутой проблемы и, возможно, не охватывает каких-то важных, но не определенных пока вопросов. Кроме того, рассмотренный круг вопросов ограничивался и сознательно. В частности, не затрагивались очень существенные и актуальные, но слабо изученные экономические аспекты проблемы. Настоятельно требуют своей разработки также и динамические пространственные модели с использованием статистической информации. Можно ожидать, в частности, появления построенных на этой основе новых, более эффективных моделей геологического картирования, поисков и разведки.

В книге рассмотрены лишь принципиальные основы проблемы. Элементы методики освещены в соответствии с тем начальным состоянием, в котором они находятся в настоящее время. В целом же методика пространственного статистического анализа еще ожидает своей разработки.

Изложенные принципы пространственного статистического анализа обосновывались лишь общими формальными особенностями той или иной модели и не предусматривают какой-либо зависимости от масштаба исследования, размеров изучаемых объектов и их существа, а также смысла измеряемых признаков. Такая общность основных принципов проявилась и в построении изложения, при котором модели и задачи объединялись по их формальным особенностям независимо от существа геологических ситуаций, в которых они могут применяться.

В известной мере общими являются и основные методические приемы статистического анализа, что также видно из предшествующего изложения. Так, использование приемов, описанных в параграфе 2.1.1, демонстрировалось на примерах распределения зерен минерала в образце (масштаб порядка 1 : 1) и размещении месторождений в рудной провинции (масштаб порядка 1 : 3 000 000).

Хотя таких примеров независимости методов статистического анализа от существа и масштаба изучаемых объектов и явлений можно привести немало, в целом можно ожидать, что эта методика во многих случаях будет зависеть от названных причин. Например, способы изучения полей неметризуемых величин (параграф 2.2.2) в общем будут различными в применении к микроскопическому изучению шлифов и задачам картирования. По крайней мере, здесь скажется разница в степени достоверности и однородности используемой исходной информации.

Построение предшествующего изложения должно было отразить общую структуру истолкования имеющегося материала от анализа (разделы 2—4) с выявлением и выделением наиболее существенных особенностей исходной информации к синтезу этих особенностей в задаче комплексного истолкования — диагноза (раздел 5). Определенная практическая польза признаков, описанных в разделах 2—4, обнаруживается уже на стадии анализа, однако наиболее полно они могут быть использованы лишь в синтезе с другими признаками. Нужно также обратить внимание на то, что признаки, описанные в разделах 2—4, отражают в общем некоторые новые, часто непривычные особенности геологических объектов. Истолкование, описание на геологическом языке смысла этих признаков — очень важная и нелегкая задача. По-видимому, ее не всегда удастся решить простым сопоставлением этих признаков с известными особенностями геологических объектов, учитываемыми при традиционных способах документации. Скорее всего обращение с такими новыми признаками заставит ввести в рассмотрение новые же особенности изучаемых геологических объектов, создать средства и терминологию для их описания при документации.

Из таких новых признаков особого внимания заслуживают неоднородность и изменчивость изучаемых полей (скалярных и векторных). Можно рассчитывать, что участки с наиболее неоднородными значениями признаков и их комплексов часто будут отвечать областям с наиболее сложной историей геологического развития и по этой причине будут наиболее благоприятными для поисков месторождений различных полезных ископаемых [Богацкий, Суганов, 1968 и др.]. В связи с этим специальные исследования, направленные на выявление таких участков, должны занять важное место в геологических исследованиях. Не исключено, что окажется целесообразным направлять основные объемы поисково-съемочных работ именно на выявление таких участков с более глубоким смысловым анализом геологического строения лишь на некоторой представительной части территории.

Большого внимания заслуживают также методы изучения анизотропии рассматриваемых полей.

Весьма интересны и требуют детального изучения связи пространственно-статистических свойств различных полей. Так, важна зависимость изменчивости и анизотропии поля, изучаемого геофизическими методами, от тех же особенностей поля, описывающего

соответствующие геологические объекты (их физические свойства и химический состав).

Для правильной постановки задач пространственно-статистического анализа и правильной оценки получаемых результатов важно обращать внимание на то, что любыми способами, изложенными выше, может быть только проверено предположение о наличии той или иной закономерности при данном способе ее исследования. Иначе говоря, в результате операций описанного вида может быть доказано лишь отсутствие или наличие закономерности данного вида и с данными ее параметрами. Следовательно, изучению той или иной закономерности должна предшествовать догадка о ее характере и параметрах. В дальнейшем можно ожидать некоторого прогресса в оптимизации параметров вычислительных операций, но роль догадки или по крайней мере ссылок на аналогичные ситуации останется все же довольно значительной. Тем более нет никаких надежд доказать отсутствие каких-либо закономерностей вообще. Возможное их разнообразие настолько велико, что проверка наличия каждой из них совершенно неосуществима в практических ситуациях.

В заключение можно выразить уверенность, что изложенный математический аппарат, уже на имеющейся ранней стадии своего приложения приносящий несомненную практическую пользу, по мере своего дальнейшего развития, в частности в указанных выше направлениях, будет способствовать существенному повышению эффективности геологического истолкования исходной информации.

ЛИТЕРАТУРА

Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М., Физматгиз, 1963.

Андиева Т. А. Результаты статистического изучения простираний магнитных аномалий Северной Камчатки. В сб. Геология и перспективы нефтегазоносн. Камчатки. Тр. ВНИГРИ, вып. 254, 1967.

Андреев Б. А. О расчете сети наблюдений при гравиразведочных работах. Мат-лы ЦНИГРИ, геофизика, сб. 5, 1938.

Андреев Б. А. и др. Курс гравитационной разведки. Л., Госгеол-издат, 1941.

Андреев Б. А. К вопросу об истолковании результатов гравиразведочных работ при исследовании месторождений типа КМА. Разведка недр, № 6, 1948.

Андреев Б. А., Клушин И. Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. Л., Гостоптехиздат, 1962.

Арабаджи М. С., Васильев Ю. М., Мильничук В. С. Опыт применения математической статистики в нефтяной геологии. Изв. вузов, нефть и газ, № 4, 1965.

Арабаджи М. С. и др. Простейшие математические приемы решения геологических задач. М., Недра, 1967.

Архангельский А. Д. и др. Тектоника докембрийского фундамента Восточно-Европейской платформы по данным общей магнитной съемки СССР. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 2, 1937.

Арабаш Ю. Л. и др. Вопросы статистической теории распознавания. М., Сов. радио, 1967.

Белонин М. Д. Основные черты эволюции Соколовогорской и Багаевской структур Саратовского Поволжья. Сов. геология, № 12, 1964.

Белонин М. Д. К вопросу о строении и эволюции локальных поднятий. МГК, XXIII сессия. Докл. сов. геологов. Проблема 136 «Матем. методы в геологии». М., Наука, 1968.

Белоусов И. М., Козлов Н. М., Ямпольский А. Д. О новой методике статистической обработки материалов промера морского дна. Океанология, т. 5, № 1, 1965.

Богацкий В. В., Гаврилин К. В. Изменчивость геологических объектов и мера ее количественной оценки. Геология и геофизика, № 5, 1967.

Богацкий В. В., Суганов Б. И. Пространственно-статистический анализ сложности геологического строения и его применение в металлогенических целях. ДАН СССР, т. 181, № 1, 1968.

Бонгард М. М. Проблема узнавания. М., Наука, 1967.

Бонгард М. М. и др. Использование обучающейся программы для выявления нефтеносных пластов. Геология и геофизика, № 6, 1966а.

Бонгард М. М. и др. Решение геологических задач с помощью программ распознавания. Сов. геология, № 7, 1966б.

Бондаренко В. Н. Статистические методы изучения вулканогенных комплексов. М., Недра, 1967.

Бронштейн В. М., Карпова А. С. О связи магнитных аномалий с золотоносностью (бассейн р. Колымы). Сов. геология, № 2, 1968.

Брюсов Б. А. Интерпретационные возможности метода статистической корреляции гравиметрических и сейсмических данных. В кн. Геофиз. исслед., сб. 1. Изд. МГУ, 1964.

Брюсов Б. А. Некоторые вопросы геологической интерпретации региональных гравиметрических данных. В кн. Геофиз. исслед., сб. 2. Изд. МГУ, 1966.

Бугаец А. Н. и др. Применение алгоритмов, основанных на методе потенциальных функций для классификации и разграничения геологических объектов. В кн. Геология и разведка м-ний тверд. полезн. ископ. Казахстана. КазИМС, Алма-Ата, 1968.

