

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В РЕГИОНАЛЬНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ
И ПРОГНОЗНО-МЕТАЛЛОГЕНИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ

Ленинград
1982

МИНИСТЕРСТВО ГЕОЛОГИИ СССР
ВСЕСОЮЗНЫЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ А. П. КАРПИНСКОГО
(ВСЕГЕИ)

Труды

Том 266

Новая серия

№ 4

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В РЕГИОНАЛЬНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ПРОГНОЗНО-МЕТАЛЛОГЕНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Сборник научных статей

также при некоторой строгих математических правилах. Это не означает конечно, что статистическая, геодинамическая методы обработки информации, поток и разъяснение которой заставают не под силу. Вполне очевидно, что и в данной сборнике значительное место отведено статьям, в которых рассматривается более подробный анализ использования известных методов и, в частности, статистики. Эти случаи тоже, между прочим, относятся к будущему моделированию, которое приводится к конечной оценке энтропии геосферных наук, т.е. как познаваемой природы. Именно на этой базе оказались получены новые результаты: геодинамические схемы, генетические модели гетерогенитета среды, новый подход к изучению гравитационного поля и гравиметрического материала. Существенно и то, что в работе сделаны попытки геодинамического моделирования на основе гравиметрических и магнитометрических данных. Были предложены схемы, позволяющие определить гравиметрические и магнитометрические параметры геодинамической модели.

Ленинград

1982

УДК 553.3.078 : 51
БИБЛІОГРАФІЯ ДО СБОРНИКА СТАТЕЙ
МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
В ПЕДОГЕНЕТИЧЕСКОМ АСПЕКТИ

Математические методы в региональных геологических и прогнозно-металлогенических исследованиях. Сб. науч. статей. — Л., 1982. — 82 с. (М-во геологии СССР. Всесоюз. ордена Ленина науч.-исслед. геол. ин-т им. А. П. Карпинского. Труды, нов. сер., т. 266).

В статьях сборника рассматриваются два класса задач, связанных с использованием математических методов в геологии. К первому классу относятся задачи теоретического математического моделирования геологических процессов, ко второму — задачи обработки эмпирической информации. Как те, так и другие ориентированы на повышение эффективности геологических исследований.

Сборник представляет интерес для широкого круга специалистов, занимающихся вопросами региональной геологии и металлогении.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В ПЕДОГЕНЕТИЧЕСКОМ АСПЕКТИ
Н ПРОГНОЗНО-МЕТАЛЛОГЕНЕСИКИХ
Научный редактор
И. И. АБРАМОВИЧ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый вниманию читателей сборник уже четвертый в серии, выпускаемой коллективом лаборатории, затем отдела, а ныне сектора математических методов ВСЕГЕИ. Сравнивая между собой содержание сборников, нетрудно заметить определенную эволюцию, отражающую общие тенденции в развитии союза геологии и математики. Если на ранних этапах этого объединения основные надежды геологов были связаны с перспективой получать более точные и достоверные результаты при обработке эмпирических данных, а также многократно ускорить вычислительные операции за счет ЭВМ, то в дальнейшем стало очевидно, что принципиально новые возможности открываются только при построении строгих математизированных моделей геологических явлений. Это не означало, конечно, что отпала необходимость совершенствования методов обработки информации, поток и разнообразие которой нарастают из года в год. В связи с этим не случайно, что и в данном сборнике значительное место отведено статьям, в которых рассматриваются новые и обсуждаются условия использования известных методов математической статистики. Не случайно также, что в статьях, посвященных дедуктивному моделированию, авторы обращаются к концепции тектоники литосферных плит, ибо, как показывает мировой опыт, именно на этой базе оказалось возможным создавать тектономагматические схемы, генерирующие широкий спектр нетривиальных следствий, допускающих контроль на эмпирическом материале. Существенно и то, что формализованное теоретическое моделирование стало теперь затрагивать проблемы глобальной металлогении, ранее опиравшейся исключительно

но на эмпирические закономерности и на неглубокие, лишенные эвритической ценности гипотетические построения. Использование математики в геологии часто затрагивает вопросы методологии, связанные с определением условий корректного получения и последующей трансформации опосредованного знания. Эта тематика также нашла отражение в данном сборнике.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ДЕДУКТИВНЫХ ПОСТРОЕНИЯХ

УДК 550.36+551.15

И. И. Абрамович, И. Г. Клушин, | Л. А. Козубова |

ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СУБДУКЦИИ В УСЛОВИЯХ ЛАТЕРАЛЬНОЙ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ МАНТИИ

Вводные замечания

Влияние физической и химической гетерогенности геосфер Земли на развитие тектонических и магматических процессов все больше привлекает внимание исследователей [1, 2, 8, 19]. Вместе с тем современные тектонические модели [17, 18], описывающие динамику процесса субдукции, включая в качестве важнейших параметров скорость и тип взаимодействующих плит, не учитывают реологическую неоднородность верхней мантии, определяющую латеральную зональность подастиносферного субстрата. Из самых общих соображений очевидно, что от вязкости верхней мантии существенным образом зависит баланс распределения субдуцируемого материала и, следовательно, тектоно-магматическая активность региона.

Ранее было показано [1, 15], что учет латеральных вариаций реологических свойств подастиносферного субстрата позволяет объяснить наблюдаемые различия в плотности расположения вулканов и интенсивности их деятельности в современных островных дугах и родственных им структурах. Не менее важны эти данные для понимания условий развития тектонических процессов в тылах зон субдукции, в частности формирования краевых морей.

Значительная консервативность крупных плотностных [19] и термических неоднородностей мантии позволяет учитывать их также при геодинамических реконструкциях древних складчатых областей [10]. Так, ряд особенностей продольной петрологической зональности Урала находит объяснение с учетом монотонного снижения вязкости верхней мантии с севера на юг в пределах этого региона.

В данной статье рассматриваются условия, при которых могут реализоваться значительные латеральные перемещения масс

на астеносферном уровне. Это позволяет уточнить классическую модель процесса субдукции и получить важные следствия, допускающие контроль на эмпирическом уровне. Проверка модели проведена на примере Монголо-Забайкальской складчатой системы и ее обрамления, где закономерные пространственно спрямленные изменения характера магматизма и осадконакопления рассматриваются как результат взаимодействия литосферных плит в условиях реологической (термической) неоднородности подастеносферного субстрата.

Общая схема перераспределения масс

Вязкость подастеносферного субстрата и распределение потоков масс

В поперечном разрезе любой зоны субдукции можно выделить три важнейших направления перемещения материала. Основная масса его погружается в подастеносферную зону мантии, прослеживаясь в виде холодной и плотной пластины до глубины 500—700 км. Значительно меньшая доля в расплавленном или полурасплавленном состоянии перемещается в тылы зоны субдукции на астеносферном уровне, а частично проникает в земную кору и выносится на дневную поверхность в виде вулканических излияний. Масштаб этих перемещений, их соотношение в первом приближении определяется скоростью сходящихся плит (v), их типом (мощностью и химическим составом) и вязкостью подастеносферного субстрата (η). Чем больше скорость взаимодействия плит, тем при прочих равных условиях интенсивнее оказываются потоки масс. Чем меньше вязкость подастеносферного субстрата, тем с большей легкостью (обычно под более крутым углом) погружается в мантию литосферная пластина, тем меньшая доля поступающего материала попадает в астеносферу и частично наращивает земную кору (рис. 1).

Понятно, что, анализируя геологическую реальность, мы обычно имеем дело с одновременным влиянием всех трех рассмотренных факторов. Кроме того, эти факторы, характеризующие условия протекания субдукции, в свою очередь, меняются, в значительной мере являясь следствием этого процесса. Для нас существенно, в частности, что вязкость подастеносферного субстрата может возрастать по мере накопления холодного литосферного материала, что влечет за собой увеличение астеносферных и транскоровых потоков масс.

Проведем мысленно плоскость, перпендикулярную направлению перемещения материала с плотностью $\rho(t)$, попадающего в зону субдукции со скоростью $v(t)$. Выделим в плоскости сечение единичной площади, через которое за единицу времени проходит масса $m(t) = \rho(t)v(t)$. Поступающий материал разделяется на подастеносферный (P_1) и астеносферный (P_2) пото-

ки. От последнего, кроме того, при благоприятных условиях может отщепляться некая небольшая часть, проникающая в кору и выходящая на дневную поверхность:

$$\Pi_1 + \Pi_2 = 1. \quad (1)$$

При установившемся движении, характеризуемом малыми числами Рейнольдса, и при одинаковых геометрических пара-

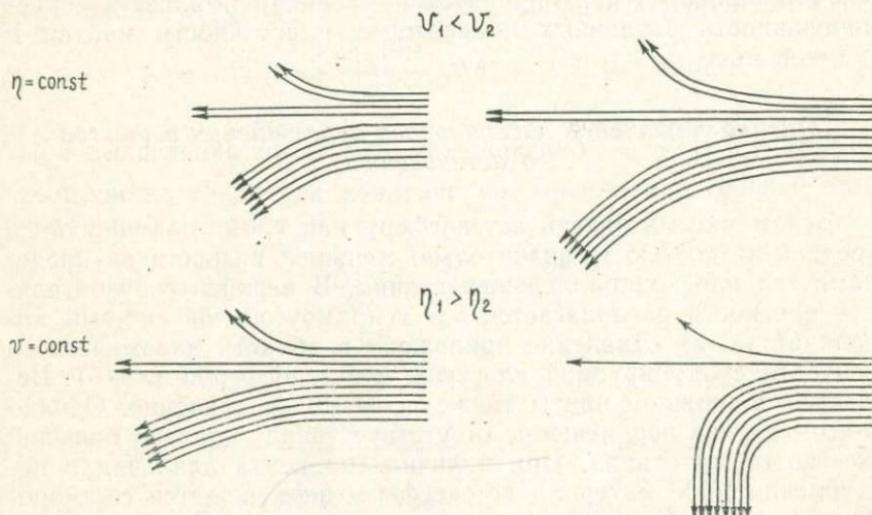


Рис. 1. Схема распределения потоков масс в зависимости от скорости (v) взаимодействующих плит и вязкости подастеносферного субстрата (η).

метрах сечения на основании известной формулы Пуазейля заданному значению градиента давления p можно поставить в соответствие постоянное число, равное произведению вязкости вещества η на его расход q :

$$\text{grad } p = \text{const } q \eta, \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{\eta_2}{\eta_1}. \quad (2)$$

При одинаковых значениях $\text{grad } p$ и η_2 , но при различной вязкости подастеносферного субстрата в зонах субдукции А и В (или в разных сегментах А и В протяженной зоны субдукции) получим

$$\frac{q_{1A}}{q_{2A}} = \frac{\eta_2}{\eta_{1A}}, \quad \frac{q_{1B}}{q_{2B}} = \frac{\eta_2}{\eta_{1B}}. \quad (3)$$

Поскольку $q_1 + q_2 = q$, $q_1/q = \Pi_1$ и $q_2/q = \Pi_2 = 1 - \Pi_1$, то

$$\Pi_{1A} \eta_{1A} = \Pi_{2A} \eta_2, \quad \Pi_{1B} \eta_{1B} = \Pi_{2B} \eta_2, \quad \frac{\eta_{1A}}{\eta_{1B}} = \frac{\Pi_{2A}/(1 - \Pi_{2A})}{\Pi_{2B}/(1 - \Pi_{2B})}. \quad (4)$$

С учетом (1) и того, что обычно $P_1 \gg P_2$,

$$\frac{\eta_{1A}}{\eta_{1B}} \approx \frac{P_{2A}}{P_{2B}}, \quad (5)$$

что количественно выражает соотношения, отмеченные выше (рис. 1).

Непосредственным следствием рассмотренной схемы, допускающим проверку на эмпирическом материале, является коррелированность различных индикаторов пластичности мантии и потоков масс.

Оценка масштабов латерального перемещения вещества в астеносфере

Будем рассматривать астеносферу как слой толщиной h со средней вязкостью η , значительно меньшей вязкости за пределами его плоскопараллельных границ. В верхней горизонтальной плоскости располагается ось x прямоугольной системы координат (x, z) . Давление приложено в области динамического контакта субдуцируемой пластины с астеносферой ($x = 0$). Вещество подвижной плиты также испытывает давление. Однако в этом случае перемещение отсутствует ввиду гораздо большей жесткости материала. При наличии градиента давления и поступления масс материал астеносферы перемещается со скоростью v , которая подлежит определению, равно как и интеграл от нее по времени t , т. е. путь, пройденный материалом. Пренебрегая сжимаемостью и полагая отсутствие перемещения материала в направлении, перпендикулярном оси x (т. е. $v_x = v$, $v_z = 0$), имеем $v = v_x(z, t)$.

Рассматриваемой задаче отвечает дифференциальное уравнение Навье — Стокса

$$\frac{\partial v(t, z)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (6)$$

с начальным условием $v(t=0, z) = \varphi(z)$ и условием на границах $v(t, z=h) = v(t, z=0) = 0$.

Решение задачи, полученное Л. И. Клушкиным, имеет вид

$$v(t, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \exp \left(-\frac{\pi^2 k^2}{h^2} \frac{\eta}{\rho} t \right) \frac{2}{h} \int_0^h \varphi(z) \sin \left(\frac{\pi k}{h} z \right) dz + \right. \\ \left. + \int_0^t \exp \left(-\frac{\pi^2 k^2 \eta}{h^2 \rho} [\tau - t] \right) \frac{2}{h} \int_0^h -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p(\tau, z)}{\partial x} \times \right. \\ \left. \times \sin \left(\frac{\pi k}{h} z \right) dz d\tau \right\} \sin \frac{\pi k}{h} z. \quad (7)$$

Для численных расчетов по формуле (7) принимаем следующие оценки параметров: $\rho = 3,5 \text{ г/см}^3$, $\eta = n_\eta \cdot 10^{20}$ пауз, $-\frac{\partial p}{\partial x} = n_p \frac{10^2 \text{ кГ/см}^2}{1000 \text{ км}}$, $h = h^* \cdot 100 \text{ км}$, $z = z^* \cdot 100 \text{ км}$, где n_η , n_p , h^* и z^* — неопределенные безразмерные величины.

В качестве начального распределения скорости принимаем такое, которое соответствует установившемуся движению под воздействием градиента давления, заданного величиной $n_p(0)$:

$$\varphi(z^*) = \frac{1}{2} \frac{n_p(0)}{n_\eta} [z^* h^* - z^{*2}] 10^{-6} \text{ см/с.} \quad (8)$$

При вычислении интеграла, включающего $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$, учитываем постоянство градиента давления по вертикали в сечении атмосферы:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{h} \int_0^h -\frac{\partial p(\tau, z)}{\partial x} \frac{1}{\rho} \sin\left(\frac{\pi k}{h} z\right) dz = \\ &= \frac{2}{h} \left(-\frac{\partial p(\tau)}{\partial x} \right) \frac{1}{\rho} \int_0^h \sin\left(\frac{\pi k}{h} z\right) dz = \\ &= -\frac{\partial p(\tau)}{\partial x} \frac{1}{\rho} \frac{2}{\pi k} [1 + (-1)^{k+1}] = \\ &= \frac{n_p(\tau) 10^2 \text{ кГ/см}^2 \cdot \text{см}^3}{1000 \text{ км} \cdot 3,5 \text{ г}} \frac{2}{\pi k} [1 + (-1)^{k+1}] = \\ &= \frac{n_p(\tau)}{3,5} \frac{2}{\pi k} [1 + (-1)^{k+1}] \text{ см/с.} \end{aligned} \quad (9)$$

В множителе при t в экспоненциальной функции делаем соответствующие замены:

$$\frac{\pi^2 k^2}{h^2} \frac{\eta}{\rho} = \frac{\pi^2 k^2 n_\eta 10^{20} \text{ пауз} \cdot \text{см}^3}{h^{*2} (100 \text{ км})^2 \cdot 3,5 \text{ г}} = \frac{\pi^2 k^2 n_\eta}{3,5 h^{*2}} 10^6 \text{ с}^{-1}.$$

Подстановка численных оценок параметров приводит к приближенному равенству

$$\begin{aligned} & \int_0^t \exp\left(\frac{\pi^2 k^2}{h^2} \frac{\eta}{\rho} [\tau - t]\right) \frac{2}{h} \int_0^h -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p(\tau, z)}{\partial x} \sin\left(\frac{\pi k}{h} z\right) dz d\tau = \\ &= \int_0^t \exp\left(\frac{\pi^2 k^2 n_\eta}{3,5 h^{*2}} 10^6 [\tau - t]\right) \frac{n_p(\tau)}{3,5} \frac{2}{\pi k} [1 + (-1)^{k+1}] d\tau \approx \\ &\approx \frac{2 h^{*2} n_p(t)}{\pi^3 n_\eta} \frac{[1 + (-1)^{k+1}]}{k^3} 10^{-6} \text{ см/с,} \end{aligned} \quad (10)$$

в правой части которого не показаны члены высокого порядка малости. Поскольку нас не интересуют оценки $v(t)$ при

$0 < t < 10^5$ лет, то к числу членов высокого порядка малости можно отнести и произведение

$$\exp\left(-\frac{\pi^2 k^2 n_\eta 10^5 t}{3.5 h^{*2}}\right) \frac{1}{2} \cdot \frac{n_p(0)}{n_\eta} \frac{2}{h^*} \int_0^{h^*} (z^* h^* - z^{*2}) \times \\ \times \sin\left(\frac{\pi k}{h^*} z^*\right) dz^*.$$

Таким образом,

$$v(t, z^*) \approx \frac{2 n_p(t) h^{*2}}{\pi^3 n_\eta} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{k+1}}{k^3} \sin \frac{\pi k}{h^*} z^* \right) 10^{-6} \text{ см/с} = \\ = \frac{n_p(t)}{n_\eta} h^{*2} 2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{k+1}}{k^3} \sin \frac{\pi k}{h^*} z^* \right) \text{ см/год}. \quad (11)$$

Поскольку значения $n_p(t)$ и n_η точно не известны, целесообразно считать $n_p(t) = n_p \gamma(t)$, где γ — детерминированная функция времени, и рассматривать случайные переменные n_p и n_η , принимающие положительные значения, вместе с соответствующими функциями плотности вероятности $f_{n_p}(n_p)$ и $f_{n_\eta}(n_\eta)$. При этом скорость $v(t, z^*)$ и путь $S(t, z^*)$ перемещения вещества астеносферы за время t также оказываются случайными функциями:

$$S(t, z^*) = \frac{n_p}{n_\eta} \left[2 h^{*2} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{k+1}}{k^3} \sin \frac{\pi k}{h^*} z^* \right) \times \right. \\ \left. \times \int_0^t \gamma(t) dt \right] = \frac{n_p}{n_\eta} F(t, z^*), \quad (12)$$

$$f_S(S) = F(t, z^*) S^{-2} \int_0^\infty n_p f_{n_p}(n_p) f_{n_\eta}\left(\frac{n_p F(t, z^*)}{S}\right) dn_p. \quad (13)$$

Вероятность того, что за время t пройденный путь окажется не менее S_1 и не более S_2 , вычисляется интегрированием:

$$P(S_1 \leq S \leq S_2) = \int_{S_1}^{S_2} f_S(r) dr. \quad (14)$$

На рис. 2 показана область значений S , соответствующая перемещению вещества в центральной части астеносферы, где скорость в 1,3 раза меньше максимальной (для всей астеносферы $v_{cp} = 2/3 v_{max}$). При расчетах приняты двухсторонние ограничения:

$$\frac{50 \text{ кГ/см}^2}{1000 \text{ км}} \leq \left| -\frac{\partial p}{\partial x} \right| \leq \frac{500 \text{ кГ/см}^2}{1000 \text{ км}}, \quad 10^{20} \text{ пуз} \leq \eta \leq 10^{20.5} \text{ пуз}^*$$

* С учетом возможного проявления механизма дислокационной вязкости и соответствующего ему степенного реологического закона локальные (во времени и пространстве) значения η могут быть существенно меньшими. Это означает, что для достижения такого же смещения S могут оказаться достаточными меньшие напряжения.

и равномерность распределения $f_{n_p}(n_p)$, $f_{n_\eta}(n_\eta)$. Вероятность выхода значений S за пределы области, выделенной точками, не превышает 0,2. Как видим, за интервал времени менее 20 млн. лет частично расплавленный материал астеносферы может переместиться на сотни километров в тылы зоны субдукции.

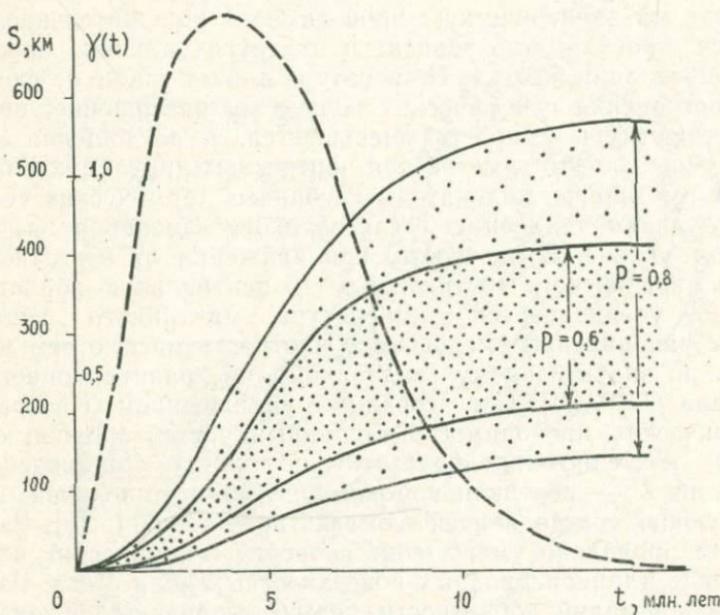


Рис. 2. Оценка пути (S) перемещения астеносферного вещества (сплошные линии) под воздействием меняющегося во времени градиента давления (пунктир). Крапом выделены доверительные интервалы для S , отвечающие значениям вероятности 0,6 и 0,8. Дополнительные пояснения в тексте.

Геофизические индикаторы латеральной реологической неоднородности мантии

О латеральном изменении реологической характеристики мантии можно судить по серии геофизических показателей, отражающих термическое состояние глубинного вещества. Увеличение температуры мантийных масс (включая астеносферу и подастеносферный субстрат) сопровождается уменьшением их плотности и погружением фазовых границ: зоны перехода оливин—модифицированная шпинель, находящейся на глубине примерно 370—400 км, и следующей, более слабой границы (с которой связано меньшее увеличение плотности), находящейся на глубине ~ 700 км. Погружение границ фазового уплотнения

вещества эквивалентно дополнительному уменьшению средней плотности в слое толщиной не менее 700 км. С увеличением температуры связан отчетливый рост электрической проводимости мантии. В отличие от влияния, оказываемого на среднюю плотность, погружение фазовой границы оливин—шпинель частично сокращает рост электрической проводимости, связанный с избыточным разогревом масс. В целом, однако, термическое воздействие на электрическую проводимость положительное. Разумеется, проводимость зависит и от других причин, например от концентрации железа. Температура влияет также на скорость распространения сейсмических волн и их поглощение; при росте температуры скорость уменьшается, а поглощение возрастает, особенно это заметно для поперечных упругих колебаний.

Все имеющиеся индикаторы глубинных термических условий обнаруживают тенденцию согласованного изменения на региональном уровне. В частности, при движении от восточной окраины Евразийского континента в его центральную область монотонно увеличивается температура мантийного вещества. В этом направлении уменьшается плотность масс, о чем можно судить по значительному спаду аномалий гравитационного потенциала G [9, 20]. Согласованно с уменьшением G возрастает электрическая проводимость глубинных частей мантии, о чем можно косвенно предполагать по росту напряженности аномалий Z_{st} — вертикальной компоненты недипольной и недрейфующей составляющей геомагнитного поля [1, 21]. Равным образом проявлено уменьшение скорости сейсмических волн, в том числе длиннопериодных поверхностных волн Лява. Распределение аномалий добротности среды Q — показателей неидеальной упругости вещества, связанной с его частичным плавлением, подчиняется более сложным пространственным закономерностям [4], что согласуется с представлением о их связи с более контрастными особенностями латеральной дифференциации глубинных условий.

Геодинамическая реконструкция развития Монголо-Забайкальского региона в среднем—позднем палеозое

Девон-карбоновый этап

В последние годы детальное геологическое картирование и систематическое радиологическое опробование внесли много нового в понимание истории геологического развития рассматриваемой территории. В частности, удалось обосновать средне-позднепалеозойский возраст значительной части гранитоидных интрузий, ранее считавшихся раннепалеозойскими и мезозойскими [13, 16 и др.], и асимметрично-зональное размещение их по отношению к морскому прогибу того же возраста (рис. 3). Все

это повлекло кардинальный пересмотр взглядов на историю тектономагматического развития региона, не укладывающуюся ни в классическую модель эволюции геосинклинали, ни в схему автономной тектономагматической активизации [11]. В данном случае обращение авторов к концепции плитной тектоники до-

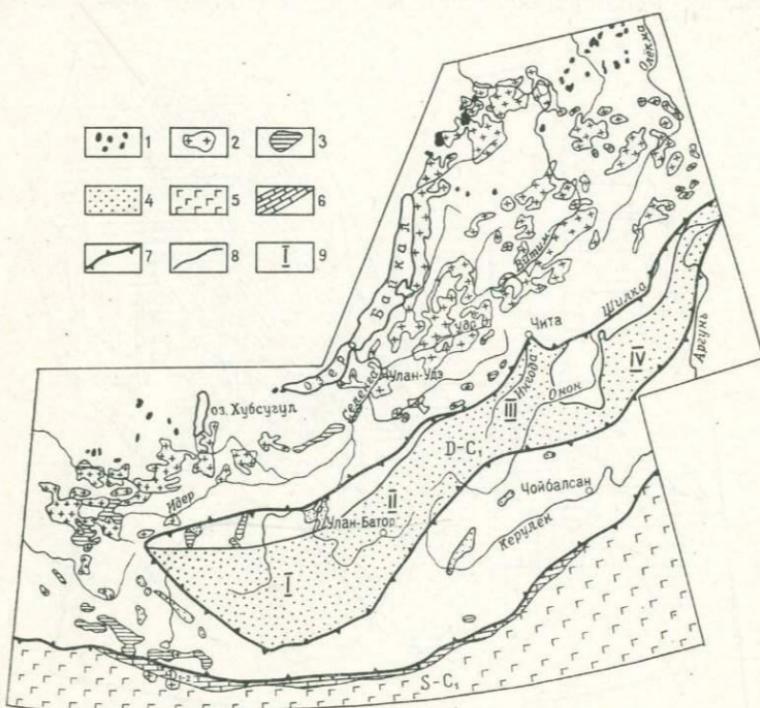


Рис. 3. Схема размещения морского прогиба и магматических образований девон-карбонового возраста на территории Забайкалья и Монголии.

1 — нефелиновые сиениты; 2 — монцониты, сиенито-диориты, граносиениты; 3 — гранитоиды; 4 — продукты ультратемпературного метаморфизма; 5 — осадочно-вулканические толщи краевого поднятия; 6 — осадочные толщи морского прогиба; 7 — область эпизодического морского осадконакопления; 8 — граница морского прогиба; 9 — блоки морского прогиба: I — Хангайский, II — Хэнтейский, III — Даурский, IV — Газимурский.

полнительно стимулировалось успешным опытом ее использования при исследовании в регионах, непосредственно примыкающих к рассматриваемой территории с юга [6] и севера [12].

В интересующем нас аспекте особое значение имеют следующие особенности строения территории. Прежде всего весьма характерная смена состава и мощности осадочного выполнения по простиранию морского бассейна. На юго-западе, в пределах Хангайского и Хэнтейского блоков, преобладают граувакковые отложения с турбидитным (флишевым) типом слоистости. Их мощность достигает 12 км. На северо-востоке, в Газимурском

блоке, отложения представлены в основном известковистыми фациями, а их мощность не превосходит 2—3 км.

Магматические образования размещены почти исключительно в северном обрамлении и отчасти в краевом поднятии прогиба и занимают площадь около 500 тыс. км². При этом в юго-западной части региона они вытянуты в виде сравнительно уз-

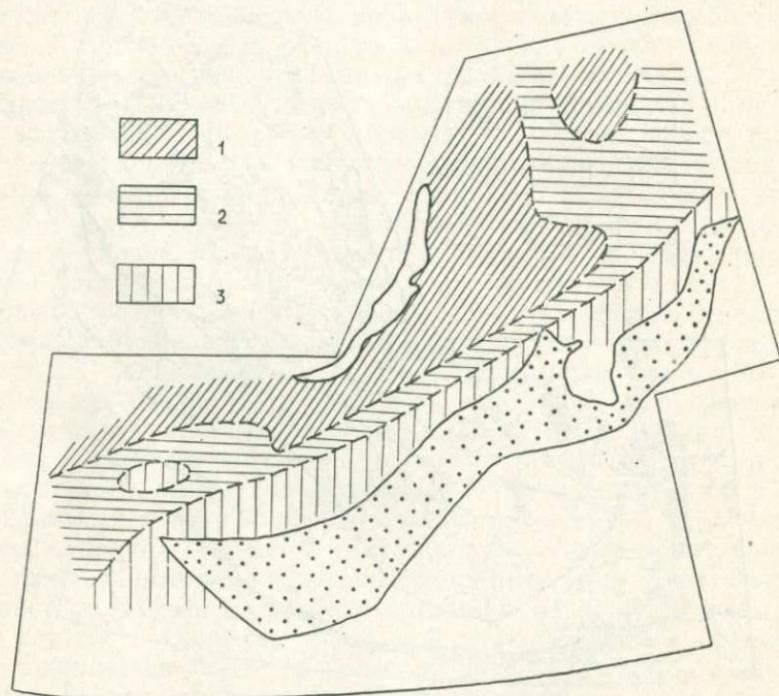


Рис. 4. Тренд-поверхность K_2O в изверженных породах при фиксированном содержании в них SiO_2 64 %.

1 — $>4\%$; 2 — 3—4%; 3 — $<3\%$.

кой полосы, а на северо-востоке образуют обширное почти изометрическое поле. Характерна пониженная магматичность в полосе, непосредственно примыкающей к прогибу. Наблюдается отчетливая петрологическая зональность: в краевом поднятии морского прогиба преобладают вулканиты, сменяющиеся по мере удаления от него гранитоидами. В поле развития последних также можно выделить три зоны: юго-восточную (ближайшую к прогибу), включающую в основном граниты, нередко ультраметаморфического генезиса; центральную с граносиенит-гранитовой ассоциацией; северо-западную, выделяющуюся обилием ультращелочных интрузий и в целом более основным составом пород — здесь широко распространены монцониты, сиенито-диориты, акериты.

Весьма характерна петрохимическая зональность гранитоидного пояса. Содержание калия в гранитоидах монотонно возрастает по мере удаления от морского прогиба. Существенно, что эта закономерность сохраняется при учете пород с фиксированным содержанием SiO_2 (рис. 4). При анализе железистости гранитоидов выделяется как продольная, так и поперечная зональ-

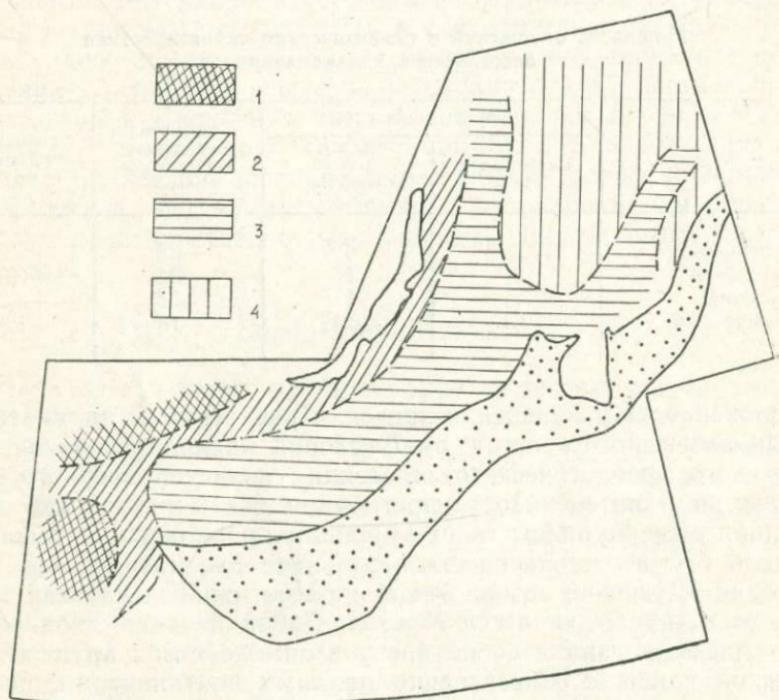


Рис. 5. Тренд-поверхность общей железистости $\text{FeO}/(\text{FeO}+\text{MgO})$ изверженных пород при фиксированном содержании в них SiO_2 64 %.

1 — $> 85\%$; 2 — 80—85%; 3 — 75—80%; 4 — $< 75\%$.

ность (рис. 5). Доля легкоплавкого компонента растет по мере удаления от прогиба и вместе с тем с северо-востока на юго-запад, т. е. при переходе от области массового проявления гранитоидов к области их умеренного распространения*.

В пределах рассматриваемого региона по результатам траекторных спутниковых измерений [20] устанавливается отчетливое возрастание превышений геоида над эллипсоидом с юго-запада на северо-восток. Величина Z_{st} растет в противоположном направлении. То и другое свидетельствует о термическом разуплотнении и снижении вязкости мантии на юго-западе. С этим согласуется также уменьшение скорости продольных

* На закономерную связь состава и массовости магматических продуктов обращал внимание А. Ф. Белоусов [3].

сейсмических волн в западном направлении, устанавливаемое по результатам глобальных обобщений. Кроме того, можно отметить тенденцию некоторого возрастания аномальных мантийных масс под прогибом.

Итак, рассмотренные эмпирические данные, частично сведенные в таблицу, с достаточной определенностью указывают на

Мощность отложений и геофизическая характеристика бассейна осадконакопления

Блоки	Мощность осадков, км		Превышение геоида над эллипсоидом, м	Аномалия геомагнитного поля, А/м
	Центральная зона	Краевое поднятие		
Хангайский	10—12	6	—38	+5,2
Хэнтейский	6	1	—34	+5,0
Даурский	7,5	1	—27	+3,9
Газимурский	2,5	<0,1?	—18	+1,9

сопряженность в изменении значений разнотипных индикаторов геодинамического режима: p — T -условий магмообразования, термического (реологического) состояния подастеносферного пространства и интенсивности прогибания дна морского бассейна. Все они в совокупности дают основание предложить следующую модель тектономагматического развития рассматриваемой территории. В течение девона—карбона Центральноазиатский пояс, звеном которого является Монголо-Забайкальская складчатая система, представлял собой арену взаимодействия крупной Сибирской плиты с относительно мелкими континентами, разобщенными акваториями палео-Тетиса. Движение южных масс в северном направлении определялось зоной спрединга, отчетливые признаки которой Л. П. Зоненшайн и его коллеги выявили в пределах Южной Монголии [5, 6]. Монголо-Забайкальский морской прогиб мы рассматриваем как образование, гомологичное современным депрессионным структурам, фиксирующим зоны взаимодействия литосферных плит.

В соответствии с основной схемой субдукции [14, 17] и расчетами авторов, в тылах зоны под влиянием процессов тепломассопереноса, включающих движение флюидной фазы, формировались магматические очаги, положение которых контролировалось латеральным градиентом температуры и давления в широком диапазоне глубин. При этом давление, максимальное в области, примыкающей к прогибу, монотонно убывало в тылы зоны субдукции. Температура, в соответствии с общими модельными расчетами [17, 18], сложным образом меняясь во времени, достигала максимума на некотором удалении от прогиба.

На процесс поглощения литосфера существенное влияние

оказывала латеральная реологическая неоднородность подастиносферного слоя мантии. Чем выше температура и, следовательно, пластичность этого слоя, тем с большей легкостью погружалась в него литосферная пластина, тем меньшая доля частично расплавленного материала перемещалась по астеносферному каналу. В свою очередь, вариации интенсивности перемещения перегретого материала в астеносфере отражались на распределении давления и температуры, а следовательно, на флюидном режиме коры и мантии*. Более интенсивное латеральное перемещение мантийного вещества вызывало более энергичный разогрев коры и в конечном итоге более массовое проявление магматизма. В рамках рассматриваемой модели, таким образом, находит объяснение реально наблюдаемая коррелированность массовости и состава магматических проявлений с мощностью и типом пространственно разобщенных одновозрастных осадочных толщ.