Букринский В. А. Вопросы геометризации физико-технических и горногеологических показателей месторождения для моделирования на ЦВМ. Изд. МИРГЭМ, 1966.

Булгаков В. С., Панченко В. И. Об определении оптимальных параметров поисковой сети для выявления слепых пегматитовых тел. Изв. вузов, геология и разведка, № 12, 1967.

Бурыковский Л. А. Энтропия как мера неоднородности горных пород. Сов. геология, № 3, 1968.

Бусалаев И. В. О приложении методов статистического описания случайных полей к характеристике рельефа дневной поверхности. Изв. АН КазССР, сер. энерг., вып. 2 (18), 1960.

Бухарцев В. П. Несоответствие структурных планов и нефтегазоспособность. В кн. Опыт применения матем. статистики при изуч. локальн. структур Волго-Уральск. нефтегаз. обл. Изд. ЦНИИ ИТЭИНефтегаз, 1962.

Бухгейм В., Лаутербах Р. Статистическое определение направления пзоаномал — вспомогательное средство тектонического анализа. Сб. Микромагнит. съемка. Тр. ВИТР, вып. 4, 1957.

Былинская Л. Н. Оценка скоростей современных движений земной коры по геолого-геоморфологическим признакам методами математической статистики. ДАН СССР, т. 178, № 5, 1968.

Верба Ю. Л. Сопоставление разрезов готерив-нижнебарремских отложений юга Туаркыра методом скользящей корреляции. Тр. ВСЕГЕИ, нов. сер., т. 150. Математические методы в геологии, вып. 1, 1968.

Вистелиус А. Б. Заметки по аналитической геологии. ДАН СССР, т. 44, № 1, 1944.

Вистелиус А. Б. О корреляционной связи между апатитом и нефелином. ДАН СССР, т. 56, № 2, 1947.

Вистелиус А. Б. К вопросу о механизме связи при слоеобразовании. ДАН СССР, т. 65, № 4, 1949а.

Вистелиус А. Б. К вопросу о механизме слоеобразования. ДАН СССР, т. 65, № 2, 1949б.

Вистелиус А. Б. К вопросу о палеогеографическом значении связи между мощностями слоев (на материале продуктивной толщи Апшеронского полуострова). Литолог. сб., вып. 3. Изд. ВНИГРИ, 1950.

Вистелиус А. Б. Проблема изучения связи в минералогии и петрографии. Зап. Минер. об-ва, т. 85, № 1, 1956.

Вистелиус А. Б. Структурные диаграммы. М., Изд. АН СССР, 1958.

Вистелиус А. Б. Материалы к литостратиграфии продуктивной толщи Азербайджана. Изд. АН СССР, 1961.

Вистелиус А. Б. Красноцветные отложения полуострова Челекен. Изд. АН СССР, 1962.

Вистелиус А. Б. Проблемы математической геологии. Случайный процесс. Геология и геофизика, № 12, 1963а.

Вистелиус А. Б. Фазовая дифференциация палеозойских отложений Среднего Поволжья и Заволжья. Изд. АН СССР, 1963б.

Вистелиус А. Б. Основные типы математических решений задач современной геологии. Разведка и охрана недр, № 6, 1964.

Вистелиус А. Б. Об образовании гранодиоритов г. Белой на Камчатке (опыт стохастического моделирования). ДАН СССР, т. 167, № 5, 1966.

Вистелиус А. Б. О кристаллизации аляскинтов с р. Каракульджур (Центральный Тянь-Шань). ДАН СССР, т. 172, № 1, 1967а.

Вистелиус А. Б. О путях кристаллизации и вторичных минералах в некоторых гранитах Приханкайского района (Приморье). ДАН СССР, т. 177, № 6, 1967б.

Вистелиус А. Б. О стохастической матрице квази-эвтектических гранитов (на примере гранитов из района города Дарвар в Северной Хорватии). ДАН СССР, т. 175, № 6, 1967в.

Вистелиус А. Б. Теоретические предпосылки стохастических моделей и их проверка в конкретных геологических условиях. МГК, XXIII сессия. Докл. сов. геол. Проблема 136, Математ. методы в геологии. М., Наука, 1968.

Вистелиус А. Б. и Фаас Р. В. О характере чередования слоев в разрезах некоторых осадочных толщ. ДАН СССР, т. 164, № 3, 1965.

Волков А. М. Использование алгоритмов распознавания образов для разделения поднятий на газоносные и водоносные (на примере Березовского района Западной Сибири). В кн. Матем. методы при геол. исслед. в Зап. Сибири. Тр. Зап.-Сиб. НИГНИ, вып. 18, 1968.

Володарский Р. Ф. и др. Применение электронно-счетных машин для интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. М., Госгеолтехиздат, 1962.

Воловский И. С., Рябой В. З. Применение методов математической статистики для геологической интерпретации гравитационного поля в Ферганской впадине. Новости нефт. и газ. техн., геология, № 3, 1961.

Воробьев В. Я., Жукова В. С. Выбор информативных показателей в геологических задачах классификации. Геохимия, № 5, 1968.

Воробьев Ю. Ю., Иванкин П. Ф. Принципы и методика составления крупномасштабной карты глубинного прогноза. В кн. Принципы и методика составления металлогенич. и прогноз. карт. М., Недра, 1966.

Воробьев В. Я., Липская В. А. О типе закона распределения элементов в горных породах, почвах и растениях. Геология и геофизика, № 7, 1967.

Воробьев В. Я. и др. Выбор информативных показателей при морфометрическом методе поисков локальных структур. Геология и геофизика, № 4, 1967.

Воронин Ю. А. Об анализе различных формальных процедур диагноза (распознавания), используемых для геологической интерпретации геохимических и геофизических данных. Межд. геол. конгресс, XXIII сессия. Докл. сов. геол. Проблема 136 Матем. методы в геологии. М., Наука, 1968.

Воронин Ю. А., Каратаева Г. Н. Об одном способе определения голотипа и его использовании для решения задач диагноза (распознавания). Геология и геофизика, № 4, 1967.

Высокоостровская Е. Б., Зеленецкий Д. С. О количественной оценке перспектив территории при поисках месторождений рудных полезных ископаемых. Сов. геология, № 8, 1968.

Гавришин А. И., Юшков Ю. Н. О математической интерпретации результатов геохимических поисков. Геология и геофизика, № 6, 1967.

Гвин В. Я. О картометрическом исследовании гравитационного и магнитного полей. Развед. геофиз., № 16, 1966.

Глаголев А. А. Новый метод морфогранулометрического анализа горных пород. В кн. Новые методы в минералогии и петрографии и результаты их применения. М., Госгеолтехиздат, 1963.

Гладкий К. В. Разделение суммарных гравитационных полей как процесс частотной фильтрации. Прикл. геофизика, вып. 25, 1960.

Гладкий К. В. Гравиразведка и магниторазведка. М., Недра, 1967.

Гольбрайх И. Г. и др. Морфоструктурные методы изучения тектоники закрытых платформенных нефтегазоносных областей. Л., Недра, 1968.

Гольдин С. В., Кутюлин В. А. К петрохимии траптов катангского и кузмовского комплексов западной окраины Сибирской платформы. Сов. геология, № 12, 1964.

Гольдин С. В. К вопросу о числе признаков в статистических классификациях. В кн. Матем. методы при геол. исслед. в Зап. Сибири. Тр. Зап.-Сиб. НИГНИ, вып. 18, 1968.

Горбунов О. Д., Мишин Л. Т. К вопросу о выборе рациональной сети опробования при литохимических поисках рудных месторождений. Изв. вузов, геология и разведка, № 2, 1968.

Грудев А. П. Статистическая связность рудных тел. Геология и разведка, № 1, 1961.

Губерман Ш. А. Комплексная интерпретация геофизических данных с помощью обучающейся программы. В кн. «Проблемы ядерной геофизики», М., Недра, 1964.

Губерман Ш. А. и др. Использование алгоритма распознавания образов для решения задач промышленной геофизики. ДАН СССР, т. 154, № 5, 1964.

Гусев Ю. М. и др. О выявлении локальных поднятий в осадочном чехле платформы по результатам регрессионного анализа гравитационных и магнитных аномалий. В кн. Вопр. обработки геол. и геофиз. данных на ЭВМ. Новосибирск, Наука, 1967.

Гутер Р. С., Овчинский Б. В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М., Физматгиз, 1962.

Дахнов В. Н. Электрическая разведка нефтяных и газовых месторождений. М.—Л., Гостехиздат, 1951.