Карбон-пермский этап

Начиная с позднего карбона характер тектономагматического развития рассматриваемого региона резко изменился. Произошло резкое обмеление, а затем и полное осушение морского прогиба. В конце перми слагающие его толщи оказались смятыми в крутые изоклинальные складки. Почти полная амагматичность прогиба на предшествующем этапе сменилась массовым гранитообразованием. Значительная часть интрузий может быть отнесена к послескладчатому типу. В северо-западном и юго-восточном обрамлении прогиба формировались соответственно Селенгино-Яблоновый и Восточно-Монгольский вулканические пояса (рис. 6). Первый из названных поясов соизмерим по протяженности с Монголо-Забайкальским прогибом. Он сложен вулкано-плутонической ассоциацией пород и обнаруживает зональное строение. В непосредственной близости к прогибу, в полосе шириной менее 100 км, располагаются самые мощные (до 6 км) и самые дислоцированные вулканические толщи, представленные базальт-андезит-липаритовой ассоциацией. С ними ассоциируют малые интрузии габбро, гранодиоритов и гранитов, принадлежащие к полнодифференцированной известково-щелочной серии. Более удаленная и более широкая северо-западная зона сложена менее мощными (до 2 км) и менее дислоцированными толщами трахиандезит-трахилипаритовой ассоциации, с которыми связаны типабиссальные интрузии субщелочных сиенитов и граносиенитов. В конце перми* в пределах всего пояса интенсивно проявились щелочные интрузии. Восточно-Монгольский вулканический пояс изучен довольно-

* Очевидно влияние этого процесса и на распределение рудных компонентов по схеме, развивающейся Г. В. Ициксон [7 и др.].

но слабо. В его строении участвуют андезит-липаритовые серии вулканитов и гипабиссальные интрузии лейкократовых гранитов.

В отличие от предыдущего позднепалеозойский этап породил бросающуюся в глаза симметрию в размещении разнофациальных образований (рис. 6). Отчетливую симметрию выявляют и петрохимические данные. Железистость пород и содержа-

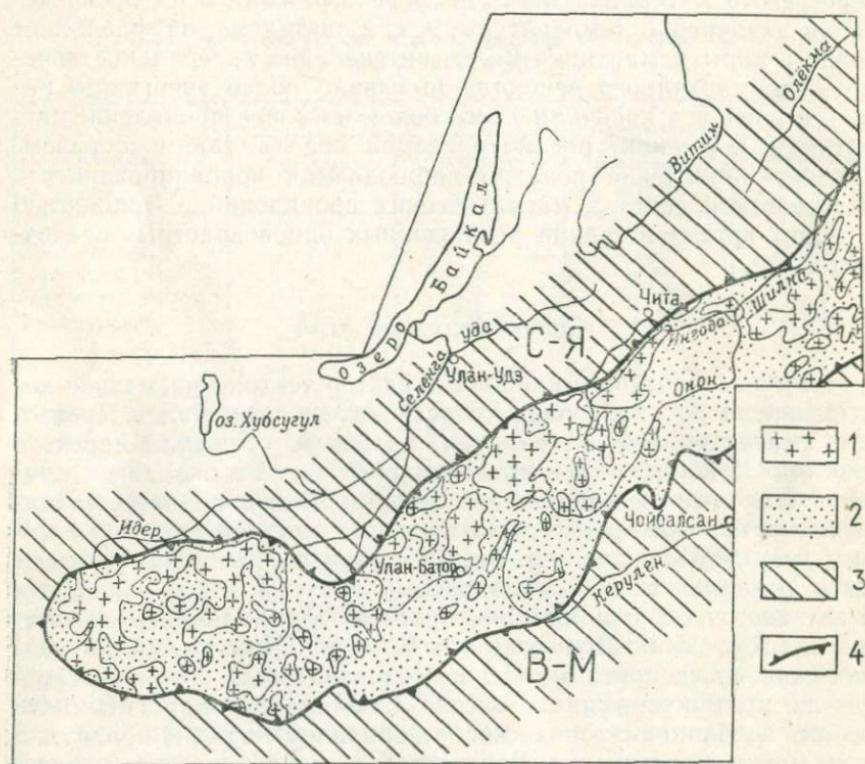


Рис. 6. Схема размещения морского прогиба и магматических образований карбон-пермского возраста на территории Забайкалья и Монголии.

1 — гранитоиды; 2 — осадочные породы; 3 — вулканогенные пояса: С-Я — Селенгинско-Яблоновский, В-М — Восточно-Монгольский; 4 — граница морского прогиба.

ние в них натрия убывают от вулканических поясов к гранитоидному поясу. Эта тенденция с небольшими вариациями прослеживается в разнотипных породах и, в частности, в гранитоидах с содержанием 70 % SiO_2 (рис. 7, 8). Она, вероятно, отражает различия в полноте плавления исходного субстрата, несколько большей в пределах обводненной осадочной толщи морского прогиба. Наряду с отмеченным в распределении натрия можно увидеть и элементы асимметрии — наибольшее обогащение этим металлом пород северо-восточной окраины Селен-

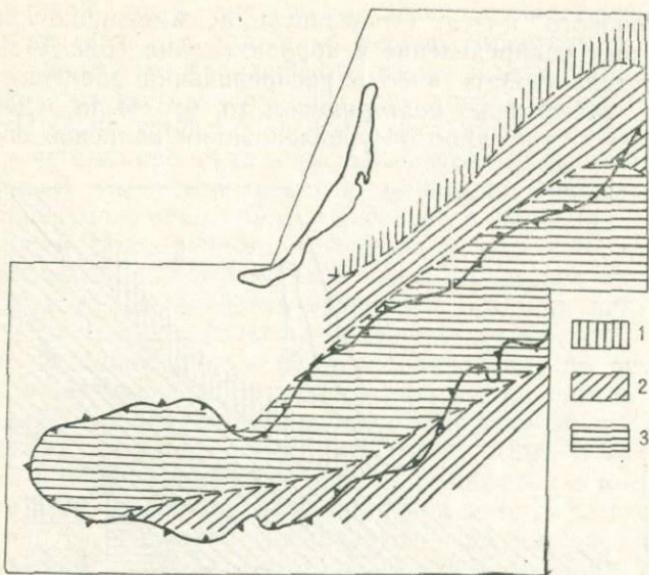


Рис. 7. Тренд-поверхность Na_2O в гранитоидах при фиксированном содержании в них SiO_2 70 %.

1 — $>4,5 \%$; 2 — 4—4,5%; 3 — $<4 \%$.

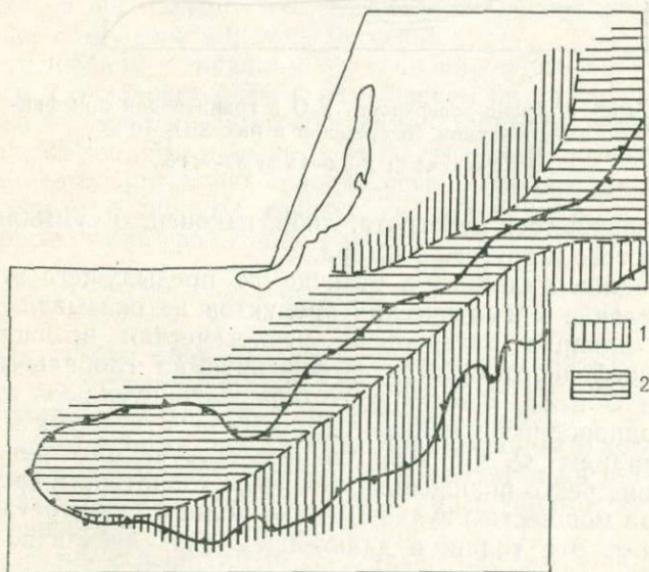


Рис. 8. Тренд-поверхность общей железистости $\text{FeO}/(\text{FeO}+\text{MgO})$ в гранитоидах при фиксированном содержании в них SiO_2 70 %.

1 — $>80 \%$; 2 — $<80 \%$.

гино-Яблоновского пояса. Отчетливую асимметрично-зональную картину дает распределение в породах калия (рис. 9), что может свидетельствовать либо о распределении давления в коре и мантии, качественно повторяющем то, что было отмечено на предыдущем этапе, либо об унаследовании калиевой специали-

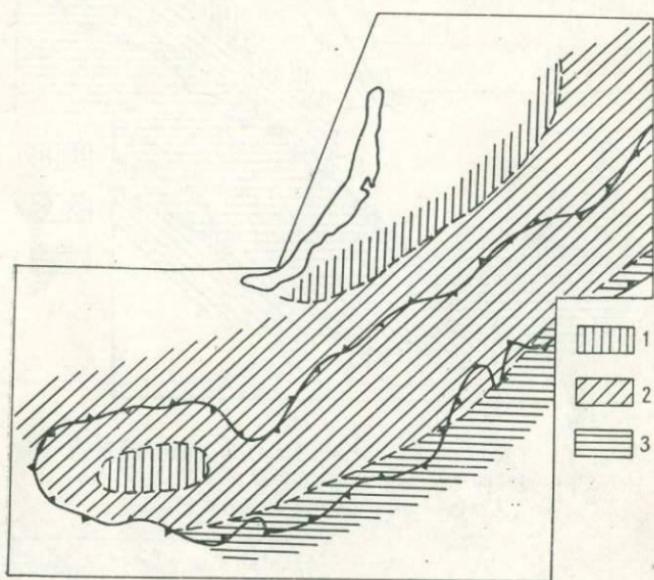


Рис. 9. Тренд-поверхность K_2O в гранитоидах при фиксированном содержании в них SiO_2 70 %.

1 — $>4,5\%$; 2 — 4—4,5%; 3 — $<4\%$.

зации плавящегося субстрата, либо, наконец, о суммарном воздействии того и другого фактора.

В позднем палеозое, в отличие от предыдущего этапа, на распределение магматических продуктов не оказывала существенного влияния латеральная реологическая неоднородность подастеносферного субстрата, фиксируемая глобальными аномалиями G и Z_{st} . Вместо этого определяющую роль стали играть неоднородности меньшего масштаба, о которых мы судим по аномалиям Q . Об этом свидетельствует пространственное совпадение резко пониженных значений добротности среды с повышенной мощностью вулканогенных толщ в междуречье Селенга—Витим. Эти толщи в дальнейшем оказались наиболее интенсивно дислоцированными.

Совокупность рассмотренных геолого-геофизических данных позволяет следующим образом реконструировать геодинамическую ситуацию в позднем карбоне—перми. На этом этапе произошла радикальная перестройка зоны субдукции. Возможно,

что причиной тому послужило переполнение вязким литосферным материалом подастеносферного пространства. Не исключено также, что решающее значение имела синхронная перестройка соответствующей зоны спрединга. Последняя, по данным Л. П. Зоненшайна и др. [6], сместилась в южном направлении, о чем можно судить по офиолитовому шву Внутренней Монголии. В том и другом случае можно предполагать наступление более или менее продолжительного периода, когда скорость подачи литосферного материала в зону субдукции была резко пониженней. Это означало столь же резкое падение напряжения в краевых частях взаимодействующих плит. Снятие избыточного (дополнительного к гидростатическому) давления повлекло за собой массовое магмообразование на астеносферном и коровом уровнях. Различия в жесткости среды определили повышенную проницаемость коры и интенсивный вулканализм в обрамлениях прогиба; особо массовыми были вулканические излияния в более удаленной, сильнее разогретой и вместе с тем наиболее разгруженной северо-восточной зоне; в самом прогибе обводненность осадочной толщи обусловила массовое формирование очагов кислой магмы. Понятно, что в условиях сокращенного поступления литосферных масс влияние латеральной реологической неоднородности подастеносферного субстрата стало несущественным, чем и объясняется отсутствие продольной петрологической зональности, подобной той, что была столь ярко выражена на предыдущем возрастном срезе. Этим же объясняется общее обмеление морского бассейна.

В дальнейшем, с началом функционирования новой зоны спрединга и одновременным перемещением на юг соответствующей зоны субдукции, рассматриваемая территория вновь подверглась сжатию. Это привело к окончательному осушению морского бассейна, развитию складчатости, наиболее интенсивной в пластичных осадочных толщах, и выжиманию в верхние структурные этажи гранитовой магмы.

Выводы

1. Учет латеральной реологической неоднородности подастеносферного субстрата позволяет оценивать соотношение потоков масс в зонах взаимодействия литосферных плит.

2. Количественная оценка пути перемещения в астеносфере частично расплавленного материала приводит к цифрам, соглашающимся с реально наблюдаемыми масштабами магматической активности в тылах зон субдукции.

3. Дедуктивно выводимым следствием рассмотренной модели тепломассопереноса, допускающим контроль на эмпирическом уровне, является закономерная пространственно-временная изменчивость тектоно-магматической активности в современных и древних зонах субдукции.

4. На протяжении среднего—позднего палеозоя в пределах Монголо-Забайкальского региона устанавливается согласованная изменчивость состава изверженных пород, размещения магматических полей, конфигурации бассейна седиментации, распределения в нем мощностей и фаций осадочных толщ, а также физического состояния глубин, что находится в полном соответствии с априорно сформулированными следствиями модельных построений. Есть основания считать поэтому, что важнейшие черты геологического развития Монголо-Забайкальской складчатой системы и ее обрамления в среднем—позднем палеозое определялись взаимодействием литосферных плит в условиях латеральной реологической изменчивости верхней мантии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамович И. И., Клужин И. Г. Петрохимия и глубинное строение Земли. Л., Недра, 1978. 375 с.
2. Артюшков Е. В. Геодинамика. М., Наука, 1979. 327 с.
3. Белоусов А. Ф. Проблемы анализа эфузивных формаций. Новосибирск, 1976. 332 с.
4. Винник Л. П. Исследования мантии Земли сейсмическими методами. М., Наука, 1976. 198 с.
5. Геология Монгольской Народной Республики. Т. 2. М., Недра, 1973. 752 с.
6. Зоненшайн Л. П., Кузьмин М. И., Моралев В. М. Глобальная тектоника, магматизм и металлогения. М., Недра, 1976. 228 с.
7. Ицкисон Г. В. Тектоно-магматические типы рудопитающих метаморфических систем. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1973, т. 191, с. 152—185.
8. Клужин И. Г., Абрамович И. И. Спутниковые измерения геопотенциала и состав продуктов мантийных магм. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1977, т. 240, с. 22—29.
9. Клужин И. Г., Абрамович И. И. Спутниковая гравитационная съемка в региональной и глубинной геологии. — В кн.: Геофизические исследования глубинного строения земной коры. М., Недра, 1978, с. 3—7.
10. Козубова Л. А., Абрамович И. И., Клужин И. Г. Плитная тектоника и магматизм Монголо-Забайкальской складчатой системы. — В кн.: Проблемы петрогенеза и рудообразования, корреляция эндогенных процессов. Тез. докл. к III Восточносиб. регион. петрогр. совещ. Иркутск, 1979, с. 154—155.
11. Комаров Ю. В., Хренов П. М. О типе развития мезозойских континентальных структур Восточной Азии. — В кн.: Складчатые области Евразии. М., Наука, 1966, с. 233—248.
12. Кушев В. Г. Развитие территории Байкальской горной области в позднем протерозое—кембрии. — Геология и геофизика, 1977, № 9, с. 23—37.
13. Кыджимитский комплекс редкометальных гранитов и радиолитическое обоснование его возраста (Северо-Западное Забайкалье)/Л. А. Козубова, Г. А. Муриня, А. Г. Рублев, Ю. П. Шергина. — Изв. АН СССР, сер. геол., 1977, № 12, с. 31—43.
14. Ле Пишон К. Тектоника литосферных плит. М., Мир, 1977. 286 с.
15. Методы теоретической геологии/И. И. Абрамович, Ю. К. Бурков, В. В. Груда и др. Л., Недра, 1978. 336 с.
16. Рублев А. Г., Козубова Л. А. О пермском возрасте щелочных интрузий куналейского комплекса в Западном Забайкалье. — Докл. АН СССР, 1976, т. 231, № 5, с. 1197—1199.
17. Bird P., Toksöz M. N., Sleep N. H. Thermal and mechanical models of continent-continent convergence zones. — J. Geophys. Res., 1975, vol. 80, № 32, p. 4405—4416.

18. Hasebe K., Fujii N., Uyeda S. Thermal processes under island arcs. — Tectonophysics, 1970, vol. 10, № 1—4, p. 335—355.
19. Kaula W. M. On the long term evolution of mantle convection. — In: IUGG XVI General Assembly, Grenoble, 1975, p. 19.
20. Marsh J. G., Vincent S. Global detailed geoid computation and model analysis. — Geophys. Surv., 1974, vol. 1, № 4, p. 481—511.
21. Yukutake T., Tachinaka H. Separation of the earth's magnetic field into the drifting and the standing parts. — Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo Univ., 1969, vol. 47, p. 65—97.

УДК 51 : 550.8.072 + 551.2

И. Г. Клужин

МОДЕЛЬ МАНТИЙНОГО СЕПАРАТОРА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ К АНАЛИЗУ ГЛУБИННЫХ УСЛОВИЙ ФОРМИРОВАНИЯ ОЛОВОВРУДНЫХ ПРОВИНЦИЙ

Вводные замечания

Математическое моделирование геодинамических процессов привлекает внимание исследователей возможностью получить проверяемые следствия, относящиеся к строению и развитию глубинных зон Земли, которые недоступны для изучения многими традиционными средствами геологических исследований, но проявляются в физических полях и играют важнейшую роль в развитии земной коры и формировании заключенных в ней полезных ископаемых. Настоящая статья посвящена моделированию мантийного сепаратора — глубинного динамического процессора, который осуществляет отделение от материала субдукционной литосферы и последующую сепарацию и концентрацию легкоплавкого флюидного компонента, обогащенного летучими и, по ассоциации с ними, рудным веществом. Представление о мантийном сепараторе развито в работах [1, 6], относящихся к условиям образования Австралио-Азиатского оловоносного пояса, на основе анализа данных о динамическом режиме Тихоокеанской плиты и материалов спутниковой гравитационной съемки. Определение мантийного сепаратора как процессора, а не структуры подчеркивает то обстоятельство, что речь идет о взаимосвязанных процессах, в которых участвуют зона субдукции, астеносферный канал и подастеносферный мантийный субстрат, хотя важнейший элемент сепаратора, осуществляющий функции термодинамического барьера, отчетливо фиксируется космической гравиметрией в виде гигантской линейной ступени гравитационного потенциала G .