Дементьев Л. Ф. К вопросу о характеристике геологической неоднородности нефтеносных пластов. Тр. Всес. НИГеол.-разв. нефт. ин-та, вып. 45, 1964а.

Дементьев Л. Ф. Математическая статистика в нефтепромышленной геологии. Геол. нефти и газа, № 3, 1964б.

Дементьев Л. Ф. Статистические методы обработки и анализа слово-геологических данных. М., Недра, 1966.

Джунусов Т., Смелов А. А. Использование физических свойств горных пород при геолого-геофизических работах. В кн. Вопр. рудн. геофизики в Казахстане. Алма-Ата, изд-во «Казахстан», 1966.

Дмитриев А. Н., Журавлев Ю. И., Кренделев Ф. П. Об одном принципе классификации и прогноза геологических объектов и явлений. Геология и геофизика, № 5, 1968.

Доборжинский С. Ю. Общее падение и простиране пласта. Горн. и Золотопром. Изв., № 5, 6, 1910.

Доборжинский С. Ю. Распределение разведочных работ. Горн. и Золотопром. Изв., № 22/24, 1910; № 1—3, 1911.

Доборжинский С. Ю. Разработка разведочного материала. Горн. и Золотопром. Изв., №№ 4—12, 14, 16—21, 1911.

Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М., Гостехиздат, 1955.

Дунин-Барковский И. В. Пьезофилометры и измерения шероховатости поверхности. М., Машгиз, 1961.

Евдокимов Ю. Д. О некоторых количественных оценках надежности поисковой сети. Сб. Вопросы разведочной геофизики, вып. 4, 1964.

Еланский Л. Н., Колесниченко О. В. К методике трассирования платформенных дизъюнктивных нарушений по геофизическим данным. Тр. Куйбышев. НИИИП, вып. 37, геофизика, 1968.

Елкина В. Н., Елкин Е. А., Загоруйко Н. Г. О возможности применения методов распознавания в палеонтологии. Геология и геофизика, № 9, 1967.

Ермеков М. А. Приложение теории вероятностей к анализу плотности разведочной сети методом ее условного разрежения (применительно к пластовым месторождениям сложного тектонического строения). Изв. АН КазССР, сер. геол., вып. 5, 1962.

Ермолаев К. Ф. О возможности разделения и пространственной локализации отдельных фаз оруденения на основе горно-геометрического анализа. Тр. Алтайск. горно-мет. НИИ АН КазССР, т. 2, 1955.

Ермолаев К. Ф. Об учете выдающихся по содержанию геологических проб в условиях полиметаллических месторождений. Тр. Алтайск. горно-мет. НИИ АН КазССР, т. 12, 1962.

Ермолаев К. Ф., Каюпов А. К. Принцип объемного сглаживания разведочных данных при геометрическом изучении полиметаллических месторождений Алтайского типа. Тр. Алтайск. горно-металлург. НИИ АН КазССР, т. 12, 1962.

Ермолаев К. Ф., Куленов Х. Х. Объемно-графическая корреляция между компонентами в полиметаллических рудах. Тр. Ин-та геол. наук АН КазССР, т. 20, 1967.

Жоголев Л. П., Гран Б. В. Некоторые вопросы микромагнитной съемки. Обмен опытом, вып. 16. Изд. ВИТР, 1959.

Жоголев Л. П., Жоголева И. Т. Связь характера магнитного поля с магнитными свойствами горных пород. Сб. Вопр. рудн. геофизики в Казахстане. Алма-Ата, изд-во «Казахстан», 1966.

Журавский А. М. Минералогический анализ шлифа с точки зрения теории вероятностей. Ин-т Механобр. Гос. научно-техн. горно-геол. изд-во, М.—Л., 1932.

Заварницкий А. Н. Изверженные горные породы. М., Изд. АН СССР, 1961.

Зандер В. Н. и др. Геологическое строение фундамента Русской плиты. Л., Недра, 1967.

Захарова Т. Л. Реализация на электронной цифровой машине алгоритма построения формы связи между геологическими и геофизическими элементами. Геология и геофизика, № 5, 1965.

Зенков Д. А. Эволюция статистических показателей содержаний компонентов рудных месторождений в связи с методами исследования при разведке. В кн. Вопр. методики опробования. М., Госгеолтехиздат, 1962.

Зубов В. М. и др. Пути применения метода цифрового моделирования (метод Монте-Карло) для выбора оптимальной конструкции разведочной сети. Докл. (тезисы) XVIII научн. конф. горно-геол. фак. Новочеркасск. политехн. ин-та. Новочеркасск, 1966.

Иванов С. Н. Об определении густоты сети опробования методами вариационной статистики. Разведка недр, № 19, 1936.

Иванов Д. Н., Фаас А. В. Об оценке содержания аксессуарных минералов в шлифах линейным методом подсчета. Сов. геология, № 12, 1964.

Казакowski Д. А. Оценка точности результатов в связи с геометризацией и подсчетом запасов месторождений. Углетехиздат, 1948.

Калашников В. Н. Применение теории случайных функций при решении некоторых задач гравиразведки. Тр. МИНХ и ГП, вып. 25, 1959.

Каллистов П. Л. Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. Сов. геология, сб. 53, 1956.

Карасик А. М. Статистические приемы построения рациональной методики аэромагнитной съемки океана. В кн. Аэросъемка и ее применение. Л., Наука, 1967.

Каратаев Г. И. Линейное прогнозирование геологического строения земной коры по гравитационным и магнитным аномалиям. В кн. Исслед. статистич. и функц. линейных связей в гравиразв. и магниторазв. Новосибирск, изд. СО АН СССР, 1963.

Каратаев Г. И. Корреляционная схема геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Новосибирск, Наука, 1966.

Каратаев Г. И., Черный А. В., Гусев Ю. М. Построение линейных операторов в корреляционной схеме геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 12, 1966.

Каратаев Г. И. и др. Дополнительные главы курса гравиразведки и магниторазведки. Новосибирск. гос. ун-т, 1966.

Каратаев Г. И. и др. К построению корреляционной схемы качественной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. В кн. Вопр. обработки геолого-геофиз. данных на ЭЦМ. Новосибирск. Наука, 1967.

Карлье Э. Методика количественной оценки месторождений урана. М., Атомиздат, 1966.

Катульский В. К., Курек Н. Н. Опыт применения вариационной статистики к анализам Риддеровского месторождения. Горный журнал, № 7, 1926.

Клушин И. Г. О выделении геофизических аномалий, меньших среднеквадратичной погрешности. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 1959.

Клушин И. Г. Исследование палеток, применяемых в гравirazведке для разделения региональных и локальных аномалий. Прикл. геофиз., вып. 31, 1961.

Клушин И. Г., Толстихин И. Н. Выделение линейных тектонических дислокаций на геофизических картах. Геология и геофизика, № 6, 1961.

Кноринг Л. Д., Белонин М. Д. Математические методы как средство извлечения информации при изучении трещинных коллекторов. В кн. Проблема трещинных коллект. нефти и газа и методы их изучения. Л., Недра, 1968. (Тр. ВНИГРИ, вып. 254.)

Коган А. Б. Принципиальные основы применения методики РНП для анализа гравитационных и магнитных полей. Геология и геофизика, № 3, 1967.

Коган А. Б. и др. Анализ потенциальных полей по принципу направленного суммирования с одновременной частотной фильтрацией (на основе методики и аппаратуры РНП). Обзор ОНТИ ВИЭМС, сер. регион., развед. и промысл. геофизики, № 8, 1967.

Колмогоров Ю. А. Простой способ качественной оценки магнитного поля закрытых районов Казахстана (на примере магнитного поля ΔT района Балхашской впадины). Изв. АН КазССР, сер. геол., № 2, 1967.

Кондрашев С. Н., Асоян В. Р. Поисковые геофизические критерии и методика геофизических работ в Алданском хрусталеносном районе. Разв. и охрана недр, № 3, 1968.

Кондрашев С. Н., Оксман В. И., Страхова Н. А. Основные вопросы применения микромагнитной съемки. Обзор ОНТИ ВИЭМС, сер. регион., развед. и промысл. геофизики, вып. 48 (4), 1965.

Кордонский Х. Б. Приложения теории вероятностей в инженерном деле. М.—Л., Физматгиз, 1963.

Корн Г. Моделирование случайных процессов на аналоговых и аналого-цифровых машинах. М., Мир, 1968.

Королев А. В., Шехтман П. А. Структурные условия размещения послемагматических руд. М., Недра, 1965.

Косыгин М. Н. и др. Опыт применения множественной корреляции для решения некоторых задач поисков и разведки. Изв. вузов, геология и разведка, № 9, 1966.

Крамбейн У., Грейблль Ф. Статистические модели в геологии. М., Мир, 1969.

Краснов А. И. Вопросы геологического использования материалов крупномасштабных аэромагнитных съемок. В кн. Аэросъемка и ее применение. Л., Наука, 1967.

Кронидов И. И. Выявление разрывных нарушений по аэромагнитным данным. ВНИИ. МГ и ОН, № 2 (36), 1962.

Круглякова Г. И. Магнитные аномалии Закарпатья и их геологическая интерпретация. Геомагнетизм и аэрономия, т. II, № 5, 1962.

Кунин Н. Я. К методике объективной оценки гравитационного поля при качественной интерпретации. Изв. АН КазССР, сер. геол., вып. 5, 1963.

Лаутербах Р. Микромагнитная съемка — вспомогательный метод геологического картирования. Инф. бюлл. ВИТР, вып. 4, Микромагнитная съемка, 1957.

Литвиненко О. К. и др. Применение электронных цифровых вычислительных машин в гравirazведке. Вып. 1. Информ. сообщ. ОНТИ ВИЭМС, сер. регион., развед. и промысл. геофизики, № 20, 1967.

Ломтадзе В. В. Об одном алгоритме комплексной интерпретации геолого-геофизических данных. *Вопр. развед. геофизики*, вып. 8, 1968.

Луговенко В. Н. О вычислении автокорреляционной функции аномального магнитного поля по экспериментальным данным. *Геомagnetизм и аэрономия*, т. 7, № 3, 1967а.

Луговенко В. Н. Стационарность случайного процесса, аппроксимирующего аномальное магнитное поле. *Геомagnetизм и аэрономия*, т. 7, № 2, 1967б.

Ляхов Л. Л., Соловьев Г. А. Использование статистических способов при геофизических поисках редкометаллических месторождений в Западном Забайкалье. *Изв. вузов, геология и разведка*, № 12, 1968.

Ляхов Л. Л., Соловьев Г. А. Корреляционный способ комплексной интерпретации материалов геофизических исследований при поисках редкометаллических месторождений. *Геология и разведка*, № 8, 1969.

Маловичко А. Е. К вопросу об осреднении аномальных полей. *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, № 2, 1951.

Маловичко А. Е. О выделении из общего поля гравитационных аномалий региональных и локальных полей. *Тр. Новосибирск. ин-та приклад. геодезии, аэросъемки и картографии*, № 20, Новосибирск, 1952.

Марголин А. М. Аналитический способ определения точности горно-геометрических планов. *Тр. ВНИИ*, вып. 36, 1962.

Математические методы при построении карт в практике геологических работ. Обзор зарубежной литературы. Изд. ВНИИОЭНГ, сер. нефтегаз. геология и геофизика, 1967.

Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. М., Мир, 1968.

Методы изучения осадочных пород. Т. I. М., Госгеолтехиздат, 1957.

Мещеряков С. С. Количественная оценка признаков оруденения при глубинных поисках. *Методика и техн. разведки*, вып. 53. Изд. ВИТР, 1965.

Миллер Р. Л., Кан Дж. С. Статистический анализ в геологических науках. М., Мир, 1965.

Минеев Д. А. Исследование корреляционной зависимости между лантаноидами в горных породах. *ДАН СССР*, т. 154, № 3, 1964.

Минеев Д. А. Об одном статистическом показателе перспективности разведываемых месторождений редких и рассеянных элементов. *Геохимия*, № 5, 1966.

Мирчинк М. Ф., Бухарцев В. П. К изучению истории формирования платформенных структур. В кн. *Опыт применения матем. статистики при изуч. локальн. структур Волго-Уральск. нефтегаз. обл.* ЦНИИ ИТЭИНефтегаз, 1962.

Мирчинк М. Ф. и др. О методике выявления погребенных палеозойских разломов в пределах молодых платформ. *ДАН СССР*, т. 180, № 5, 1968.

Мягков В. Ф. О закономерностях в изменении тесноты связей в зональных рудных телах. *ДАН СССР*, т. 182, № 1, 1968.

Неженский И. А. Применение статистической теории однородности к изучению зональности рудных тел. *ДАН СССР*, т. 177, № 2, 1967.

Низгурецкий З. Д. Некоторые особенности использования метода скользящих средних при геометризации. *Сб. тр. по вопр. маркш. дела. Тр. ВНИИМИ*, сб. 41, 1961а.

Низгурецкий З. Д. О количественной оценке изменчивости (сложности) формы залежей в связи с ее геометризацией. Там же, 1961б.

Низгурецкий З. Д. Использование элементов теории случайных функций для оценки точности определения содержания полезных компонентов и мощности залежи при геометризации. *Тр. ВНИИМИ*, сб. 50, 1963.

Никкол А., Гаррет Р. и Уэбб Дж. Применение автоматической обработки и статистических методов интерпретации геохимических данных. *Экспресс-информация. Мат-лы симпозиума по геохим. методам поисков. Геология. Реферат 14*, № 4, 20 апреля 1968 г. ОНТИ ВИЭМС, 1968.

Нумеров В. В. Теоретические основания применения гравитационных методов в геологии. *Тр. ГГРУ*, вып. 36, 1931.

Обухов А. М. Статистическое описание непрерывных полей. Тр-ГЕОФИАН СССР, № 24 (151), 1954.

Озерцова В. А. Использование дисперсии как меры неоднородности аномального магнитного поля. Вопр. развед. геофизики, вып. 6, 1967.

Пенкевич М. С. Карты нормального распределения элементов земного магнетизма на территории Союза ССР. Тр. ГГО, вып. 29, 1939.

Петров А. А. Применение математической статистики для решения основных вопросов разведки месторождений. Сов. геология, № 9, 1963.

Погребидский Ю. Е. Опыт применения количественной характеристики в тектонике. Матем. методы в геологии. Зап. ЛГИ, т. 50, вып. 2, 1966.

Полканов В. П. и др. О выявлении локальных поднятий по геоморфологическим показателям с помощью электронных цифровых машин. ДАН СССР, т. 167, № 3, 1966.

Поплавский Н. Н. Оценка относительной информативности признаков с помощью дискриминантной функции. В кн. Матем. методы при геол. исслед. в Зап. Сибири. Тр. Зап.-Сиб. НИГНИ, вып. 18, 1968.

Попов Е. И. Количество информации, получаемое в результате разведки и геометризации месторождений полезных ископаемых. Изв. вузов, горн. журн., № 5, 1962.

Разумовский Н. К. Характер распределения содержаний металлов в рудных месторождениях. ДАН СССР, т. 28, № 9, 1940.

Рац М. В. Неоднородность горных пород и их физических свойств. М., Наука, 1968.

Родионов Д. А. Функции распределения содержаний элементов и минералов в изверженных горных породах. М., Наука, 1964.

Родионов Д. А. К вопросу о статистической теории однородности геологических совокупностей. Геохимия, № 4, 1965.

Родионов Д. А. Статистические методы разграничения геологических объектов по комплексу признаков. М., Недра, 1968.

Родионов Д. А., Серых В. И. Проблема выбора поисковых признаков и ее статистическое решение. МРК, XXIII сессия. Докл. сов. геологов. Проблема 136 Матем. методы в геологии. М., Наука, 1968.

Розовский Л. Б. Вопросы теории геологического подобия и применения натуральных моделей. Тр. Одесск. гос. ун-та, сер. геол.-геогр. наук, т. 52, вып. 11, 1962.

Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М., Сов. радио, 1968.

Романова М. А. Современные песчаные отложения Центральных Каркумов и проблема поисков погребенных структур. Сов. геология, № 12, 1964.

Романова М. А. Тренд-анализ данных геологических наблюдений (основная литература). Вопросы математической геологии. Л., Наука, 1968.

Росман Г. И. Выбор размеров поисковой сети при геохимических поисках и оценке опоскованности территории. Минеральное сырье, вып. 17. Изд. ВИМС, 1967.

Рыжов П. А., Гудков В. М. Применение математической статистики при разведке недр. М., Недра, 1966.

Савинский И. Д. Таблицы вероятностей подсечения эллиптических объектов прямоугольной сетью наблюдений. М., Недра, 1964.