Содержательные аспекты модели

Выяснение соотношений между глубинными физическими условиями и процессом разделения мантийных флюидов, содержащих неодинаково чувствительные к давлению компоненты,

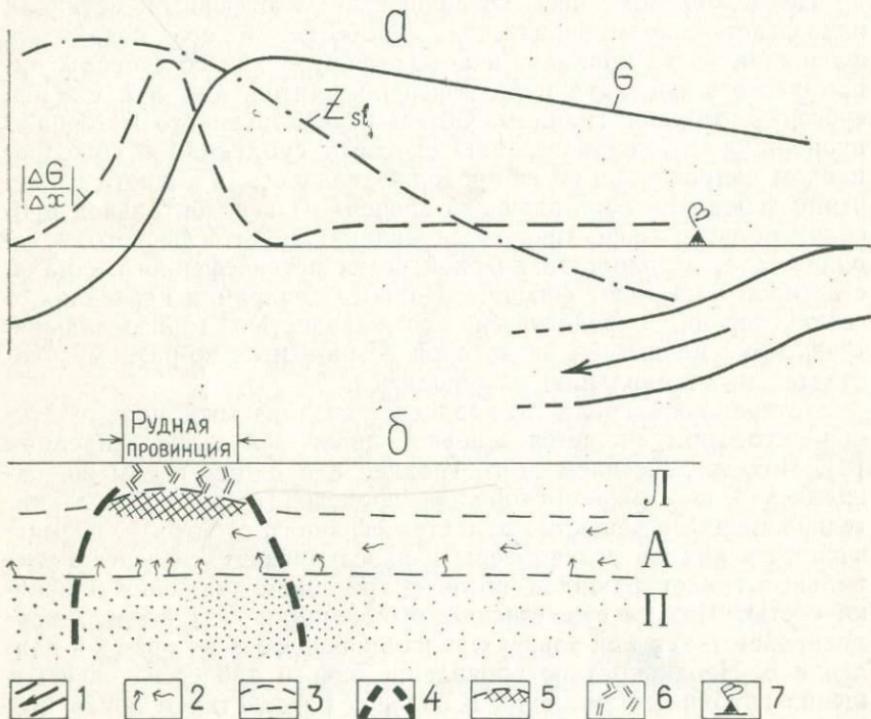
позволяет лучше понять закономерности формирования гравитационных поясов, включающих богатые калием разновидности пород. Хорошо известно, что с такими породами связаны крупные месторождения олова, а при некоторых вариациях состава магматических комплексов — месторождения вольфрама и флюорита. Затронутые вопросы входят органической частью в еще более широкую проблему, привлекающую неослабное внимание геологов [5, 8 и др.], — связь регионального и глубинного геологического строения континентальных зон Тихоокеанского кольца с распределением рудных месторождений. В настоящее время вполне определилась точка зрения, согласно которой крупные пояса гранитоидов формировались в определенной позиции по отношению к палеозонам Беньофа [14, 17]. Однако раскрытие и обоснование таких связей еще недостаточны.

Формирование мантийных флюидов в определенной геодинамической обстановке неизбежно, поэтому центр тяжести нашего исследования перенесен на изучение того, какие факторы содействуют разделению флюидов, накоплению и проникновению некоторой их части (гранитизирующих растворов) в верхние горизонты земной коры, на большом удалении от зон Беньофа. В связи с тем что и перемещение, и разделение флюидов зависят от градиента давления, последний рассматривается как функция соответствующих условий.

Обратимся к рисунку, который показывает геофизическую характеристику зоны субдукции (преимущественно ее тыловой области), типичную для западного (оловоносного) сегмента Тихоокеанского кольца. Пластина океанической литосферы под значительным углом проникает в подастеносферное пространство континента, где ее наклон к горизонту становится существенно меньшим. Основная часть движущейся пластины хорошо обрисовывается распределением сейсмических очагов, ее левый край имеет неотчетливые границы, что указывает на постепенное смешивание вещества субдуцированной литосферы и подастеносферного субстрата мантии. При погружении литосферы, как известно, происходит ее дегидратация: выдавливаются поровые флюиды, разрушаются содержащие воду минералы. Значительная часть этих флюидов, а также расплавов, образующихся в местах трения плит, попадает в астеносферу. Плотность отжатого и все еще относительно холодного вещества литосферы, включающего эклогитизированные базальты, близка к плотности подастеносферного субстрата. Основная часть поступающего литосферного материала задавливается вглубь, где и рассеивается, меньшая часть отжимается в сторону и перемещается по латерали в тыловую часть зоны субдукции. Движение материала при этом регулируется не только оказываемым на него давлением, но и действием силы тяжести и силы трения. Там, где движение материала вглубь относительно затруднено, скапливаются избыточные массы. В пределах этих участков возможно

некоторое ускорение движения по латерали, пока не будут достигнуты более податливые участки. Латеральные вариации податливости мантийного материала контролируются в определенной мере соответствующими вариациями температуры T .

При задавливании продолжает поступать флюидная часть вещества, представленная расплавами. Последние проникают в



Типичная геофизическая характеристика тыловой области зоны конвергенции литосферных плит (а) и принципиальная схема формирования олово-рудной провинции (б).

Л — литосфера, А — астеносфера, П — подастеноносферный субстрат (изменение плотности $\rho(t, x)$ вещества).
 1 — движение жесткого литосферного материала; 2 — поступление в астеносферу сепарируемых флюидных компонентов и направления их движения в канале; 3 — нерезкие границы астеносферы; 4 — область относительного минимума давления $p(t, x)$; 5 — область накопления легких флюидов, обогащенных рудным веществом; 6 — рудо-контролирующие структуры литосферы; 7 — вулканическая цепь вблизи зоны активной субдукции.

астеносферу, включаясь в астеносферный поток, регулируемый давлением. Область нагнетания и аккумуляции масс, распространяющаяся глубже астеносферы на сотни километров, четко фиксируется на поверхности Земли и в космическом пространстве положительной аномалией G . Величина аккумулированной массы положительно коррелирована с интенсивностью

сжимающих сейсмических напряжений в зоне Беньофа: в интервале глубин 250—400 км коэффициент корреляции достигает $+(0,4-0,5)$. В направлении тыла вещества мантии, охлажденное поступающим материалом литосферы, постепенно нагревается, что можно предполагать по увеличению геомагнитной аномалии Z_{st} [2, 7].

Таким образом, весь поглощенный литосферный материал подвергается термобарической обработке, а его подвижная флюидная часть попадает в астеносферу — как со стороны динамического контакта с литосферной плитой, так и с нижней субгоризонтальной границы. Объем переработанного материала пропорционален произведению скорости субдукции в фиксированном направлении на ее продолжительность, а полнота извлечения флюидной составляющей зависит от горизонтальной проекции области эффективного задавливания литосферного материала, т. е. от площади подовой части астеносферного канала, с которой поступают флюиды. Полнота сепарации последних, в свою очередь, определяется протяженностью горизонтальной траектории движения, на которой компоненты, по-разному чувствительные к давлению, разобщаются.

Латеральный градиент давления, создаваемый при субдукции литосферы, является основной движущей силой сепарации [2]. Под воздействием этого градиента в одном и том же направлении, но с разной скоростью происходит движение сравнительно твердого вещества подастеносферного субстрата, размягченного вещества астеносферы и просачивающихся через минеральный скелет флюидов, которые при своем движении изменяют состав. Весьма существенно, что скорости этих потоков коррелированы, так как зависят от изменяющегося во времени давления p . Неоднократное проявление такого процесса — перемещения глубинных эманаций и вод под воздействием локальных напряжений, предшествующих разрушению твердого вещества [12]. Как известно, в последнее время регистрация перемещений вод в глубоких скважинах используется при краткосрочном прогнозировании землетрясений. Глубинный массоперенос отмечается не только сейсмологическими, но и гравитационными измерениями; примеры значительных смещений масс приводят китайские геофизики [10].

Большие латеральные перемещения магматических расплавов на астеносферном уровне выявлены при анализе комплексной геофизической и петрохимической информации [2]; для оценок перемещений флюидов у основания литосферы имеется теоретический контроль: вполне допустимы расстояния от нескольких сот до 1,5—3 тыс. км [3]. В условиях мантии большие латеральные перемещения вязких масс физически достигаются при помощи механизма дислокационной вязкости, которому соответствует степенной реологический закон (с показателем степени $n \approx 3-5$) [9].

Математический анализ

С учетом изложенных выше положений будем конструировать формализованную модель таким образом, чтобы увязать характеристики, описывающие процесс движения и концентрации сепарируемых флюидов, с параметрами мантии, доступными для эмпирического изучения. Среди последних, согласно результатам исследований, которые автор и И. И. Абрамович провели по данному вопросу, наибольшего внимания заслуживают латеральные вариации плотности ρ , отмечаемые аномалиями геопотенциала G , обобщенная оценка температуры T мантии (верхнего 700-километрового слоя Земли) и глубина верхней нерезкой границы астеносферы. Принимая во внимание содержательную сторону задачи, коррелированность градиентов давления и скоростей на разных вертикальных уровнях, а также преимущества аналитического описания перед моделированием с помощью численных методов, будем рассматривать, в качестве первого приближения, зависящее от времени t одномерное движение толщи материала вдоль горизонтальной оси x , которая направлена по перпендикуляру от зоны субдукции в ее тыл. Неодинаковое продавливание материала в глубь мантии, влияющее на горизонтальную компоненту скорости $v(t, x)$ движения, приближенно учтем в качестве изменяющихся условий [типа переменного сечения $A(x)$ канала], при которых осуществляется анализируемое движение. Определенное соотношение масс, продавливаемых вглубь и перемещаемых в боковую сторону, означает, что учитываемая величина латерального градиента давления $\left(-\frac{dp}{dx} \right)$ обеспечивается соответствующей частью полного давления, приложенного в зоне субдукции.

Полагаем, что вещество, участвующее в движении, способно к сжатию и расширению, его плотность $\rho(t, x)$ зависит от исходного состояния в момент времени $t=0$ и всех последующих воздействий. Напомним, что вариации плотности мантийного вещества, определяющие аномалии G , обычно составляют тысячные, реже первые сотые доли грамма на кубический сантиметр. В качестве основных динамических законов движения учитываем закон сохранения масс и второй закон Ньютона. Условие постоянства массы одномерного потока в дифференциальной форме имеет вид

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v A) = 0; \quad (1)$$

уравнение момента количества движения для одномерного потока дается формулой [11]

$$- A \frac{\partial p}{\partial x} - A \rho v^2 \tau + A \rho F \cos \alpha = \frac{\partial}{\partial t} (\rho v A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v^2 A). \quad (2)$$

Члены в левой части равенства (2) представляют силы (соответственно давления, трения и массовую), приходящиеся на единичный интервал x , в правой части приведена производная момента движения. Величина τ характеризует трение; F — гравитационная, электромагнитная и другие силы, действующие на единицу массы вещества (в частном случае величина F может быть пренебрежимо малой); α — угол между вектором \vec{F} и осью x .

Раскрывая уравнение (1), получаем линейное дифференциальное уравнение в частных производных

$$\frac{\partial \rho(t, x)}{\partial t} = \frac{\partial \rho(t, x)}{\partial x} v(t, x) + \rho(t, x) \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} + \\ + \rho(t, x) v(t, x) \frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx}, \quad (3)$$

которому соответствует система

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{v} = \frac{d\rho}{-\rho \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v}{A} \frac{dA}{dx} \right)}. \quad (4)$$

Отсюда находим решение

$$\rho(t, x) = \rho(0, x) \exp \left[- \int_0^t \left(\frac{\partial v(t, x)}{\partial x} + \frac{v(t, x)}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} \right) dt \right]. \quad (5)$$

Учтем порядок величины отдельных переменных и их производных; максимальный диапазон временных вариаций возможен для градиента давления и скорости, поэтому используем представление

$$v(t, x) = v(t) \left(1 + \frac{\Delta v(x)}{\bar{v}} \right), \quad A(x) = A \left(1 + \frac{\Delta A(x)}{A} \right), \\ \rho(0, x) = \rho \left(1 + \frac{\Delta \rho(x)}{\rho} \right),$$

где $\Delta v/\bar{v}$, $\Delta A/A$ и $\Delta \rho/\rho$ — малые величины; \bar{v} — среднее значение $v(t, x)$. При таком представлении ρ , v и A

$$\rho(t, x) \simeq \rho + \Delta \rho(x) - \rho \left[\frac{d \left(\frac{\Delta v(x)}{\bar{v}} \right)}{dx} + \right. \\ \left. + \frac{d \left(\frac{\Delta A(x)}{A} \right)}{dx} \right] \int_0^t v(s) ds. \quad (6)$$

Равенства (5) и (6) показывают, что при движении со значимой скоростью $v(t)$ в течение длительного времени плотность вещества возрастает особенно сильно там, где $d \left(\frac{\Delta v(x)}{\bar{v}} \right)/dx < 0$ и $d \left(\frac{\Delta A(x)}{A} \right)/dx < 0$, т. е. в местах, где массы ранее были недостат-

точно уплотнены, вместе с тем податливость материала к пропадыванию сокращена. Силы, вызывающие движение, производят одновременно уплотнение и отжимание вещества.

Из уравнения (2) получаем выражение латерального градиента давления через другие переменные

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho v^2 \tau - \rho F \cos \alpha + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial t} + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \\ + \frac{\rho v^2}{A} \frac{dA}{dx} + 2 \rho v \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (7)$$

После учета порядка малости отдельных произведений и отбрасывания пренебрежимо малых величин получаем

$$-\frac{\partial p(t, x)}{\partial x} \simeq v^2(t) \left\{ \rho \tau + \frac{d \Delta \rho(x)}{dx} - \rho \frac{d \left(\frac{\Delta v(x)}{\bar{v}} \right)}{dx} \right\} + \\ + \rho \frac{dv(t)}{dt}. \quad (8)$$

Выше были приведены соображения в пользу того, что изменение скорости латерального перемещения согласовано с плотностью масс и с податливостью подастеносферного субстрата, которая, в свою очередь, контролируется температурой T ; функцией T является также величина трения. Эти связи представляем в виде

$$\left. \begin{aligned} d \left(\frac{\Delta v(x)}{\bar{v}} \right) &= \frac{\partial \left(\frac{\Delta v(x)}{\bar{v}} \right)}{\partial \left(\frac{\Delta \rho(x)}{\rho} \right)} d \left(\frac{\Delta \rho(x)}{\rho} \right) + \\ &+ \frac{\partial \left(\frac{\Delta v(x)}{\bar{v}} \right)}{\partial T} dT = a_1 d \left(\frac{\Delta \rho(x)}{\rho} \right) - a_2 dT, \\ \frac{\partial \tau}{\partial T} &= \text{const} = -a_3 < 0, \quad \tau = \tau_0 - a_3 T, \\ a_1, a_2 &= \text{const} > 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Окончательное выражение для искомой величины

$$-\frac{\partial p(t, x)}{\partial x} \simeq v^2(t) \left(\tau_0 + a_2 \frac{dT}{dx} - a_3 T \right) \rho + \\ + v^2(t) \frac{d \Delta \rho(x)}{dx} (1 - a_1) + \rho \frac{dv(t)}{dt}. \quad (10)$$

Первый член правой части равенства (10) отражает влияние региональных термических условий. Достаточно высокая температура совершенно необходима для формирования выплывок, однако слишком большая величина T снижает латеральный градиент давления и, следовательно, чистоту сепарации

флюидов, неодинаково чувствительных к давлению; в рассматриваемом аспекте интереснее dT/dx . Следует учесть, что высокая температура в определенной мере есть следствие градиента давления, приложенного в прошлом, поскольку нестационарное движение флюидов в гетерогенной пористой среде неизбежно сопровождается превращением кинетической энергии в тепло. Влияние T может быть скомпенсировано соответствующим изменением скорости $v(t)$. Второй член показывает влияние латеральной плотностной неоднородности мантийных глубин, а третий — эффект вариации скорости.

Рассмотрим подробнее влияние изменения плотности. Положим, что на профиле наблюдений последовательно располагаются три участка: 1 — $\frac{d[\Delta\rho(x)]}{dx} = 0$; 2 — $\frac{d[\Delta\rho(x)]}{dx} > 0$; 3 — $\frac{d[\Delta\rho(x)]}{dx} = 0$. Этому случаю отвечает ступенеобразное увеличение геопотенциала G от первого участка к третьему. Умеренный спад давления на первом участке сменяется резким — на втором и вновь умеренным — на третьем. При таком распределении плотности возникает относительный минимум давления в зоне, располагающейся непосредственно за точкой x , в которой $\frac{d[\Delta\rho(x)]}{dx}$ достигает экстремума. Если на среднем участке $\frac{d[\Delta\rho(x)]}{dx} < 0$, то здесь зафиксируем минимальный спад давления, а может быть, и его локальный рост; относительный минимум давления в этом случае располагается перед точкой с экстремальным градиентом плотности. Ступенеобразная полоса уменьшения плотности мантийных масс, стоящая на пути движения флюидов, проявляется как своеобразный барьер, на котором изменяются термодинамические условия. Флюиды, чувствительные к давлению, задерживаются этим барьером в области относительного минимума ρ . Пространственно-временные изменения плотности сопровождаются также постепенной миграцией барьера.

Изменения во времени градиента давления, связанные с изменением скорости движения масс, проявляются совместно с вариациями давления, зависящими от координаты x . Спорадическое импульсное увеличение скорости $v(t)$ при сейсмических стрессах положительно влияет на чистоту сепарации глубинных флюидов в астеносферном канале. Влияние вариаций скорости спрединга и субдукции на некоторые особенности сопряженных геологических процессов уже стало предметом обсуждения в литературе [15]. Представляет интерес такой вариант задания $v(t, x)$, когда изменения скорости движения проявляются последовательными импульсами на разных участках тыловой области зоны субдукции. Перемещения вещества в виде астеносферных волн уже анализируются в геодинамике [13]. Субвертикальный фронт ускорения движения в мантии мог бы играть

роль своеобразного «скребка», который подгоняет глубинные флюиды к барьеру и сдавливает их там. При волновой форме движения рост температуры T также вызывает уменьшение крутизны перемещающегося фронта давления [16]. В любом случае сочетание зон градиентного изменения плотности мантийных масс с вариациями скорости движения (при $v_{\max} \sim n$ км/с) создает условия для аккумуляции отсепарированных флюидов и спорадического их сдавливания, при котором происходит термическая эрозия подошвы литосферы, а некоторая часть подвижного материала проникает в верхние горизонты земной коры.

Проанализируем особенности формирования скоплений флюидных компонентов мантийного вещества. Рассматривая движение легкого материала вдоль подошвы литосферы из области его подъема, Е. В. Артюшков отмечает ускорение течения при приближении к участкам приподнятого расположения астеносферы, которые играют роль «ловушек» [3]. Небольшие неровности границ астеносферы существуют всегда, как одно из проявлений неоднородности физических условий. При определенных соотношениях физических и геометрических параметров начинается внедрение значительных объемов легкого материала — следствие конвективной неустойчивости. Обратимся к двумерному сечению мантии, на котором уже выражено небольшое симметричное поднятие кровли астеносферы, имеющее амплитуду h и ширину у основания l . Дальнейшее развитие «ловушки» выражаем через изменение амплитуды $h(t)$.