Саврасов Д. И. Некоторые сведения об эффективности применения методов магниторазведки при поисках коренных месторождений алмазов. Геология и геофизика, № 8, 1962.

Сазонов В. Д. Об увеличении с глубиной силы связи между свинцом и цинком в рудных телах Канская. Сов. геология, № 12, 1964.

Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., Наука, 1968.

Себестян Г. О. Процессы принятия решений при распознавании образов. Киев, Техника, 1965.

Сегалович В. И. Выделение слабых гравитационных аномалий при поисках глубинных рудных месторождений. Разв. и охрана недр. № 4, 1965.

- Семенова О. Г. К вопросу об оценке эффективности поисковой сети по вероятностям обнаружения объектов. *Вопр. развед. геофизики*, вып. 4, 1964а.
- Семенова О. Г. О вероятности обнаружения объектов произвольных форм и размеров при первичных и повторных поисках. *Вопр. развед. геофизики*, вып. 4, 1964б.
- Семенова О. Г. О минимальных размерах выборок и площадей при вероятностной оценке эффективности поисковой сети. *Геология и геофизика*, № 11, 1966.
- Семенова О. Г. Расчет вероятностей геометрического пересечения группы плоских фигур сетью из точек при первичных и повторных поисках. *Вопр. развед. геофизики*, вып. 8, 1968.
- Симоненко Т. Н., Розе Е. Н. О структуре магнитного поля Земли. *Изв. АН СССР*, № 8, 1967.
- Симоненко Т. Н. Проявление разломов земной коры в магнитном поле. *Геофиз. сб. АН УССР*, вып. 26, 1968.
- Синицын Б. С. Состояние и перспективы развития корреляционных методов измерений. *Автометрия*, № 1, 1965.
- Скороспелова Т. Н. Об общих закономерностях морфологии и истории развития локальных структур Волгоградского Поволжья. В кн. *Опыт применения матем. статистики при изуч. локальн. структур Волго-Уральск. нефтегаз. обл.* Изд. ЦНИИ ИТЭИНефтегаз, 1962.
- Скуба П. И. Выделение аномалий на фоне интенсивных помех. *Геология и геофизика*, № 7, 1968.
- Смирнов С. С. К оценке оловорудных районов. *Сов. геология*, № 3, 1941.
- Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М., Наука, 1965.
- Собакарь Г. Т. Об идентификации геологических и геофизических признаков глубинных разломов некоторых платформенных областей. *Геофиз. сб. АН УССР*, вып. 20, 1967.
- Соловьев В. Г. Вариационная статистика в приложении к разведке и подсчету запасов полезных ископаемых. *Разведка недр*, № 1, 1938.
- Соловьев Г. А. Некоторые особенности интерпретации магнитных аномалий, связанных с неглубоко залегающими горными породами. *Развед. геофизика*, вып. 16, 1966.
- Соседов И. С. К методике определения ориентации бассейнов для гидрогеологических целей. В сб. *Вопр. гидрологии Казахстана*. АН КазССР. Алма-Ата, 1963.
- Сперанский М. А. К методике оценки достоверности разведочных данных. *Разведка и охрана недр*, № 1, 1967.
- Строева Е. А. К морфологии и истории формирования Туймазинской структуры. В кн. *Опыт применения математ. статистики при изуч. локальн. структур Волго-Уральск. нефтегаз. обл.* Изд. ЦНИИ ИТЭИНефтегаз, 1962.
- Тархов А. Г. К вопросу об использовании теории информации в разведочной геофизике. *Изв. АН АрмССР, сер. геол. и геогр. наук*, т. 12, № 6, 1959.
- Техс Е. Структурная петрология. В кн. Е. Ш. Хиллс. *Элементы структурной геологии*. М., Недра, 1967.
- Тимофеев А. Н. и др. Изучение структуры земной коры и косвенные поиски рудных месторождений по гравиметрическим данным. *Геология рудн. м-ний*, т. 8, № 5, 1966.
- Тихонов А. И., Буланже Ю. Д. Об осреднении гравиметрических полей. *Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз.*, № 3, 1945.
- Тяпкин К. Ф., Голиздра Г. Я. Краткий обзор современных методов ослабления регионального фона гравитационного и магнитного полей. Изд. ОНТИ ВИМС, 1963.
- Федюк В. И. Микромагнитная съемка и ее геологические возможности. М., Госгеолтехиздат, 1958.
- Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М., Мир, 1967.

Флакс Я. Ш. Опыт применения математических методов при поисках медноколчеданных месторождений Южного Урала. Обзор ОНТИ ВИЭМС, сер. методика съемки, поисков, разведки и оценки м-ний полезн. ископ., вып. 2, 1967.

Фотиади Э. Э., Воронин Ю. А., Гусев Ю. М. Построение стандартной схемы геологической интерпретации геофизических данных. ДАН СССР, т. 171, № 1, 1966.

Фотиади Э. Э. и др. Опыт построения и использования альбома алгоритмов и программ для обработки геологических данных. Геология и геофизика, № 10, 1966.

Фотиади Э. Э., Каратаев Г. И. Многопризнаковый геотектонический анализ региональных геофизических данных методами дискретной математики. Геология и геофизика, № 11, 1968.

Француз А. Г. Некоторые вопросы статистической теории опознавания образов. В кн. Бионика. М., Наука, 1965.

Фуллер М. Д. Отражение разломов широтного простирания в магнитных съемках некоторых районов США. В кн. Аэромагнит. методы в геофизике. М., Мир, 1966.

Фурдуев В. В. О некоторых основных понятиях теории сигналов. Радиотехника, т. 12, № 4, 1957.

Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., Физматгиз, 1962.

Хейфец Б. С. Применение полиномов для математической характеристики сложности рельефа земной поверхности. Изв. вузов, геодезия и аэрофотосъемка, вып. 1, 1958.

Хемминг Р. В. Численные методы. М., Наука, 1968.

Хеннап Э. Анализ временных рядов. М., Наука, 1964.

Холл Д. Х. Магнитное и тектоническое районирование на о. Тексада, Британская Колумбия. В кн. Аэромагнит. методы в геофизике. М., Мир, 1966.

Хортоу С. У., Хемпкинс У. Б., Хоффман А. А. Дж. Статистический анализ некоторых аэромагнитных карт северо-запада Канадского щита. В кн. Аэромагнит. методы в геофизике. М., Мир, 1966.

Цлав Л. З., Лаптев В. В. Применение корреляционного анализа при интерпретации комплексов геофизических методов. Тр. Куйбышевск. гос. НИИИП, вып. 26, 1964.

Чейз Ф. Количественно-минералогический анализ шлифов под микроскопом. Опыт элемент. статистич. оценки. М., ИЛ, 1963.

Четвериков Л. И. О принципах применения теории вероятностей для анализа разведочных данных. Изв. вузов, геология и разведка, № 9, 1962.

Четвериков Л. И. Закон распределения частот содержания минерального компонента в теле полезного ископаемого. Сов. геология, № 7, 1964.

Четвериков Л. И. Количественная оценка изменчивости содержания полезного ископаемого, наблюдаемой по данным опробования. Изв. вузов, геология и разведка, № 3, 1968.

Шарапов И. П. Об определении изменчивости и выдержанности месторождений полезных ископаемых. Разведка недр, № 3, 1952.

Шарапов И. П. К теории выдержанности месторождений полезных ископаемых. Науч. тр. Пермск. НИУИ, сб. 4, 1962.

Шарапов И. П. Применение математической статистики в геологии (статистический анализ геологических данных). М., Недра, 1965.

Шауб Ю. Б. Применение корреляционного анализа для обработки геофизических данных. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 1963.

Шеффе Г. Дисперсионный анализ. М., Физматгиз, 1963.

Шехтман П. А. Об ошибках применения математической статистики в теории разведки месторождений. Тр. Среднеаз. политехн. ин-та, вып. 6, 1959.

Шехтман П. А. Принципы количественного прогнозирования на основе применения электронно-вычислительных машин. МГК, XXIII сессия. Докл. сов. геологов. Проблема 136 Матем. методы в геологии. М., Наука, 1968.

Шнеерсон Б. Л. Об одном методе выделения локальных и региональных гравиметрических полей. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 5, 1946.

Шоу Д. М., Крафт Е. Ф. Гомогенность и случайные результаты в геохимии. В кн. Химия Земной коры. Тр. геохим. конф., т. 2. Наука, 1964.

Шурыгин А. М. Расчет оптимальных сетей скважин для поисков залежей заданного размера. Разведка и охрана недр, № 2, 1967.