Формирование поднятия связываем преимущественно с плавлением нижней части литосферы под термическим воздействием горячих флюидов. Средние температуры твердой и жидкой фаз в зоне их контакта в квазистационарном состоянии практически близки. Поступающий время от времени в «ловушку» избыточно горячий материал воздействует двояко: а) тепло передается всему объему накопленных флюидов (с последующей передачей более холодным стенкам путем кондуктивной теплопроводности); б) струи горячего материала непосредственно входят в соприкосновение со стенками, и в этом случае теплопередача осуществляется в режиме вынужденной конвекции. При близости средних температур твердой и жидкой фаз тепло затрачивается в основном на плавление. В принципе не исключаются и локальные внедрения масс легкого горячего материала. Такой процесс может частично подменять или дополнять рассматриваемое плавление. В том случае, если он выражен весьма заметно, флюиды — продукты длительной сепарации — будут разубожены менее дифференцированным веществом, т. е. при увеличении размеров «ловушки» станет менее активной ее роль в рудогенезе.

Регулярное термическое стимулирование совершенно необходимо для поддержания существования «ловушки». При прекращении поступления горячего материала поднятие кровли астен-

носферы постепенно выполаживается, поскольку его вершина заметно рассеивает тепло. Применимально к конкретному варианту изменения T (зависимость по горизонтальной оси x нелинейна, по вертикальной оси линейна, в направлении третьей ортогональной оси температура постоянна, источники отсутствуют) уравнение теплопроводности принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (11)$$

где λ — коэффициент теплопроводности; c — удельная теплоемкость. С учетом формы «ловушки» и ее характерных размеров (h, l) для точки максимального подъема кровли имеем

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -a_4 \frac{h}{l^2}, \quad a_4 = \text{const} > 0, \quad (12)$$

т. е. остывание идет тем быстрее, чем более резко выражено поднятие.

Если в единицу времени в «ловушку» в среднем поступает количество тепла ΔQ , достаточное для увеличения температуры T флюидов на величину ΔT , то для массы M подогретого вещества и массы m вновь формируемого расплава справедливо равенство

$$\Delta Q = cM\Delta T = mr, \quad (13)$$

где r — удельная теплота плавления, c — удельная теплоемкость. Раскрывая выражения для M и m и полагая, что изменение объема вновь формируемого расплава определяется изменением только высоты h (либо согласованным изменением двух параметров, которое выражается в изменении h), получаем для интервала dt

$$dh \sim hdt, \quad \frac{dh}{dt} \simeq a_5 h, \quad a_5 = \text{const} > 0. \quad (14)$$

Множитель при h учитывает величины $c, r, \Delta T$; приращение dh отражает только тенденцию и не характеризует случайные вариации процесса.

Поток тепла через единицу поверхности твердого тела, скоторым соприкасается жидкость в процессе вынужденной конвекции, выражается произведением $a_m \Delta T$, где a_m — средний коэффициент теплопередачи, ΔT — перепад температур горячих струй и стенок. Величина a_m является сложной функцией свойств движущейся жидкости, температурного и скоростного полей вблизи стенок и кровли «ловушки». При вариации условий теплопередачи (и соответствующих параметров в некоторой области их значений), но сохранении главных особенностей процесса можно принять условие постоянства критерия (числа) Нуссельта. Число $Nu = a_m l / \lambda = \text{const}$ используем для выражения коэффициента теплопередачи, $a_m = \lambda Nu / l$. Если $Nu = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, то изменение характерного линейного размера l сопро-

вождается обратно пропорциональным изменением α_m и теплового потока. Количество тепла, поступающего в единицу времени, находим как произведение теплового потока на площадь S_λ поверхности «ловушки»; это тепло расплавляет массу m вещества литосферы:

$$\sigma_m \Delta T S_\lambda \simeq \frac{\lambda \text{Nu}}{l} \Delta T 2 l (h + 1) \simeq m r \simeq \rho \Delta h l r. \quad (15)$$

При учете тренда процесса получаем за интервал времени dt приращение

$$dh \sim \frac{h}{l} dt, \quad \frac{dh}{dt} \simeq a_6 \frac{h}{l}, \quad a_6 = \\ = \text{const} > 0 \text{ (принято } h + 1 \simeq h\text{).} \quad (16)$$

Объединяя результаты (14) и (16) и учитывая, что с увеличением объема «ловушки» возрастают потери тепла на процессы, не связанные с ростом амплитуды h , находим

$$\frac{dh}{dt} \simeq a_5 h + a_6 \frac{h}{l} - a_7 h l, \quad a_7 = \text{const} > 0. \quad (17)$$

В той же мере, как резко выраженные особенности рельефа кровли астеносферы отражают местную неоднородность термического режима, региональное повышение температуры T мантии, сопровождающееся подъемом границы астеносферы, нивелирует ее рельеф. С увеличением T прогреваются прежде всего относительно холодные места, т. е. участки более глубокого расположения подошвы литосферы. Разогрев увеличивает l и уменьшает h . С учетом отмеченного принимаем

$$\frac{h}{l} = a_9 - a_8 T, \quad l = \frac{h}{a_9 - a_8 T}, \quad a_8, a_9 = \text{const} > 0. \quad (18)$$

Приведенное условие означает, что рост h сопровождается некоторым ростом l , замедляющим дальнейшее увеличение h .

Подстановка l и h/l в выражение (17) приводит к дифференциальному уравнению типа Риккати

$$\frac{dh}{dt} = a_5 h + a_6 (a_9 - a_8 T) - \frac{a_7 h^2}{a_9 - a_8 T}, \quad (19)$$

которое сводится к уравнению с разделяющими переменными и интегрируется

$$\int \frac{dh}{a_5 h + a_6 (a_9 - a_8 T) - \frac{a_7 h^2}{a_9 - a_8 T}} - \int dt = \text{const.} \quad (20)$$

Произведя интегрирование и используя представление

$$h(t) = h(0) + \Delta h(t), \frac{\Delta h(t)}{h(0)} < 1, \quad (21)$$

получаем приближенное выражение для $\Delta h(t)$

$$\Delta h(t) \approx \frac{\exp(t\sqrt{a_5^2 + 4a_6a_7}) - 1}{\sqrt{a_5^2 + 4a_6a_7}} \left\{ a_5 h(0) + a_6(a_9 - a_8 T) - a_7 \frac{h^2(0)}{a_9 - a_8 t} \right\}. \quad (22)$$

Формула (22) показывает, что образование значительной «ловушки» следует связывать с длительным воздействием подвижного горячего вещества астеносферы. Этому условию отвечает известная особенность движения жидкости в гетерогенной пористой среде — сильная неоднородность течения (обсуждается возможность самопроизвольного зарождения в таких условиях вихрей и течений с осциллирующим профилем скорости [4]). Общее увеличение температуры в толще пород мантии препятствует оформлению резко выраженного местного поднятия (пока с дальнейшим ростом T не начнут срабатывать другие, аналитически не учтенные здесь явления). На поздних стадиях формирования поднятия в кровле астеносферы его рост может идти ускоренно, создавая предпосылки для последующего проявления деструктивных процессов.

Дедуктивно устанавливаемые следствия

Рассмотрение проблемы на основе модели позволяет получить серию следствий.

1. Латеральные вариации плотности мантийных масс оказывают влияние на распределение импульсов напряжений. Полосовые зоны изменения плотности благоприятны для формирования относительных минимумов давления вблизи линий максимального градиента. Указанные зоны могут играть роль своеобразных термодинамических барьеров, содействуя задерживанию подвижных компонентов мантийного вещества, чувствительных к давлению. С этой точки зрения более благоприятен вариант, когда плотность уменьшается при удалении в тыл зоны конвергенции плит. В случае длительной субдукции, сопровождающейся аккумуляцией масс, линейные зоны градиентного изменения плотности могут изменять свое положение, перемещаясь в направлении движения материала. Скопления мантийных флюидов (за вычетом части, попавшей к этому времени в толщу лингесферы) мигрируют вслед за барьером. Современное положение упомянутых барьеров, которое устанавливается космическим гравитационным картированием мантии, отражает интегральный итог глубинного тепломассопереноса за длительное время.

2. Продолжительность субдукции в фиксированном направлении прямо влияет на объемы пропущенного через сепаратор литосферного материала и отделенного флюидного компонента, определяет возможность подведения издалека растворов и расплавов к термодинамическим барьерам, которые трассируются аномалиями градиента геопотенциала, обеспечивает благоприятные условия для формирования крупных «ловушек» флюидов в кровле астеносфера.

3. Скорость субдукции в фиксированном направлении в целом оказывает такое же влияние, как и продолжительность процесса. Вариации скорости движения масс играют особенно важную роль, поскольку обеспечивают значительные изменения давления вблизи термодинамических барьеров, содействуя формированию «ловушек» в кровле астеносферы, а также продавливанию и впрыскиванию рудоносных мантийных флюидов в литосферу при резком увеличении давления в астеносферном канале.

4. Уклонения от двумерной модели, представленные неоднородностью астеносферы по горизонтальному направлению, перпендикулярному пути сепарации, эквивалентны растягиванию либо сокращению этого пути. Поэтому наличие траекторий повышенной проницаемости в астеносферном канале может быть причиной высокой концентрации флюидов, чувствительных к давлению, в отдельных узлах, которые располагаются в пределах общей полосы мантийной «ловушки».

5. Термическое состояние мантии, обобщенно оцениваемое в региональном плане и для большого диапазона глубин, многоаспектно проявляется в рассматриваемых процессах. При сравнительно низкой температуре мантии в регионе замедлен астеносферный тепломассоперенос; растворы и расплавы, подводимые к «ловушкам», мобилизуются только в ближайшей области, для осуществления сколько-нибудь полной сепарации необходим очень большой интервал времени. Однако весьма высокая температура нивелирует и уменьшает градиенты давления (с последними более согласованы градиенты температуры), а тем самым снижает эффективность сепарации (в частности, создает предпосылки пространственного сближения провинций и районов оловянного и вольфрамового оруденения, которое в этом случае связано с гранитоидами, неэкстремально богатыми калием). С ростом температуры связывается тенденция увеличения поперечных размеров и уменьшения амплитуды «ловушек» в кровле астеносферы, что ведет к рассеиванию рудного вещества в мантии и сокращению возможностей концентрированного его впрыскивания в литосферу. Возможные при высоких температурах локальные внедрения легких горячих масс в принципе способны не только положить начало формированию «ловушки», но и увеличивать ее размеры. Однако поступление боль-

ших масс материала, не связанных с сепарацией, разубоживает накопленные флюиды.

6. Особенности рельефа кровли астеносферы, сформировавшиеся до начала массового движения флюидов в астеносферном канале, оказывают определенное влияние на аккумуляцию и рассеивание последних. Вместе с тем процесс формирования «ловушек», обеспечивающих возможность скопления флюидов вблизи кровли астеносферы, происходит с активным участием конвективных перемещений подвижных масс, так что резко выраженные поднятия кровли астеносферного канала образуются преимущественно там, где подвижный горячий материал длительно воздействует на вещество литосферы, т. е. прежде всего в тех зонах временного понижения давления, в которые устремляются массы флюидов.

7. Эволюционное изменение физических условий в Земле, рассматриваемое с учетом особенностей модели, показывает, что реализация оптимального сочетания условий на ранних стадиях геологического развития планеты была затруднена. Действительно, влияние высокой температуры в конечном счете затрудняет сепарацию. Малая мощность литосферы, обычная при высокой температуре мантии, не позволяет формировать резко выраженные крупные «ловушки» для флюидов. При отсутствии мощной и жесткой литосферы не достигаются большие концентрации масс субдуцируемого материала, а также значительные латеральные градиенты плотности и температуры и не создаются высокие градиенты давления, которые необходимы для сепарации в процессе длительной латеральной миграции вещества.

Масштаб формирующихся рудных провинций зависит от сочетания благоприятных и неблагоприятных факторов. К числу частично контролируемых благоприятных факторов относятся значительный латеральный градиент плотности мантийных масс, их умеренная температура и большая амплитуда «ловушки», т. е. пониженная мощность литосферы в период рудогенеза.

Верификация модели

О степени соответствия модели геологической реальности дает определенное представление таблица (подготовлена по материалам автора и И. И. Абрамовича). Таблица развивает отмеченные ранее закономерности [1, 6] с учетом того, что появились основания рассматривать модуль градиента аномального геопотенциала как характеристику отчетливости термодинамического барьера. Геологические регионы, включающие наиболее богатые рудные провинции, сосредоточены преимущественно в правой части таблицы. Таким образом, относительный минимум давления при импульсных воздействиях, о котором можно су-

дить по латеральному градиенту плотности мантийных масс [см. формулу (10) и пояснения к ней], содействует аккумуляции рудоносных мантийных флюидов. Влияние высокой температуры мантии в регионе как фактора, снижающего величину градиента давления [формула (10)] и поэтому затрудняющего чистоту сепарации, а также осложняющего формирование «ловушек» [формула (22)] и концентрированное вспрыкивание

Распределение геологических регионов, включающих оловорудные районы и провинции, в зависимости от глубинных физических характеристик, которые приведены к одинаковому временному интервалу (30 млн. лет) после рудогенеза

Обобщенная температура мантии	Латеральный градиент гравитационного потенциала		
	Умеренно низкий	Средний	Высокий
Высокая	→	Восточное Забайкалье, Центральный Казахстан	Тянь-Шань, Памир, Каракорум
Средняя	Аппалачи	Северные Кордильеры	Индокитайский п-ов, Малаккский п-ов
Умеренно низкая	Чукотка	Верхояно-Колымская область, Тасмания	Приохотье, Сихотэ-Алинь, Хинган
Низкая	Центральная Европа, Африка, Анды (Северная Боливия)	Восточная Австралия, Анды (Южная Боливия)	—

рудного вещества в литосферу, находит отражение в том, что верхние строки каждой из трех граф таблицы включают регионы, для которых характеристики гораздо менее крупные оловорудные провинции, нежели это установлено для регионов, смешенных на одну строку вниз (средние и даже умеренно низкие температуры мантии). Дополняющий таблицу анализ эмпирических данных о положении астеносферы показал, что для крупных оловорудных провинций типична небольшая глубина: 25—35 млн. лет спустя после рудогенеза она варьирует в пределах 30—70 км.

Таблица и данные о толщине литосферы подтверждают соответствие масштабов оруденения глубинным физическим условиям во время рудогенеза, в той мере как последние учтены в структуре модели. С таблицей и моделью согласуются известные данные о распределении оловорудных провинций на шкале геологического времени. С учетом этого можно сделать вывод о приемлемости модели в целом, включая дедуктивные следствия.

В дополнение к сказанному отметим, что при смещении смыслового «центра тяжести» модели от сепарации подвижных компонентов мантийного вещества к их аккумуляции предметная область модели расширяется на провинции других типов. К тому же модель позволяет с одинаковых позиций интерпретировать не только материалы космической гравиметрии, но и данные глубинной сейсмологии. В частности, линейная полоса уменьшения скорости волн P в мантии тыловой области Уральской зоны палеосубдукции указывает на расположение трансконтинентальной мантийной «ловушки». Осевая линия зоны, благоприятной для поступления в литосферу мантийных растворов и летучих (при ширине зоны порядка сотен километров), протягивается из междуречья Тобола и Ишима через Кокчетавскую возвышенность, Бетпак-Далу, Муюнкум (с местным расширением зоны в сторону Кызылкума), Тянь-Шань, Памир, Пир-Панджал и далее на юг.

Заключение

Сконструированная модель связывает между собой эмпирические результаты сейсмологии, космической гравиметрии, региональной геологии и металлогении, объясняя зависимость глубинных условий формирования оловорудных провинций разного масштаба от геодинамического режима.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамович И. И., Клушин И. Г. Концепция мобилизма и петрология. — В кн.: Методы теоретической геологии. Л., Недра, 1978, с. 114—206.
2. Абрамович И. И., Клушин И. Г. Петрохимия и глубинное строение Земли. Л., Недра, 1978. 375 с.
3. Артюшков Е. В. Геодинамика. М., Наука, 1979. 327 с.
4. Вайсман А. М., Гольдштик М. А. Динамическая модель движения жидкости в пористой среде. Минск, 1977. 21 с.
5. Ициксон М. И. Связь металлогенических провинций с вулканогенными поясами, крупными тектоническими элементами и типами земной коры (на примере Тихоокеанского кольца). — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1973, т. 191, с. 102—120.
6. Клушин И. Г., Абрамович И. И. Австрало-Азиатский оловянный пояс и динамический режим Тихоокеанской плиты. — В кн.: Геодинамика и полезные ископаемые. М., 1976, с. 235—237.
7. Клушин И. Г., Абрамович И. И. Спутниковая гравитационная съемка в региональной и глубинной геологии. — В кн.: Региональные геофизические исследования глубинного строения земной коры. М., Недра, 1978, с. 3—7.
8. Красный Л. И. Геологическая карта подвижного пояса и Тихого океана и вопросы геологического районирования. — В кн.: Основные проблемы металлогении Тихоокеанского рудного пояса. Мат-лы к VI Всесоюз. металлоген. совещ. Владивосток, 1971, с. 11—14.
9. Ashby M. F., Verrall R. A. Micromechanisms of flow and fracture and their relevance to the rheology of the upper mantle. — Phil. Transact. Roy. Soc. London, 1978, ser. A, vol. 288, № 1350, p. 59—95.

10. Chen Y.-T., Gu H.-D., Lu Z.-X. Variations of gravity before and after the Haicheng earthquake, 1975, and the Tangshan earthquake, 1976.—*Physics Earth Planetary Interiors*, 1979, vol. 18, № 4, p. 330—338.
11. Daneshyar H. One-dimensional compressible flow. Oxford — N. Y., 1976. 179 p.
12. Fitterman D. V. Electrokinetic and magnetic anomalies associated with dilatant regions in a layered Earth.—*J. Geophys. Res.*, 1978, vol. B83, № 12, p. 5923—5928.
13. Meyerhoff H. A., Meyerhoff A. A. A genesis of island arcs.—In: *Intern. symp. on geodynamics in south-west Pacific*, Noumea (New Caledonia) 27 aug.—2 sept. 1976. Paris, 1977, p. 357—370.
14. Mitchell A. H. G., Garson M. S. Relationship of porphyry-copper and Circum-Pacific tin deposits to paleo-Benioff zones.—*Transact. Inst. Min. Metall.*, 1972, vol. 81, № 783, p. 10—25.
15. Rea D. K., Schneidegger K. F. Eastern Pacific spreading rate fluctuation and its relation to Pacific area volcanic episodes.—*J. Volcan. Geotherm. Res.*, 1979, vol. 5, № 1—2, p. 135—148.
16. Thompson P. A. Compressible-fluid dynamics. N. Y., Mc Graw-Hill Inc., 1972. 665 p.
17. Wyllie P. J. From crucibles through subduction to batholiths.—In: *Energetics of geological processes*. N. Y., Springer—Verl., 1977, p. 389—433.