Элланский М. М. и др. Применение многомерного регрессионного анализа в газонефтяной геологии и геофизике. МГК, XXIII сессия. Докл. сов. геологов. Проблема 136 Матем. методы в геологии. М., Наука, 1968.

Яглом А. М. Введение в теорию стационарных случайных функций. Успехи матем. наук, т. 7, вып. 5, 1952.

Яглом А. М. и Яглом И. М. Вероятность и информация. М., Физматгиз, 1960.

Affleck J. Magnetic anomaly trend and spacing patterns. Geophysics, v. 28, № 3, 1963.

Agocs W. B. Last squares residual anomaly determination. Geophysics, v. 16, № 4, 1951.

Agocs W. B. Line spacing effect and determination of optimum spacing illustrated by Marmora, Ontario magnetic anomaly. Geophysics, v. 20, № 4, 1955.

Agterberg F. P. Methods of trend surface analysis. Quart. Colorado school of mines, vol. 59, № 4, pt. A, 1964.

Agterberg F. P. The use of multivariate Markov schemes in petrology. J. geol., v. 74, № 5, pt. 2, 1966.

Agterberg F. P. Computer techniques in geology. Earth sci. rev., Amsterdam, v. 3, № 1, 1967.

Allen P., Krumbein W. C. Secondary trend components in the top Aschdown pebble bed, a case history. J. geol., v. 70, № 5, 1962.

Alliot L., Bonnet J., Sarcia J. A. Les levés radiométrique de détail essais d'amelioration des rendements. Chron. mines et de la recherche miniere, ann. 29, № 296, 1961.

Baird A. K. и др. Chemical variations in a granitic pluton and its surrounding rocks. Science, v. 146, № 3641, 1964.

Bates R. C. An application of statistical analysis to exploration for uranium on the Colorado plateau. Econ. geol., v. 54, № 3, 1959.

Becker R. M., Hazen S. W., Jr. Particle statistics of infinite populations as applied to mine sampling. US Depart. interior. Bur. mines. Report investig., № 5669, 1961.

Becker R. M. Some generalized probability distribution with special reference to the mineral industries. US Depart. interior. Bur. mines. Report investig., № 6329, 6552, 1964.

Behrendt J. C., Wold R. J. Depth to magnetic «Basement» in West Antarctica. J. geophys. res., v. 68, № 4, 1963.

Bhattacharya B. K. Some general properties of potential fields in space and frequency domain: a review. Geoexploration, v. 5, № 3, 1968.

Boon J. D. Trend surface analysis of sand tracer distributions on a carbonate beach, Bimini, B. W. I. J. geol., v. 76, № 1, 1968.

Brown W. F., Jr. Minimum variance in gravity analysis. Geophysics, v. 20, № 4, 1955.

Brown B. W. Stochastic variables of geologic search and decision. Geol. soc. Amer. bull., v. 72, № 11, 1961.

Cain J. A. Areal variability of specific gravity data from a granodiorite plutone. Amer. j. sci., v. 262, № 4, 1964.

Celasun M. The allocation of funds to reconnaissance drilling projects. Quart. Colorado school mines, v. 59, № 4, pt. A, 1964.

Chapman C. A., Rioux R. L. Statistical study of topography, sheeting, and jointing in granite, Academia National Park, Maine. Amer. j. sci., v. 256, № 2, 1958.

Chayes F., Suzuki Y. Geological contours and trend surfaces. A discussion. J. petrol., v. 4, № 2, 1963.

Chorley R. J. An analysis of the areal distribution of soil size facies on the Lower Greensand rocks of east-central England by the use of trend surface analysis. *Geol. mag.*, v. 101, № 4, 1964.

Clark Ph. J. Grouping in Spatial Distribution. *Science*, v. 123, № 3192, 1956.

Connor J. J., Miesch A. T. Analysis of geochemical prospecting data from the rocky range, Beaver county, Utah. *US Geol. surv.*, prof. paper, 475-D, 1964.

Darby E. K., Davies E. B. The analysis and design of two-dimensional filters for two-dimensional data. *Geophys. prospect.*, v. 15, № 3, 1967.

Dawson K. R and Whitten E. H. T. The quantitative mineralogical composition and variation of the Lacorne, la Motte, and Preissac granitic complex, Quebec, Canada. *J. petrol.*, v. 3, № 1, 1962.

Dempsey J. R. A generalized two-dimensional regression procedure. *Computer contr.* 2, State Geol. surv. Univ. Kansas, Lawrence, 1966.

Derec G., Sarcia J. A., Trolly G. Theoretical considerations on the treatment of information in metallogeny. *Chron. mines et de la recherche miniere*, 32 an., № 334, 1964.

Diamantides N. D., Horowitz M. Autocorrelation of the earth's crust with analog computers. *Rev. Sci. Instrum.*, v. 28, № 5, 1957.

Duff P. Mc. L. D., Walton E. K. Trend surface analysis of sedimentary features of the Modiolaria zone, East Pennine coalfield England. In «Developments in Sedimentology, vol. 1. Deltaic and Schallow Marine Deposits». Amsterdam, 1964.

Ehrlich R. The role of the homogeneous unit in sampling plans for sediments. *J. sediment. petrol.*, v. 34, № 2, 1964.

Elkins T. A. The reliability of geophysical anomalies on the basis of probability consideration. *Geophysics*, v. 5, № 4, 1940.

Ellis R. M., Blackwell J. H. Optimum prospecting plans in mining exploration. *Geophysics*, v. 24, № 2, 1959.

Ford W. T. Applications of Green's theorem in two-dimensional filtering. *Geophysics*, v. 32, № 4, 1967.

Foster M. R., Guinzy N. J. The coefficient of coherence: its estimation and use in geophysical data processing. *Geophysics*, v. 32, № 4, 1967.

Fox W. T., Brown J. A. The use of time-trend analysis for environmental interpretation of limestones. *J. geol.*, v. 73, № 3, 1965.

Ghosh A. K. A statistical approach to the exploration of copper in the Singhbhum shear zone Bihar, India. *Econ. geol.*, v. 60, № 7, 1965.

Grant F. S. Three dimensional interpretation of gravity anomalies, pt. II. *Geophysics*, v. 17, № 4, 1952.

Grant F. S. A problem in the analysis of geophysical data. *Geophysics*, v. 22, № 2, 1957.

Grant F. S., West G. F. Interpretation theory in applied geophysics. N. Y., 1965.

Griffiths J. C. Frequency distributions in accessory mineral analysis. *J. geol.*, v. 68, № 4, 1960.

Griffiths J. C., Drew L. J. Simulation of exploration programs for natural resources by models. *Quart. Colorado School mines*, v. 59, № 4, pt. B, 1964.

Griffiths J. C. A genetic model for the interpretive petrology of detrital sediments. *J. Geol.*, v. 74, № 5, pt. 2, 1966.

Griffiths J. C. Scientific method in analysis sediments. N. Y., 1967.

Griswold W. T., Munn M. J. Geology of the oil and gas fields in Steubenville, Burgettstown, and Claysville quadrangles, Ohio, West Virginia, and Pennsylvania. *U. S. Geol. surv. bull.*, № 318, 1907.

Gudmundsson G. Spectral analysis of magnetic surveys. *Geophys. J. Roy. Astron. soc.*, v. 13, № 1—3, 1967.

Gy P. M. Variography. *Quart. Colorado school mines*, vol. 59, № 4, pt. B, 1964.