УДК 519 : 55

B. B. Груза

ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ И СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В настоящее время статистический анализ стал неотъемлемой составной частью геологических исследований. Имеется много работ, в которых обосновывается возможность использования различных методов. Однако в геологии при этом совершенно обойдены два основных вопроса, на которые необходимо ответить прежде, чем оперировать числовыми данными:

1. Каковы правила приписывания чисел тем или иным свойствам?

2. Какие операции можно производить с получаемыми числовыми значениями?

Ответы на эти вопросы не лежат на поверхности, а недоучет специфики числовых представлений свойств может приводить к получению ошибочных результатов.

Поиском ответов на сформулированные вопросы занимается бурно развивающееся сейчас направление — теория измерений. В рамках последней, «измерение в самом широком смысле есть приписывание числовых форм объектам или событиям в соответствии с определенными правилами» [14, с. 19]. При этом отправным пунктом теории измерений является положение о принципиальном различии между, так сказать, чувственно воспринимаемыми свойствами и числовыми системами, а также положение о принципиальной неопределенности, которая зачастую присуща числовым представлениям различных свойств. Эта неопределенность имеет место уже на уровне экспериментальных исследований в связи с произвольностью выбора единиц измерения.

Цель статьи заключается в том, чтобы показать, какие простейшие статистические характеристики могут использоваться при обработке геологических данных с учетом специфики их числовых представлений. Исходные положения теории измерений привлекаются лишь в том объеме, который достаточен для достижения отмеченной цели. Более полные формулировки можно найти в работах [12, 14, 15]. Определения основных матема-

тических терминов приведены в учебнике [10]. В геологической литературе затрагиваемые вопросы, как отмечалось, не обсуждались. Приводятся лишь фрагментарные сведения о типах шкал [9].

Общие особенности числовых представлений свойств

В естественнонаучных областях знания, включая и геологию, в качестве исходных терминов выступают такие, которые обозначают объекты, свойства, отношения, познаваемые эмпирическим путем. Будем называть эти термины и объекты эмпирическими. Часть упомянутых терминов может не иметь логических определений. В этом случае они вводятся так называемым оценочным путем — демонстрацией отдельных представителей, обозначаемых данным термином. Большая часть исходных терминов, обозначающих эмпирические свойства, вводится с помощью операционных определений. Последние описывают совокупность физических действий, которые позволяют судить о степени проявления, или интенсивности, свойства. При введении операционных определений обычно подразумевается и возможность числового представления интенсивности свойства.

На основе исходных терминов конструируются производные. Среди последних для нас первостепенный интерес представляют те, которые вводятся с помощью конститутивных определений, задающих правила нахождения числовых значений производных свойств по значениям основных (или других производных). Заметим, что в данном случае речь идет не о любых математических формулах, а только об определениях. Эти определения вводят представления о новых переменных в отличие, например, от законов, связывающих какие-либо физические величины, определенные независимо. Так, равенство $v = dl/dt$ является определением (равенством по определению, обозначаемым часто специальным знаком) скорости, а $v = \frac{gt^2}{2}$ — закон, позволяющий находить значения скорости при вполне определенном виде движения, но не исходное определение скорости (в приведенных формулах l — длина, t — время, g — ускорение силы тяжести). Выражение $c_i = \frac{m_i}{m}$, где m_i — масса i -го элемента, а m — масса рассматриваемого тела, является определением весовой (массовой) концентрации, но выражение $n_i = R \frac{m_i}{A_i}$, где R — постоянная Авогадро, A_i — атомная масса элемента, а n_i — число атомов этого элемента в заданном теле, — не определение, а зависимость, вводимая на основе гипотезы Авогадро и связывающая значения ранее введенных величин.

При дальнейшем обсуждении будем иметь в виду эти принципиальные различия и рассмотрим только требования, которые

могут быть предъявлены к функциям, вводимым по определению. Учет отмеченных различий тем более важен, что значительная часть формул математической статистики, используемых в геологии, представляет собой конститутивные определения. Это касается и элементарных формул, определяющих такие конструкты, как математическое ожидание, дисперсия, коэффициент вариации, и более сложных соотношений, определяющих, например, «главные компоненты».

Операция приписывания чисел эмпирическим свойствам регламентируется теоремой представления [15]. В соответствии с этой теоремой, при подборе какой-либо числовой системы для описания свойств необходимо показать, что эта числовая система гомоморфна или изоморфна эмпирической системе относительно рассматриваемых отношений и операций. Только в этом случае по отношениям чисел можно делать выводы об эмпирических отношениях. При этом система $(A, \{\rho_i\})$ называется эмпирической системой с отношениями, если множество A «состоит из эмпирических объектов и отношения ρ_i на A определены эмпирически» [12, с. 16].

Касаясь приведенного определения, заметим следующее. Под множеством A подразумевается не какой-либо конкретный набор, например, экспериментально исследованных материальных объектов, характеризующихся тем или иным проявлением свойства. Эмпирическая система с отношениями — это понятийная модель свойства, формулируемая в терминах экспериментальных операций и фиксирующая представления об общих особенностях данного свойства. Так, например, под A может подразумеваться множество всех возможных «весов» или «масс», которые могут быть присущи любым представителям класса материальных объектов, под ρ — бинарное отношение «легче», устанавливаемое эмпирическим путем.

Пусть \mathbf{A} — эмпирическая система с отношениями $\mathbf{A} = (A, \{\rho_i\})$, $\mathbf{B} = (B^k, \{\omega_i\})$ — k -мерная числовая система с отношениями, m — гомоморфизм \mathbf{A} в \mathbf{B} . Тогда тройка $sk = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, m)$ называется k -мерной шкалой.

Отображение $A \rightarrow B^k$ условиями гомоморфизма определяется не единственным образом. В общем случае можно говорить о классе SK шкал, отвечающих гомоморфным отображениям \mathbf{A} в данную числовую систему. Шкалы, принадлежащие к одному классу, называются эквивалентными, а сам класс SK — классом эквивалентных шкал. Формальных критериев для выбора единственной шкалы из класса эквивалентных нет.

Если задана шкала sk_0 , то класс SK может быть охарактеризован множеством таких отображений $\Gamma = \{\gamma\}$, что $\gamma(m_0(a))$ сохраняет гомоморфизм из \mathbf{A} в \mathbf{B} . Класс Γ называется классом допустимых преобразований этой шкалы. Например, класс допустимых преобразований шкалы для измерения длины представляет собой группу растяжений или, как говорят, шкала для

измерения длины единственна с точностью до постоянного положительного множителя. Это определяется произвольностью выбора эталона длины, т. е. единиц ее измерения. Существует и дополнительная неопределенность, связанная с тем, что условиями гомоморфизма числовая система с отношениями сама по себе определяется неоднозначно [12]. Этот аспект в дальнейшем не рассматривается. Для наших целей особый интерес представляет классификация шкал с учетом допустимых преобразований. Не вдаваясь в детали, заметим, что тип шкалы производных свойств зависит от особенностей шкал всех исходных свойств, начиная от эмпирических, и от особенностей отображений, используемых при введении конститутивных определений.

Шкалы, построенные с учетом наиболее детальных общепринятых представлений об особенностях рассматриваемого свойства, будем называть фундаментальными. Необходимо отметить, что вопрос о том, как использовать данную шкалу при проведении конкретных исследований, не затрагивает существа исходных определений, а является вопросом оценивания. В частности, значительная часть споров о «геологическом» времени и его соотношении с «физическими» или каким-либо другим затрагивает только чисто «измеренные» проблемы и не имеет отношения к исходному существу. Однако с учетом реальных экспериментальных возможностей измерение часто производится не в фундаментальных, а в других — оценочных, чаще всего загрубленных, шкалах. При рассмотрении той или иной шкалы весьма существенно, является ли она фундаментальной или оценочной.

Основными типами одномерных шкал, выделяемыми с учетом допустимых преобразований, являются следующие (x может быть вещественным или натуральным, области допустимых значений могут варьировать):

1. Абсолютная шкала. Класс допустимых преобразований включает только тождественное отображение $\gamma(x) = x$, или, иными словами, абсолютная шкала единственна с точностью до тождественного преобразования. В качестве примера свойства, которое может измеряться в подобной шкале, обычно приводится количество элементов в каком-либо множестве: число зерен в шлифе, число атомов в заданном теле и т. д. и т. п. Однако эти примеры характеризуют, скорее всего, свойства, измеряемые в шкале, единственной с точностью до положительного множителя [14], так как количество можно мерить парами, тройками и т. п. Вместе с тем в абсолютной шкале могут измеряться некоторые производные числовые характеристики.

2. Шкала отношений. Класс допустимых преобразований $\Gamma = \{\gamma(x) = \alpha x, \alpha \in R^1, \alpha > 0\}$, т. е. шкала единственна с точностью до растяжений. В этой шкале измеряется, например, масса, а также концентрации m_i/v и m_i/t . По поводу последней величины можно заметить, что с позиций геолога безразлично, как измерять содержание, например, золота: в граммах (или милли-

граммах) на тонну, весовых процентах, пенивейтах на тонну (или на пробирную тонну).

3. Шкала разностей. Она единственна с точностью до сдвигов: $\Gamma = \{\gamma(x) = x + \beta, \beta \in R^1\}$.

4. Шкала интервалов. $\Gamma = \{\gamma(x) = \alpha x + \beta, \alpha, \beta \in R^1, \alpha > 0, \beta \geq 0\}$. Шкала единственна с точностью до положительных линейных преобразований. Как известно, в этой шкале обычно измеряется температура.

5. Шкала порядка. Класс Γ включает любые отображения, не нарушающие порядка. Как правило, эта шкала выступает в качестве оценочной. Ее особенности подробнее рассматриваются дальше.

6. Шкала наименований. Она единственна с точностью до взаимно-однозначных преобразований. Числа выступают в качестве названий отдельных классов эквивалентности. Это, по существу, вырожденный случай шкал, к которому относятся некоторые числовые коды пород, минералов и т. п.

Операции со свойствами

Вопрос о том, какие производные характеристики можно вводить, во многих отношениях идентичен вопросу о том, какие можно строить функции от шкальных значений различных свойств, если эти построения не связаны с допустимыми преобразованиями или введением оценочных шкал.

В соответствии с устоявшейся точкой зрения, можно вводить любые утверждения о соотношении шкальных значений, если значения истинности этих утверждений инвариантны относительно допустимых преобразований шкал. Подобные утверждения называются адекватными. Соответственно, адекватность числовых утверждений определяется свойствами единственности числовых представлений. Так, например, если свойство x измеряется в шкале отношений, то адекватно утверждение $x_1 + x_2 = x_3$, где x_i ($i = 1, 2, 3$) — числовое значение, так как $\alpha x_1 + \alpha x_2 = \alpha x_3 \quad \forall \alpha \in R^1, \alpha > 0$. Это не означает, однако, что утверждение обязательно имеет конкретно-научный смысл. Даже если x экстенсивная величина, например масса, в одних случаях это утверждение может иметь смысл, а в других — нет. Иными словами, в рамках теории измерений речь идет об условиях необходимых, но недостаточных для получения осмысливших результатов. Если свойство x измеряется в шкале интервалов, то утверждение $x_1 + x_2 = x_3$ уже неадекватно, так как неверно, что $\alpha x_1 + \alpha x_2 + 2\beta = \alpha x_3 + \beta \quad \forall \alpha \in R^1, \alpha > 0$ и $\forall \beta \in R^1$. Вместе с тем адекватно утверждение $\sum_{i=1}^{n_1} x_i/n_1 = \sum_{j=1}^{n_2} x_j/n_2$, т. е. если не имеет никакого смысла утверждение о сумме температур в шкале Цельсия, то имеет смысл утверждение о соотношении средних температур.

Введение ограничений на характер числовых утверждений еще не определяет того, какие производные числовые характеристики, в том числе статистические, могут быть введены. В соответствии с общепринятой точкой зрения, обоснование которой очевидно, минимальное требование к вводимым функциям заключается в том, чтобы они были адекватны. При этом функция f , зависящая только от шкальных значений, называется адекватной, если из того, что $f(x_1^{(1)}, \dots, x_{n_1}^{(1)}) = f(x_1^{(2)}, \dots, x_{n_2}^{(2)})$, следует, что $f\{\gamma_1(x_1^{(1)}), \dots, \gamma_{n_1}(x_{n_1}^{(1)})\} = f\{\gamma_1(x_1^{(2)}), \dots, \gamma_{n_2}(x_{n_2}^{(2)})\}$ для любых допустимых преобразований шкал исходных свойств. Если значение $f(x_1, \dots, x_n)$ под действием допустимых преобразований остается постоянным, т. е. $f(x_1, \dots, x_n) = f\{\gamma_1(x_1), \dots, \gamma_n(x_n)\}$, то говорят, что функция f инвариантна относительно допустимых преобразований шкал. Инвариантность является наиболее сильной формой адекватности, и, очевидно, ее выполнение может требоваться только в рамках отдельных частных задач. Заметим также, что требование адекватности равносильно тому, чтобы производная характеристика измерялась, по крайней мере, в шкале наименований.

Наконец отметим, что, как явствует из приведенного, нельзя однозначно ответить на вопрос о том, какие операции можно производить со значениями свойств, измеряемых в шкалах различных типов. Как было показано, одни и те же шкальные значения в одних ситуациях можно, например, суммировать, а в других — нельзя. Возможность использования тех или иных операций определяется структурой конечных утверждений. Следовательно, рассматривая какие-либо свойства, нельзя априори однозначно сопоставить им «числовые признаковые пространства» с фиксированным перечнем операций, которые можно было бы использовать, не анализируя допустимость конечных результатов даже с формальных позиций. Это положение имеет большое методологическое значение, если, конечно, рассматриваемые свойства не измеряются в абсолютных шкалах.

*Операции с числовыми свойствами,
измеряемыми в шкалах отношений,
разностей и интервалов*

Недоучет отмеченных положений может приводить к получению ошибочных результатов даже при условии, если производятся операции со свойствами, исходно измеряемыми в шкале отношений. Если подобные свойства рассматриваются непосредственно, то адекватными являются все традиционно используемые характеристики одномерных и многомерных распределений, в том числе характеристики положения — математическое ожидание, мода, медиана; характеристики рассеяния — дисперсия и коэффициент вариации; характеристики связи — ковариация и

коэффициент корреляции и т. п. Однако, если строятся производные свойства, они уже могут измеряться в шкалах других типов, при этом некоторые их статистические характеристики могут терять свойство адекватности. Это можно показать на следующем примере.

Во многих работах, особенно по геохимии, утверждается, что в случае асимметричных распределений, близких к логарифмически нормальному, «все статистические операции следует производить не с содержаниями, а с их логарифмами» [1, с. 11]. Логарифмическое преобразование исходных данных может выполнять разные функции. С его помощью могут вводиться, во-первых, оценочные шкалы для исходных свойств и, во-вторых, новые формальные характеристики.

В первом случае оперирование логарифмами позволяет делать выводы лишь об отношениях порядка, в которых находятся исходные шкальные значения. Иными словами, путем логарифмирования вводится порядковая шкала для исходных свойств и подавляющая часть отношений, устанавливаемых при оперировании логарифмами, никоим образом не может быть перенесена на исходные данные. В частности, никакого отношения к исходным данным не имеют часто находимые оценки параметров логнормального распределения, что в геологической литературе было отмечено А. Б. Вистелиусом [3] еще в 1951 г., но зачастую игнорируется при проведении геохимических исследований. Лишь в редких случаях некоторые соотношения остаются инвариантными. Так, в случае логарифмически нормального распределения $\rho_{x-y} = 0 \Leftrightarrow \rho_{\log x - \log y} = 0$, где ρ — коэффициент корреляции.

Пусть $y = \log x$ (где x — содержание или другая величина, измеряемая в шкале отношений) рассматривается в качестве новой формальной характеристики, используемой при описании геологических объектов. С позиций теории измерений в этом случае со значениями $\log x$ можно производить любые операции, если в результате формулируются адекватные утверждения и последние не переносятся неоправданно на значения исходных свойств. Существенно, однако, что в отличие от исходной величины x характеристика $\log x$ измеряется не в шкале отношений, а в шкале разностей. Действительно, класс G допустимых преобразований $g(y)$ определяется соотношением $G = \{g(y) = \log(g(x)) = \log kx = \log k + \log x = r + y\}$, где $k \in R^1$, $k > 0$, т. е. $r \in R^1$. Подавляющая часть статистических характеристик, адекватных для x , остается адекватной и для $\log x$. Существуют, однако, и исключения.

В работе [16] при условии, если содержания распределены по закону, близкому к логарифмическициальному, рекомендуется характеризовать изменчивость с помощью коэффициента вариации $v_{\log x} = 100 \frac{\sigma_{\log x}}{\bar{x}_{\log x}} (\%)$, где $\sigma_{\log x}$ — стандартное отклонение

ние логарифмов содержаний, а $\overline{\log x}$ — математическое ожидание логарифмов содержаний (в случае выборок — соответствующие оценки). Конкретные результаты, полученные при вычислении значений $v_{\log x}$ в процессе обработки геохимических данных, приводятся в работе [8]. О наличии программ, которые после предварительного логарифмирования исходных данных производят стандартный статистический анализ, предусматривающий и нахождение коэффициентов вариации, сообщается в ряде инструкций и сборников алгоритмов. Однако коэффициент вариации $v_{\log x}$ в рассматриваемых условиях является неадекватной функцией исходных данных. Легко видеть, что если для двух множеств шкальных значений коэффициенты вариации $v^{(1)}_{\log x}$ и $v^{(2)}_{\log x}$ равны, то не следует, что будут равны и величины

$$\frac{100 \sigma^{(1)} \log x}{\log \bar{x}^{(1)} + r} \text{ и } \frac{100 \sigma^{(2)} \log x}{\log \bar{x}^{(2)} + r} \quad \text{для } \forall r \in R^1.$$

Иными словами, переходя от одной шкалы к другой, можно произвольно менять соотношения между значениями рассматриваемой характеристики, в связи с чем и введение последней для описания геохимической или иной изменчивости с позиций теории измерений неправомерно.

Операции со свойствами, измеряемыми в шкалах порядка

Как правило, шкалы порядка являются оценочными. Существенно, что о функциях, связывающих значения в оценочных и фундаментальных шкалах, не известно ничего, кроме того, что они монотонны. Обычно оценочные шкалы являются загруженными: при их введении производится группировка данных. Типичными примерами подобных порядковых шкал являются шкала твердости Мооса, шкалы, вводимые при кодировании результатов полукачественного спектрального анализа, а также шкалы, используемые при кодировании осадочных пород. На последнем случае остановимся детальнее, так как при его рассмотрении наиболее четко выявляются те опасности, которые связаны с использованием шкал порядка.

Результаты обработки числовых кодов осадочных пород приводятся в ряде работ [2, 4, 7, 11]. Основные идеи, лежащие в основе обработки кодов, сводятся к следующему.

Во-первых, считается, что кодовые, или ранговые, номера должны отражать интенсивность динамики природного процесса осадконакопления: «Ранговые номера могут быть выбраны произвольно, но если мы хотим геологически интерпретировать получаемые результаты, то распределение ранговых номеров по типам пород следует связывать с типами обстановок осадконакопления, при которых возникают породы. При исследовании обломочных пород следует распределять ранговые номера в за-

вистности от интенсивности динамики денудационных процессов. При этом конгломераты, образующиеся в наиболее подвижной среде, нужно обозначать наибольшим ранговым номером, следующие за ними пески получают меньший ранговый номер и так до глин» [7, с. 25]; «...цифровые значения кода могут быть произвольными, но ввиду того, что они призваны отражать геологическую сущность анализируемого процесса, систему кодирования желательно увязать со стандартной гранулометрической шкалой в соответствии с возрастанием или, наоборот, убыванием динамической активности среды осадконакопления» [11, с. 15].

Во-вторых, подчеркивается, что кодовые номера позволяют судить только об отношениях порядка: «хотя порядок нарастания кодовых значений пород и отвечает увеличению динамической подвижности среды в целом, однако отнюдь не отражает степени интенсификации скоростного режима этой среды» [11, с. 16]; «При ... ранжировании мы по данным качественных определений строим монотонную функцию состава от динамики осадконакопления. Мы не знаем точных значений функции...» [5, с. 4]. Более того, при введении кодов их значения ставятся в зависимость от чисто технических обстоятельств: «Ранговые номера выбраны так, что они просто делятся на семь, как это требуется при пользовании вычислительной схемой» [7, с. 27].

Наконец, в-третьих, постулируется, что полученные в результате кодирования «числовые последовательности могут быть обработаны как любая другая числовая последовательность» [6, с. 120]. В соответствии с этим постулатом при обработке кодовых номеров находятся средние арифметические и стандартные отклонения [7, с. 27], коэффициенты корреляции [2], различные характеристики функций, связывающих «арифметизированные составы» с положением пород в разрезе [4, 7, 11].

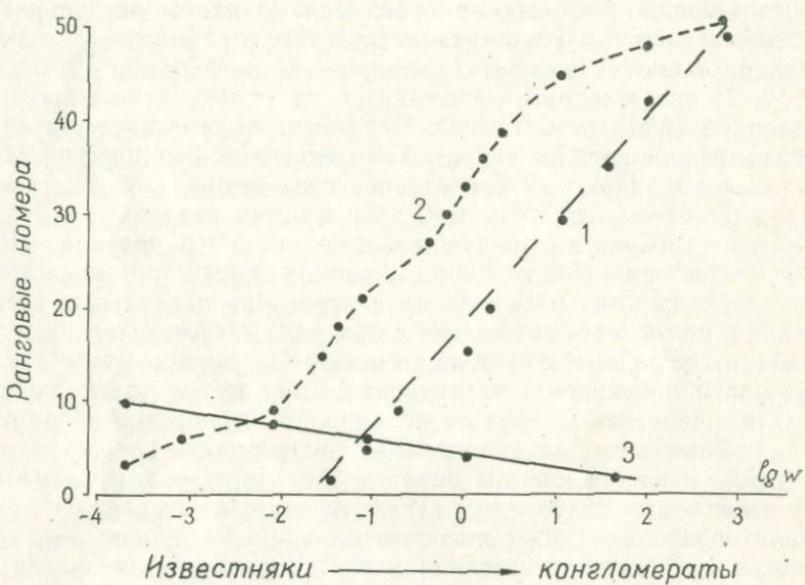
Предположим, что при введении использовавшихся кодов [2, 4, 11] первое (и соответственно второе) условие действительно выполняется, и рассмотрим, насколько правомерно с позиций теории измерений находить значения перечисленных величин. Легко видеть, что в рассматриваемом случае нельзя оперировать средними арифметическими (и математическими ожиданиями), так как они являются неадекватными функциями шкальных значений. Среди характеристик положения свойствами адекватности обладают лишь мода и медиана. Точно так же в рассматриваемом случае неадекватны стандартные отклонения и коэффициенты корреляции. Поэтому соответствующие результаты, приводимые в упоминавшихся работах, не имеют смысла с позиций теорий измерений.

Особо следует остановиться на вопросе о правомерности введения некоторых характеристик тех функций, которые описывают связь кодовых номеров с координатами пород, фиксирующими их положение в разрезе. Одной из основных задач является

при этом нахождение локальных экстремумов функций с целью последующей корреляции разрезов. В основе этой операции лежит в общем верное положение о том, что «при замене неизвестной нам монотонно возрастающей функции произвольной, но монотонной же функцией положение экстремальных точек не изменится» [5, с. 4]. При проведении большинства исследований экстремумы выделяются визуальным путем на основе анализа непосредственно кодовых номеров. Однако рядом исследователей предлагается, следуя «реалистическому принципу» [4, с. 63], предварительно сглаживать «эмпирические» функции. В работах [2, 7] сглаживание производится на основе использования 21-членной формулы Спенсера. Однако в рассматриваемом случае взвешенное среднее является неадекватной функцией шкальных значений. Поэтому проведение сглаживания может приводить к получению результатов, не имеющих реального смысла и, соответственно, не заслуживающих никакого доверия. При относительно простом строении разрезов, когда они представлены несколькими выдержаными пачками, проведение сглаживания на основе нахождения средних арифметических или взвешенных средних может лишь несколько затушевывать закономерности, однозначно устанавливаемые путем визуального анализа разрезов. В случае же сложнопостроенных разрезов, при изучении которых и предлагается проводить сглаживание, изменение исходной шкалы будет приводить к резкому изменению получаемых результатов. Поэтому никаких выводов об условиях образования рассматриваемых толщ на основе анализа положения локальных экстремумов и корреляции разрезов в этих условиях делать нельзя. В связи с последним можно указать на неправомерность всех генетических выводов, содержащихся в монографиях [4, 7]. Это же можно сказать и о работе [11], в которой использованная методика основывается на сравнении сумм (т. е. неадекватных функций) кодовых номеров.

Последние замечания касаются, по существу, вопросов, связанных с геологической интерпретацией результатов обработки кодовых номеров как характеристик, призванных отражать особенности динамики образования осадочных толщ. Для полноты рассмотрения следует поставить и другой вопрос: можно ли вообще на основе обработки кодовых номеров упоминавшимися методами производить изучение разрезов, рассматривая его как сугубо формальную операцию, в результате которой нельзя делать генетические заключения, но можно, например, сопоставлять разрезы с целью их корреляции? Подобное формальное изучение, приводящее хотя и к неинтерпретируемым с геологических позиций, но, по крайней мере, устойчивым результатам, как ясно из изложенного ранее, требует выполнения следующих условий. Во-первых, кодовые номера должны представлять собой функцию каких-либо числовых характеристик пород, имеющих четкий операциональный смысл, т. е. таких, которые могут

быть измерены либо экспериментальным путем, либо опосредованно, с помощью теоретических средств. Во-вторых, производная характеристика должна измеряться в шкалах таких типов, которые определяют адекватность среднего арифметического и среднего взвешенного. В настоящее время трудно указать какую-либо характеристику, имеющую операциональный смысл,



Соотношение между гидравлической крупностью частиц (w) и кодовыми номерами.

1 — по [4]; 2 — по [11]; 3 — по [2].

значения которой можно было бы однозначно восстановить, имея в активе лишь названия осадочных пород. С большой долей условности в качестве исключения можно рассматривать гидравлическую крупность частиц w [13]. Кодовые номера различных использовавшихся систем монотонно изменяются в зависимости от w , причем в некоторых случаях зависимость от $\lg w$ является практически линейной (случаи 1 и 3 на рисунке). Соответственно можно считать, что при использовании кодовых номеров последних типов вводятся формальные характеристики, измеряемые в шкале интервалов. В этих условиях средние взвешенные и средние арифметические являются адекватными функциями. Тем не менее результаты обработки, приводимые в монографиях [4, 7], не могут вызывать доверия в связи с тем, что при введении обсуждаемых кодов производится неравномерная группировка, что хорошо видно на рисунке. Невозможность получения в подобных условиях устойчивых оценок, например средних

арифметических, уже была отмечена в геологической литературе [3].

В заключение заметим, что вопросы адекватности различных функций от геологических данных имеют большое практическое значение. Их игнорирование может приводить, как показано, к получению результатов, с позиции теории измерений не имеющих смысла, особенно если рассматриваются свойства, измеряемые в шкалах порядка. Однако получение подобных результатов возможно и при исследовании свойств, измеряемых в «хороших» шкалах, таких, как шкала отношений. В частности, это может иметь место, если рассматривается совокупность разнокачественных свойств, не имеющих общих единиц измерения. В последнем случае неадекватны, например, многие утверждения, формулируемые в результате использования метода главных компонент на основе анализа ковариационных матриц. Вместе с тем нельзя заранее перечислить все ограничения на операции с числовыми свойствами. Эти ограничения должны анализироваться в процессе решения частных задач с учетом их конечных целей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беус А. А. Геохимия литосферы. М., Недра, 1972. 296 с.
2. Верба Ю. Л. Сопоставление разрезов готерив-нижнебарремских отложений юга Туаскыра методом скользящей корреляции. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1968, т. 150, с. 139—147.
3. Вистелиус А. Б. О состоянии обработки литологических наблюдений и мерах их улучшения. — Изв. АН СССР, сер. геол., 1951, № 3, с. 90—104.
4. Вистелиус А. Б. Материалы к литостратиграфии продуктивной толщи Азербайджана. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1961. 157 с.
5. Вистелиус А. Б. Проблемы математической геологии. Случайный процесс. — Геология и геофизика, 1963, № 12, с. 3—10.
6. Вистелиус А. Б. О методе обзора числовых совокупностей, спектрально-тектоническом анализе и характеристике волновых движений земной коры по И. А. Одесскому. — Геотектоника, 1975, № 1, с. 117—123.
7. Вистелиус А. Б., Романова М. А. Красноцветные отложения полуострова Челекен (литостратиграфия и геологическое строение). М.—Л., Изд-во АН СССР, 1962. 228 с.
8. Копылова Т. Н., Данюшевская А. И. О вероятностных статистических закономерностях распределения битумов в осадочных породах. — Труды НИИГА, 1967, т. 149, с. 145—149.
9. Крамбайн У., Кауфман М., Мак-Кеммон Р. Модели геохимических процессов. М., Мир, 1973. 149 с.
10. Нечаев В. И. Числовые системы. М., Просвещение, 1975. 200 с.
11. Одесский И. А. Волновые движения земной коры. Л., Недра, 1972. 208 с.
12. Пфаизагль И. Теория измерений. М., Мир, 1976. 248 с.
13. Романовский С. И. Седиментологические предпосылки, постановка и методы решения литологических задач. — В кн.: Методы теоретической геологии. Л., Недра, 1978, с. 94—117.
14. Стивенс С. С. Математика, измерение и психофизика. — В кн.: Экспериментальная психология. Т. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1960, с. 19—89.

15. Суллес П., Зиннес Дж. Основы теории измерений.— В кн.: Психологические измерения. М., Мир, 1967, с. 9—110.
16. Толстой М. И., Остапчук И. М. О вариационно-статистической обработке результатов изучения вещественного состава горных пород.— Разведка и охрана недр, 1962, № 5, с. 23—29.

УДК 519 : 552.5

И. Д. Македон, С. И. Романовский, Л. Д. Ручейкова

НОВЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДРОБНЫХ СИТОВЫХ АНАЛИЗОВ

Дробные ситовые анализы (19- и 38-фракционные) все шире внедряются в практику литологических исследований. На их основе разрабатываются методы фациальных и палеогеографических реконструкций — так называемые генетические диаграммы — и даже делаются попытки восстановить гидродинамику среды осадконакопления.

Хорошо известно, что гранулометрический состав пород является наиболее чутким индикатором гидродинамических условий седиментогенеза [1]. Этот вывод сделан на основе детального изучения современных осадков, отложенных в различных с гидродинамических позиций обстановках: русла рек, прибрежные зоны открытых морей, зоны действия активных донных течений и мутьевых потоков и т. п. Поэтому, казалось бы, что, оценив те конкретные характеристики фракционной структуры осадков (например, медианный либо средний размер зерен, стандартное отклонение от среднего, асимметрию, эксцесс и т. д.), которые наиболее устойчиво разделяют современные обстановки осадконакопления, можно найти надежные разделяющие пары этих характеристик и, построив «генетические диаграммы», с их помощью диагностировать обстановки и условия седиментогенеза геологического прошлого. Но задача оказалась не такой простой, как это может показаться на уровне чисто логических рассуждений. Весь многолетний опыт использования «генетических диаграмм» как советскими, так и зарубежными исследователями показал, что фациальные реконструкции на их основе в целом ненадежны.

Не останавливаясь более детально на всех теневых сторонах «генетических диаграмм», которым была посвящена специальная статья одного из авторов [3], отметим, что неудачи их использования в какой-то мере связаны с несовершенной методикой дробного ситового анализа и некорректными способами обработки его результатов.

Действительно, ситовой анализ — единственный из всех видов аналитических работ, используемых в геологической науке, который самой своей «природой» наилучшим образом приспособлен к обработке строгими статистическими методами. Резуль-

татом анализа, как известно, является последовательность фракций, каждой из которых приписано определенное содержание частиц, т. е., иными словами, каждый гранулометрический анализ представляет собой статистический ряд распределения частиц по размерам. Поэтому и его обработка должна вестись строгими статистическими методами с учетом особенностей, присущих этому ряду. Особенности эти литологам хорошо известны, но их учет существенно усложняет вычислительные процедуры. Поэтому на них «закрывали глаза» и, получая новые высококачественные дробные ситовые анализы, оценку статистических характеристик вели по тем же формулам, которые использовались и при шестифракционных анализах и которые не зависели от конкретной вероятностной функции распределения частиц. Это, естественно, снижало достоверность получаемых результатов и, как следствие, подрывало доверие к «генетическим диаграммам».

Предлагаемая методика обработки дробных ситовых анализов опирается на следующие факты:

1) Гранулометрический анализ должен быть представлен не в процентах по массе фракций, а в числе зерен, поскольку в противном случае попытка интерпретации экспериментальных данных в терминах функции распределения размера зерен оказывается несостоятельной.

2) Оценивается всегда плотность вероятности непрерывной случайной величины (размер частиц), хотя техника анализа сводится к получению ряда распределения дискретной величины (число зерен, попадающих в соответствующую фракцию).

3) Сам способ производства дробных ситовых анализов приводит к усеченному ряду распределения частиц по размерам. Точками усечения являются: 2 мм (в области верхней границы песчаных зерен) и левый «хвост распределения» — $<0,05$ мм. Это обстоятельство необходимо учитывать при оценке параметров эмпирических распределений.

4) Дробный ситовой анализ практически всегда фиксирует полимодальное распределение частиц, возникающее благодаря дефицитам на рубеже некоторых фракций. Следовательно, эмпирическое распределение размеров зерен представляет собой суперпозицию нескольких одномодальных функций, что также должно учитываться соответствующими расчетными формулами*.

5) Проверка статистических гипотез (например, о виде функции распределения случайного размера частиц), осложненная перечисленными выше особенностями, требует осторожного ис-

* Заметим, кстати, что для полимодальных функций такие понятия, как «асимметрия» и «эккесс» (мера остротершинности распределения), теряют свой наглядный смысл, хотя их оценка формально допустима и для этих функций.

пользования критерииев согласия вследствие ошибок, могущих возникать из-за «излишне представительной» выборки.

Рассмотрим далее предлагаемую нами методику.

Пересчет масс фракций на число зерен

В отсутствие методов непосредственного (прямого) счета частиц литологи уже делают попытки перейти к гранулометрическим анализам, преобразованным из традиционных с помощью так называемого косвенного счета [2]. Однако эта паллиативная процедура, как легко понять, не может привести к требуемым результатам. Действительно, при аппроксимации зерен разного размера шарами радиуса r_i пересчет осуществляется по формуле

$$n_i = \frac{m_i}{\rho} \frac{1}{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{x_{i-1} + x_i}{4} \right)^3}, \quad (1)$$

где n_i — число частиц i -й фракции; m_i — масса зерен i -й фракции; ρ — плотность частиц; $\frac{x_{i-1} + x_i}{2} = r_i$ — средний размер частиц i -й фракции. ρ обычно принимается равным 2,7 г/см³, что соответствует плотности кварца, тогда как такое приближение оправданно только для мономинеральных зерен хорошо отмытого кварцевого песка. При переходе к более тонким фракциям содержание кварца резко понижается, что в целом искажает действительную картину. Кроме того, аппроксимацию зерен шарами можно считать более или менее оправданной также только для крупных фракций (>1 мм). Более же мелкие зерна всегда имеют уплощенную форму. Можно, правда, аппроксимировать и не шарами, а, например, кубами или эллипсоидами. Но и эти приближения нельзя рекомендовать для всего набора фракций. Помимо этого, «косвенный счет» не дает возможности оценить погрешность метода, а есть все основания полагать, что погрешность окажется значительной. Если же учесть, что критерии согласия очень чутко реагируют на ошибки в оценке числа попаданий зерен в разные интервалы (фракции) при условии «излишне представительных» выборок (подробнее об этом в конце статьи), то в сочетании с исходными погрешностями «косвенного счета» результаты проверки статистических гипотез о виде функции распределения и оценке ее параметров должны оказаться неконтролируемо искаженными.