- G y P. M. L'échantillonnage des minerais en vrac. Théorie générale. Mem. Bur. Rech. géol. minières, № 56, 1967.
- Harman H. H. Modern factor analysis. Univ. Chicago press, 1960.
- Horton C. W., Hoffman A. A. J., Hemphkins W. B. Mathematical analysis of the microstructure of an area of the bottom of Lake Travis, Texas. J. sci., v. 14, № 2, 1962.
- Huang Ter-Chien and Goodell H. G. Sediments of Charlotte Harbor, south western Florida. J. sediment. petrol., v. 37, № 2, 1967.
- Imbrie J., Andel T. H. Vector analysis of heavy mineral data. Geol. soc. Amer. bull., v. 75, № 11, 1964.
- Johnson G. G., Vand V. Application of a Fourier data smoothing technique to the meteoritic crater Ries Kessel. J. geophys. res., v. 72, № 6, 1967.
- Keller G. V. Directional resistivity measurements in exploration for uranium deposits on the Colorado plateau. US Geol. surv. bull., 1083-6, 1959.
- Kendall M. G., Moran P. A. P. Geometrical probability. Griffin's statist. monogr. & courses, № 10. London, 1963.
- Kinkle A. R., Jr., Peterson N. P. Copper in the United States. Mineral investigations resource map. MR-13. US Geol. surv., Wash., 1962.
- Knight E. T., Mc., Newmann W. L., Neyl A. V., Jr. Zinc in the United States. Mineral investigations resource map. MR-19. Там же, 1962.
- Koschmann A. H., Bergendahl M. H. Gold in the United States. Mineral investigations resource map. MR-24. Там же, 1962.
- Koulomzine T., Dagenais R. W. Statistical determination of the chances of success in mineral exploration in Canada. Canad. min. j., v. 80, № 4, 1959.
- Krcho J. K problemu zrostenia map gradientov spadu, map isoklin a izalunchron, Geogr. casop, 16, № 1, 1964.
- Kretz R. Grain-size distribution for certain metamorphic minerals in relation to nucleation and growth. J. geol. v. 74, № 2, 1966.
- Krige D. G. A statistical analysis of some of the borehole value in the Orange Free State goldfield. J. Chem. metall. min. soc. S. Africa, v. 53, № 3, 1952.
- Krige D. G., Ueckermann H. J. Value contours and improved regression techniques for ore reserve valuations. J. S. African inst. min. metall., v. 63, № 10, 1963.
- Krige D. G. Recent developments in South Africa in the application of trend surface and multiple regression techniques to gold ore variation. Quart. Colorado school mines, v. 59, № 4, pt. B, 1964.
- Krige D. G. A study of gold and uranium distribution patterns in the Klerksdorp gold field. Geoeexploration, v. 4, № 1, 1966.
- Krumbein W. C. Statistical designs for sampling beach sand. Trans. Amer. geophys. union, v. 34, № 6, 1953.
- Krumbein W. C. Composite end members in facies mapping. J. sediment. petrol., v. 25, № 2, 1955.
- Krumbein W. C. Regional and local components in facies maps. Bull. Amer. assoc. petrol. geol., v. 40, № 9, 1956.
- Krumbein W. C. The computer in geology. Science, v. 136, № 3522, 1962.
- Krumbein W. C. Confidence intervals on low-order polynomial trend surfaces. J. geophys. res., v. 68, № 20, 1963.
- Krumbein W. C., Imbrie J. Stratigraphic factor maps. Bull. Amer. assoc. petrol. geol., v. 47, № 4, 1963.
- Krumbein W. C., Libby W. G. Application of moments to vertical variability maps of stratigraphic units. Bull. Amer. assoc. petrol. geol., v. 41, № 2, 1957.
- Krumbein W. C., Pettijohn F. J. Manual of sedimentary petrography. N. Y. — L., 1938.
- Krumbein W. C., Sloss L. L. Stratigraphy and sedimentation. San-Fr., 1963.
- Krumbein W. C. Classification of map surfaces based on the structure of polinomial and Fourier coefficient matrices. Computer appl. in earth sciences.

Colloquium on classification procedures. Univ. Kansas. State geol. surv. Computer contribution, 7, 1966.

Kyrala A. Basic probabilistic methods on geological search. Geophysics, v. 29, № 1, 1964.

Landwer W. R. Belts of major mineralisation in western United States. Econ. geol., v. 62, № 4, 1967.

Leymarie P. Une méthode permettant de mettre en évidence le caractère ordonné de la distribution de certains gîtes minéraux. Miner. deposita, v. 3, № 4, 1968.

Lilley F. E. M. Optimum direction of survey lines. Geophysics, v. 33, № 2, 1968.

Madow L. M. Systematic sampling and its relation to other sampling designs. J. Amer. statist. assoc., v. 41, № 234, 1946.

Marshall K. T. A preliminary model for determining the optimum drilling pattern in locating and evaluating an ore body. Quart. Colorado school mines, v. 59, № 4, pt. A, 1964.

Matheron G. Precision of exploring a stratified formation by boreholes with rigid spacing-application to a bauxite deposit. In «International symposium on mining research», vol. 1», Oxford, L., N. Y., Paris, 1962.

Merriam D. F., Harbaugh J. W. Computer helps map oil structures. Oil and gas J., v. 61, № 47, 1963.

Merriam D. F., Lippert R. H. Geologic model studies using trend-surface analysis. J. geol., v. 74, № 3, 1966.

Merriam D. F., Sneath P. H. A. Quantitative comparison of contour maps. J. geophys. res., v. 71, № 4, 1966.

Miesch A. Т. и др. Chemical composition as a guide to the size of sandstone-type uranium deposits in the Morrison formation on Colorado plateau. US Geol. surv. bull., 1112-B, 1960.

Miesch A. T., Chao E. C. T., Cuttitta F. Multivariate analysis of geochemical data on tektites. J. geol., v. 74, № 5, pt. 2, 1966.

Miller R. L. Trend surfaces: their application to analysis and description of environments of sedimentation. J. Geol., v. 64, № 5, 1956.

Miller R. L., Zeigler J. M. A model relating dynamics and sedimentation pattern in equilibrium in the region of shoaling waves, breaker zone, and foreshore. J. geol., v. 66, № 4, 1958.

Mundt W. Richtungs statistische Analyse geomagnetischer Isolinienkarten für das Gebiet der DDR. Geophysik und Geologie, Folge 7, 1965a.

Mundt W. Zur Statistik geomagnetischer Anomalien im Gebiet der DDR. Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 74, Hft. 2, 1965b.

Mundt W. Autokorrelationsanalyse für das geomagnetische Feld und die Bouguer — Schwere im Gebiet der DDR. Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 75, Hft. 5, 1966.

Naidu P. S. Statistical properties of potential fields over random medium. Geophysics, v. 32, № 1, 1967.

Naidu P. S. Spectrum of the potential field due to randomly distributed sources. Geophysics, v. 33, № 2, 1968.

Norman L. A., Stewart R. M. Mines and Mineral resources of Inyo County, California. J. mines and geol., v. 47, № 1, 1951.

Oldham C. H. G., Sutherland D. B. Orthogonal polynomials: their use in estimating the regional effect. Geophysics, v. 20, № 2, 1955.

Pakiser L. C., Kane M. F., Jackson W. H. Structural geology and volcanism of Owens valley region, California. Geophys. study. US Geol. surv., prof. paper, 438, 1964.

Parks J. M. Cluster analysis applied to multivariate geologic problems. J. Geol., v. 74, № 5, pt. 2, 1966.

Peikert E. W. Model for three-Dimensional mineralogical variation in granitic plutons based on the Glen Alpine stock, Sierra Nevada, California. Geol. soc. Amer. bull., v. 76, № 3, 1965.

Pelto Ch. R. Mapping of Multicomponent systems. J. geol., v. 62, № 5, 1954.

Pincus H. J., Dobrin M. B. Geological applications of optical data processing. *J. geophys. res.*, v. 71, № 20, 1966.

Plas L. van der, Tobi A. C. A chart for judging the reliability of point-counting results. *Amer. j. sci.*, v. 263, № 1, 1965.

Preston F. W. Two-dimensional power spectra for classification of land forms. Computer applic. in the earth sciences. Colloquim on classificat. procedures. Univ. Kansas. State geol. surv. Computer contribution, 7, 1966.

Read W. A., Merriam D. F. Trend-surface analysis of stratigraphic thickness data from some Namurian-rocks east of Stirling, Scotland. *Scottish j. geol.*, v. 2, pt. 1, 1966.

Rosenfeld M. A. Petrographic variation in the Oriskany sandstone. *Geol. soc. Amer. bull.*, v. 65, № 12, pt. 2, 1954.

Sampson R. J., Davis J. C. Three-dimensional response surface program in Fortran II for the IBM 1620 computer. Univ. Kansas. State geol. surv. Computer contribution, 10, 1967.

Simpson S. Least squares polynomial fitting to gravitational date and density plotting by digital computers. *Geophysics*, v. 19, № 2, 1954.

Sinclair A. J. Trend surface analysis of minor elements in sulfides of the Slocan mining camp, British Columbia, Canada, *Econ. geol.*, v. 62, № 8, 1967.

Slichter L. B. Optimum prospecting plans. *Econ. geol. Fift. ann. vol.*, 1955.

Slichter L. B. The need of a new philosophy of prospecting. *Min. eng.*, v. 12, № 6, 1960.

Slichter L. B., Dixon W. J., Myer G. H. Statistics as a guide to prospecting. Computer short course and symposium, vol. 1, Univ. Arizona, 1962.

Stone R. O., Dugundij J. A study of microrelief its mapping, classification and quantification by means of a fourier analysis. *Eng. geol.*, v. 1, № 2, 1965.

Strahler A. N. Statistical analysis in geomorphic research. *J. geol.*, v. 62, № 1, 1954.

Tables of the Binomial probability distribution. US Nat. Bur. stand., appl. math. ser., 6, 1950.

Tables of the cumulative binomial probabilities. Ordnance corps. USA, Wash., 1952.

Ujiié H. Introduction to statistical foraminiferal zonation. *J. Geol. soc. Japan*, v. 68, № 803, 1962.

Vajk R. Regional corrections of gravity data. *Geophysica Pura a Applicata*, v. 19, fasc. 3-4, 1951.

Wadsworth W. B. Textural variation within a quartz diorite pluton (Twelvefoot falls pluton), Northeastern Wisconsin. *Geol. soc. Amer. bull.*, v. 74, № 3, 1963.

Whitten E. H. T. Quantitative evidence of palimpsestic ghost-stratigraphy from modal analysis of a granitic complex. Rep. Int. geol. Congr., XXI, Norden, pt. 14, 1960.

Whitten E. H. T. Systematic quantitative areal variation in five granitic massifs from India, Canada, and Great Britain. *J. geol.*, v. 69, № 6, 1961.

Whitten E. H. T., Boyer R. E. Process-response models based on heavy-mineral content of the San Isabel granite, Colorado. *Geol. soc. Amer. bull.*, v. 75, № 9, 1964.

Whitten E. H. T. Sequential multivariate regression methods and scalars in the study of fold-geometry variability. *J. geol.*, v. 74, № 5, pt. 2, 1966.

Wickman F. E. On the distribution of different kinds of geological deposits in a glaciated region. *Ark. Miner. Geol.*, Bd. 3, Hft. 2, № 5, 1961.

Woolard G. P. Bouguer gravity anomaly map of the United States. Sc. 1:2500 000. Amer. geophys. union, 1964.

Zurflueh E. G. Application of two-dimensional linear wavelength filtering. *Geophysics*, v. 32, № 6, 1967.

ОГЛАВЛЕНИЕ

		Стр.
	Введение	4
1.	Принципиальные основы проблемы	9
1.1.	Общие представления о пространственных статистических закономерностях	—
1.2.	Краткий исторический обзор	15
1.3.	Общие принципы решения задачи	17
1.4.	Некоторые методические вопросы	22
1.4.1.	Требования, предъявляемые к признакам	—
1.4.2.	Критерии надежности выявляемой закономерности	—
1.4.3.	Системы изучения пространственных статистических закономерностей	24
1.4.4.	Параметры применяемых операторов	29
2.	Дискретные модели (взаимное расположение объектов на плоскости)	31
2.1.	Модели с двумя состояниями	—
2.1.1.	Взаимное расположение точечных объектов	—
2.1.2.	Объекты произвольной формы и точечные	42
2.2.	Модели с большим числом состояний	46
2.2.1.	Метрические переменные	—
2.2.2.	Неметризуемые переменные	53
3.	Поля непрерывных скалярных переменных	58
3.1.	Выделение фона и локальных аномалий	—
3.1.1.	Общие представления о случайном непрерывном поле и его статистическом описании	—
3.1.2.	Сглаживание наблюдаемых полей	60
3.1.3.	Практическое применение сглаживания	69
3.2.	Изменчивость поля	78
3.3.	Анизотропия поля	90
3.3.1.	Изучение горизонтальных градиентов, выделение «ступеней»	91
3.3.2.	Выделение осей аномалий	97
3.3.3.	Изучение анизотропии по значениям поля, заданным в точках квадратной сети	98
3.3.4.	Трансформация со скольжением	105
4.	Изучение векторных полей	113
4.1.	Общий анализ проблемы	—
4.2.	Индивидуальные векторы	115
4.2.1.	Общее формальное решение	—
4.2.2.	Особые характеристики векторов	122

	Стр.	
4.3.	Статистическая характеристика групп векторов	123
4.3.1.	Средний вектор	124
4.3.2.	Изменчивость векторов в группе	—
4.3.3.	Характеристики связи	128
4.4.	Структура многомерного поля	131
5.	Пространственные закономерности и распознавание геологических объектов	138
5.1.	Проблема распознавания образов в геологических исследованиях	—
5.2.	Распознавание с учетом пространственных закономерностей	141
5.2.1.	Плотность расположения точечных объектов	—
5.2.2.	Локальная задача распознавания	147
	Заключение	154
	Литература	156



Николай Николаевич Боровко

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ
АНАЛИЗ
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ**

Научный редактор *Д. А. Родионов*

Ведущий редактор *В. И. Невельштейн*
Технический редактор *А. Б. Яцуржинская*
Корректор *М. И. Витис*
Переплет художника *И. Г. Школьникова*

М-26047. Сдано в набор 22/X 1970 г.
Подписано к печати 26/1 1971. Формат бумаги 60×90¹/₁₆.
Печ. л. 11. Уч.-изд. л. 11,69. Изд. № 150.
Тираж 3600 экз. Бумага № 2. Заказ № 2021.
Индекс 1—4—1—Л.

Издательство «Недра». Ленинградское отделение.
Ленинград, Фарфоровская ул., 12.

Ленинградская типография № 14 «Красный Печатник»
Главполиграфпрома Комитета по печати
при Совете Министров СССР. Московский проспект, 91.

Цена 1 р. 37 к.

В 1971 г. Ленинградское отделение издательства «Недра» выпускает следующие книги.

ГЕОЛОГИЯ

Э. А. Новиков. Путеводитель по геологической литературе мира. (12 л., ц. 84 коп.).

Л. Л. Перчук. Сосуществующие минералы (Справочник парагенезисов и химических составов минералов). (40 л., ц. 4 р. 20 к.).

А. Д. Щеглов. Металлогения срединных массивов. (10 л., ц. 97 коп.).

Коллектив авторов. Методы петрохимических исследований. (20 л., ц. 1 р. 46 к.).

И. А. Коробков. Палеонтологические описания. Изд. 2. (14 л., ц. 1 р. 08 к.).

Р. Ф. Стрикленд-Констэбл. Кинетика и механизм кристаллизации. Пер. с англ. (25 л., ц. 2 р. 70 к.).

ГЕОФИЗИКА

В. Р. Бурсиан. Теория электромагнитных полей, применяемых в электроразведке. Изд. 2. (26 л., ц. 2 р. 70 к.).

Коллектив авторов. Аэрометоды геологических исследований. (19 л., ц. 2 р. 10 к.).

Коллектив авторов. Методы рудной геофизики. (35 л., ц. 2 р. 40 к.).

Ю. Б. Шауб. Методы аэроэлектроразведки, основанные на использовании искусственных гармонических электромагнитных полей. (15 л., ц. 1 р. 70 к.).

ГЕОЛОГИЯ НЕФТИ И ГАЗА

Е. А. Глебовская. Применение инфракрасной спектрометрии в нефтяной геохимии. (8 л., ц. 62 коп.).

К. А. Аникеев. Прогноз сверхвысоких пластовых давлений и совершенствование глубокого бурения на нефть и газ. (12 л., ц. 97 коп.).

БУРЕНИЕ

Ф. А. Шамшев. Основы разведочного бурения. Изд. 3. (14 л., ц. 69 коп.).

В. А. Прокофьев и др. Опыт алмазного бурения («Библиотека мастера алмазного бурения»). (8 л., ц. 60 коп.).

В. А. Баяничиков и др. Оборудование для алмазного бурения («Библиотека мастера алмазного бурения»). (9 л., ц. 65 коп.).

МАРКШЕЙДЕРСКОЕ ДЕЛО

Техническая инструкция по производству маркшейдерских работ. (25 л., ц. 1 р. 25 к.).

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ ЛИТЕРАТУРА

А. Н. Олейников. Геологические часы. (8 л., ц. 32 коп.).

В. Ф. Дерпгольц. Вода во Вселенной. (12 л., ц. 60 коп.).

С аннотациями этих книг можно ознакомиться в Темпланах издательства «Недра» на 1970 и 1971 гг. Своевременно оформляйте заказы в местных магазинах Книготорга или в магазине № 17 «Недра» (Ленинград, В-178, Средний пр., 61). Тираж книги определяется собранными заказами.

Ленинградское отделение издательства «Недра»

1р. 37 к.

5775

НЕДРА