Однако, несмотря на эти рассуждения, мы все же произвели пересчет большого числа дробных ситовых анализов из весовых процентов на число зерен. Как и следовало ожидать, результат оказался неудовлетворительным: резко смешались моды распределения и дефицитные фракции, а число частиц, попадавших в модальные фракции, достигало таких величин, что аппроксимация этого распределения какой-либо вероятностной функцией,

в частности логнормальной или Вейбулла, становилась невозможной. Поэтому мы предлагаем отказаться от методики «косвенного счета» и перейти на точный, т. е. непосредственный, счет частиц, который может базироваться, к примеру, на использовании лазерной техники.

Оценка параметров непрерывного распределения по сгруппированным данным

Пусть x_i — i -я фракция дробного ситового анализа ($i = \overline{1, m}$). Вероятность попадания частицы в i -ю фракцию задается выражением $p_{i, \theta} = P^{\theta} \{x = x_i\}$, где θ — параметры функции распределения $F_{\theta}(x)$. Найти статистические характеристики распределения $F_{\theta}(x)$ — это прежде всего дать оценки $\hat{\theta}$ его параметрам. Такие оценки будем искать с помощью метода максимального правдоподобия. Максимально правдоподобной оценкой параметра θ распределения $F_{\theta}(x)$ называется такое значение $\hat{\theta}$, которое максимизирует функцию правдоподобия $L(x, \theta) = \prod_{i=1}^m f(x_i, \theta)$.

В нашем случае эта функция будет иметь вид

$$\ln L(x, \theta) = \sum_{i=1}^m n_i \ln p_i(\theta). \quad (2)$$

С учетом закона распределения выражение (2) перепишется в виде

$$\ln L(x, \theta) = \sum_{i=1}^m n_i \ln [F(x_i, \theta) - F(x_{i-1}, \theta)], \quad (3)$$

где x_i и x_{i-1} — границы i -й фракции.

Оценка параметров непрерывного усеченного распределения

Дробный ситовой анализ имеет усеченный ряд распределения. Это означает, что существует такой интервал $[a, b]$, который ограничивает точками a и b область допустимых значений случайной величины. Не умаляя общности, можно положить $a = x_k$ и $b = x_l$, т. е. предположить, что точки усечения совпадают с границами фракций. Усеченная функция распределения запишется в виде

$$\tilde{F}(a, b, x, \theta) = \begin{cases} \frac{F(x, a) - F(a, \theta)}{F(b, \theta) - F(a, \theta)}, & x < a \\ 1, & x > b \end{cases}, \quad a \leq x \leq b. \quad (4)$$

Заметим, что необходимость рассмотрения усеченных распределений возникает не только вследствие специфики ситового анализа. Их целесообразно изучать и тогда, когда нужно детально

исследовать поведение функции на некотором ограниченном участке.

Функция правдоподобия для оценки параметров усеченного распределения по сгруппированным данным запишется в виде

$$\ln L_{kl}(\theta) = \sum_{s=k}^l n_s \ln [F(x_s, \theta) - F(x_{s-1}, \theta)] - N \ln [F(b, \theta) - F(a, \theta)], \quad (5)$$

где $N = \sum_{s=k}^l n_s$ — общее число зерен в анализе. Для получения искомых оценок требуется приравнять к нулю производные функции правдоподобия по параметрам θ , т. е. решить уравнение вида

$$\sum_{s=k+1}^l n_s \frac{\nabla F_{i,\theta} - \nabla F_{i-1,\theta}}{F_{i,\theta} - F_{i-1,\theta}} = N \frac{\nabla F_{b,\theta} - \nabla F_{k,\theta}}{F_{b,\theta} - F_k}, \quad (6)$$

где $\nabla F_{i,\theta}$ — вектор производных по параметрам θ с компонентами $\frac{\partial F(x_i, \theta)}{\partial \theta_\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, v$; v — количество параметров θ).

Однако найти корни уравнений такой структуры при оценке параметров конкретных распределений по методу максимального правдоподобия очень сложно, даже если иметь в виду численные методы решения алгебраических уравнений. Действительно, если попытаться оценить таким путем параметры логарифмически нормального распределения, то система уравнений будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \sum_{s=k+1}^l n_s \frac{f_s(\mu, \sigma) - f_{s-1}(\mu, \sigma)}{\Phi_s(\mu, \sigma) - \Phi_{s-1}(\mu, \sigma)} &= N \frac{f_l(\mu, \sigma) - f_k(\mu, \sigma)}{\Phi_l(\mu, \sigma) - \Phi_k(\mu, \sigma)}, \\ \sum_{s=k+1}^l n_s \frac{f_s(\mu, \sigma) (\ln x_s - \mu) - f_{s-1}(\mu, \sigma) (\ln x_{s-1} - \mu)}{\Phi_s(\mu, \sigma) - \Phi_{s-1}(\mu, \sigma)} &= \\ &= N \frac{f_l(\mu, \sigma) (\ln x_l - \mu) - f_k(\mu, \sigma) (\ln x_k - \mu)}{\Phi_l(\mu, \sigma) - \Phi_k(\mu, \sigma)}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$f_s(\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(\ln x_s - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\},$$

$$\Phi_s(\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\ln x_s - \mu}{\sigma}} e^{-t^2/2} dt, \quad \theta = (\mu, \sigma).$$

Поэтому для нахождения максимума функции правдоподобия мы использовали методы нелинейного программирования, что дало возможность оценить и параметры усеченных распределений (по сгруппированным данным) четырех типов: экспоненциального, нормального, логнормального и Вейбулла. Функции правдоподобия этих распределений сведены в таблицу.

Оценка параметров полимодального распределения

Мы уже отмечали, что гистограмма распределения частиц по фракциям, являющаяся результатом дробного ситового анализа, обычно имеет несколько отчетливо выраженных максимумов. Естественно поэтому попытаться описать ее при помощи некоторой полимодальной функции. В качестве таковой можно (но не обязательно) использовать линейную комбинацию стандартных, или классических, плотностей вероятности (см. таблицу). Тогда искомую функцию можно представить в виде

$$f(x, \theta) = \sum_{t=1}^r f_t(x, \theta_t) \gamma_t, \quad (8)$$

где r — число мод у функции; $f(x, \theta)$ — число максимумов гистограммы гранулометрического анализа; θ_t — параметры t -й классической функции; γ_t — неопределенные множители, на которые наложено условие $\sum_{t=1}^r \gamma_t = 1$, $\gamma_t > 0$. Мы использовали $\gamma_t = \frac{1}{r}$.

Проверка статистической гипотезы о виде функции распределения частиц по размерам при условии «избыточно представительных» выборок

Данная гипотеза может проверяться с помощью критерия χ^2 Пирсона, который для усеченных распределений записывается в виде

$$\chi^2_q = \frac{N}{F(b, \theta) - F(a, \theta)} \sum_{s=k+1}^l \frac{[\Delta F(x_s, \theta) - [F(b, \theta) - F(a, \theta)] v_s]^2}{\Delta F(x_s, \theta)}, \quad (9)$$

где $\Delta F(x_s, \theta) \equiv F(x_s, \theta) - F(x_{s-1}, \theta)$; $q = l - k - p - 1$ — число степеней свободы при оценке p параметров; $v_s = \frac{n_s}{N}$; N — общее число частиц; n_s — число частиц в s -й фракции; l — число фракций. Использование этого критерия для очень представительных выборок, каковыми являются результаты дробных ситовых анализов, сопряжено с определенными трудностями.

Действительно, при обращении к критерию χ^2 обычно предполагается, что значения случайной величины (в нашем случае — размер зерна) измеряются точно и точно же известно, сколько значений этой величины попадает в определенный интервал группирования (в нашем случае — число частиц в s -й фракции). Такое предположение оправданно лишь тогда, когда реальная погрешность измеряемой величины много меньше интервалов группирования. В противном случае появляется неопределенность в отнесении «истинного» размера зерна к некоторой фракции. При этом возникают ошибки dp_i . В дробном ситовом анализе определение количества зерен в каждой фрак-

Функции правдоподобия для оценки параметров

Распределение	Параметры распределения θ	Плотность вероятности $f(x, \theta)$
Нормальное	$\mu, \sigma > 0$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
Логарифмически нормальное, $x > 0$	$\mu, \sigma > 0$	$\frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$
Экспоненциальное, $x > 0$	$\theta > 0$	$\theta e^{-\theta y}$
Вейбулла, $x > 0$	$\theta > 0, \beta > 0$	$\beta\theta x^{\beta-1}e^{-\theta x^\beta}$

$$\Phi(u) — \text{интеграл вероятности: } \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-t^2/2} dt.$$

ции сопряжено с ошибками, роль которых, как будет показано ниже, существенно возрастает с увеличением представительности выборки.

Мы не будем приводить подробных выкладок. Отметим лишь, что предварительный анализ показывает, что вычисленные при наличии погрешностей Δn_i значения χ^2 могут отличаться от истинных на величину порядка $\delta\chi^2 \sim \varepsilon^2 N$, где ε — относительная погрешность измерения: $\varepsilon \sim \frac{\Delta n_i}{n_i}$. Как известно, если проверяемая гипотеза H_0 истинна, а исходные данные вычислены без ошибок, то значения χ^2 не зависят от объема выборки (следствие закона больших чисел). В то же время $\delta\chi^2$ линейно возрастает с ростом N и при $N \gg \frac{1}{\varepsilon^2}$ оказывается $\delta\chi^2 \gg \chi^2$. Таким образом, при наличии относительных ошибок $\varepsilon \sim 1\%$ и объеме выборки $N \gg 10^4$ применение критерия χ^2 в его классическом виде теряет смысл из-за недостаточной точности измерений. Можно лишь утверждать, что при $\chi^2 \leq \varepsilon^2 N$ результаты ситового анализа не дают оснований отвергнуть гипотезу H_0 . В то же время, если

Функция правдоподобия $L_{k,l}(\theta)$

$$\sum_{s=k+1}^l n_s \ln \left[\Phi \left(\frac{x_s - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{x_{s-1} - \mu}{\sigma} \right) \right] - N \ln \left[\Phi \left(\frac{b - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{a - \mu}{\sigma} \right) \right]$$

$$\sum_{s=k+1}^l n_s \ln \left[\Phi \left(\frac{\ln x_s - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\ln x_{s-1} - \mu}{\sigma} \right) \right] - N \ln \left[\Phi \left(\frac{\ln b - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\ln a - \mu}{\sigma} \right) \right]$$

$$\sum_{s=k+1}^l n_s \left[e^{-\theta x_{s-1}} - e^{-\theta x_s} \right] - N \ln \left[e^{-\theta a} - e^{-\theta b} \right]$$

$$\sum_{s=k+1}^l n_s \ln \left[e^{-\theta x_{s-1}^\beta} - e^{-\theta x_s^\beta} \right] - N \ln \left[e^{-\theta a^\beta} - e^{-\theta b^\beta} \right]$$

функция «истинного» распределения отличается от гипотетической настолько, что $|n_i - p_i N| \gg \Delta n_i$, то вычисленное значение χ^2 будет удовлетворять неравенству $\chi^2 \gg \epsilon^2 N$.

Все это означает, что при определении по результатам дробного ситового анализа числа частиц в каждой фракции с ошибкой порядка $\Delta n_i \sim \epsilon N$ проверка гипотезы о виде функции распределения частиц по размерам с помощью критерия χ^2 сводится к следующим случаям:

1) $\epsilon^2 N \ll 1$. Следовательно, ошибка в определении числа зерен в каждой фракции невелика и критерий χ^2 используется в классическом варианте.

2) $\epsilon^2 N \gg 1$. Точность подсчета числа частиц недостаточна для использования критерия χ^2 . В этом случае возможны два предельных варианта, приводящих к разным выводам относительно гипотезы H_0 :

а) $\chi^2 \gtrsim \epsilon^2 N$. Нет оснований отвергать гипотезу H_0 .

б) $\chi^2 \gg \epsilon^2 N$. Гипотеза H_0 отвергается.

Рассмотрим далее некоторые иллюстрации развитой выше теории.

А. На рис. 1 приведена гистограмма дробного ситового анализа, выполненного в режиме счета частиц. Причем известно, что эта гистограмма аппроксимируется усеченным логнормальным законом с параметрами $\mu = 0$ и $\sigma = 1,2$. Проверим, насколько изложенный здесь метод чувствительней традиционных способов оценки параметров. Если оценить параметры μ и σ по

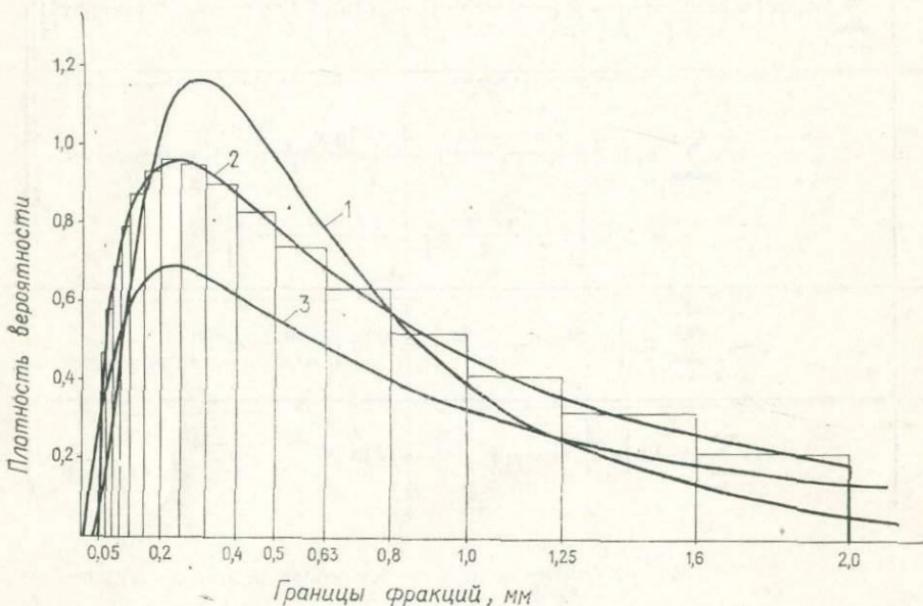


Рис. 1. Аппроксимация гистограммы дробного ситового анализа к примеру A.

1 — плотность неусеченного логнормального распределения ($\mu = 0,54$, $\sigma = 0,81$); 2 — плотность усеченного логнормального распределения ($\mu = 0$, $\sigma = 1,2$); 3 — плотность неусеченного логнормального распределения ($\mu = 0$, $\sigma = 1,2$).

формулам для неусеченного логнормального распределения, то получим: $\mu = -0,541 \pm 0,001$, $\sigma = 0,812 \pm 0,001$, а значение χ^2 -критерия оказывается равным 13,612. Результат неудовлетворительный. Если же учесть факт усеченности распределения и оценивать параметры по формулам, являющимся решением уравнений (7), то получим: $\mu = 0 \pm 0,003$, $\sigma = 1,2 \pm 0,002$, $\chi^2 = 0,003$.

Представляет определенный интерес (в качестве фактического доказательства справедливости приведенных выше рассуждений против методики «косвенного счета») сравнение полученного результата с оценками среднего значения \bar{x} и стандартного отклонения s , которые были бы найдены, если бы обрабатывался анализ, выполненный в традиционной форме (в процен-

так по массе зерен). Для этого найдем оценки математического ожидания E и стандартного отклонения s исследуемой случайной величины: $E = \exp\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) = 0,487$, $s = E(e^{\sigma^2} - 1) = 1,568$. Далее пересчитаем числа зерен n_i на массы фракций m_i по формуле (1), после чего найдем оценки среднего размера зерен и

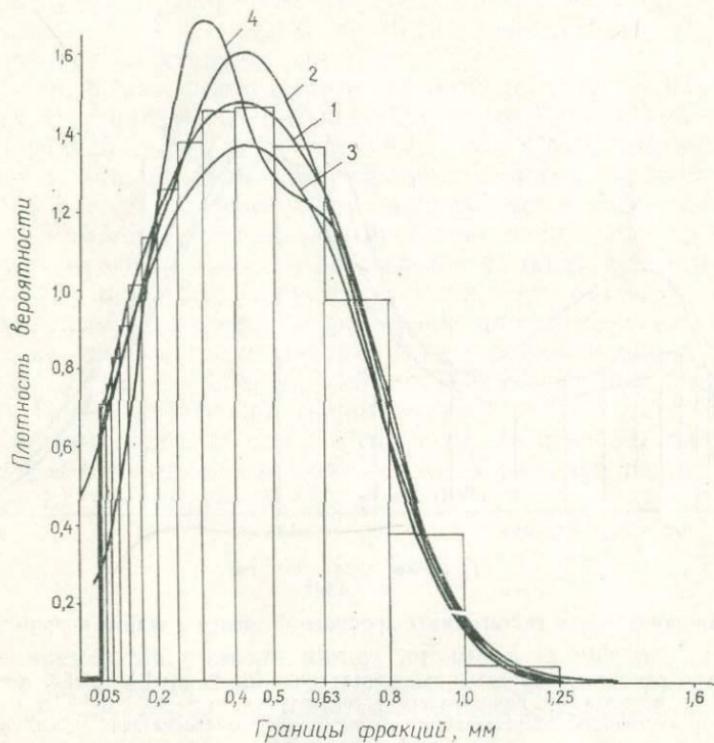


Рис. 2. Аппроксимация гистограммы дробного ситового анализа к примеру Б.

1 — плотность усеченного одномодального четырехпараметрического распределения ($\mu_1=0,25$, $\mu_2=0,6$, $\sigma_1=\sigma_2=0,2$); 2 — плотность усеченного нормального распределения ($\mu=0,42$, $\sigma=0,27$); 3 — плотность неусеченного четырехпараметрического распределения ($\mu_1=0,25$, $\mu_2=0,6$, $\sigma_1=\sigma_2=0,2$); 4 — плотность неусеченного четырехпараметрического распределения ($\mu_1=0,29$, $\sigma_1=0,13$, $\mu_2=0,64$, $\sigma_2=0,18$).

стандартного отклонения от среднего по формулам: $\bar{x} = \sum_{i=1}^N x_i^* \mu_i = 1,479$, $s = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i^* - \bar{x})^2 \mu_i} = 0,365$, где $x_i^* = \frac{1}{2} (x_{i-1} + x_i)$; $\mu_i = m_i / \sum_{i=1}^N m_i$. Сравнение полученных значений \bar{x} и s с оценками параметров логнормального распределения $\mu = 0$ и

$\sigma = 1,2$ подтверждает непригодность использования масс фракций для получения выводов о характере распределения частиц по размерам.

Б. Второй пример иллюстрирует чувствительность нашего метода к аппроксимации эмпирических распределений частиц по размерам (гистограмм), определенным вероятностным законом.

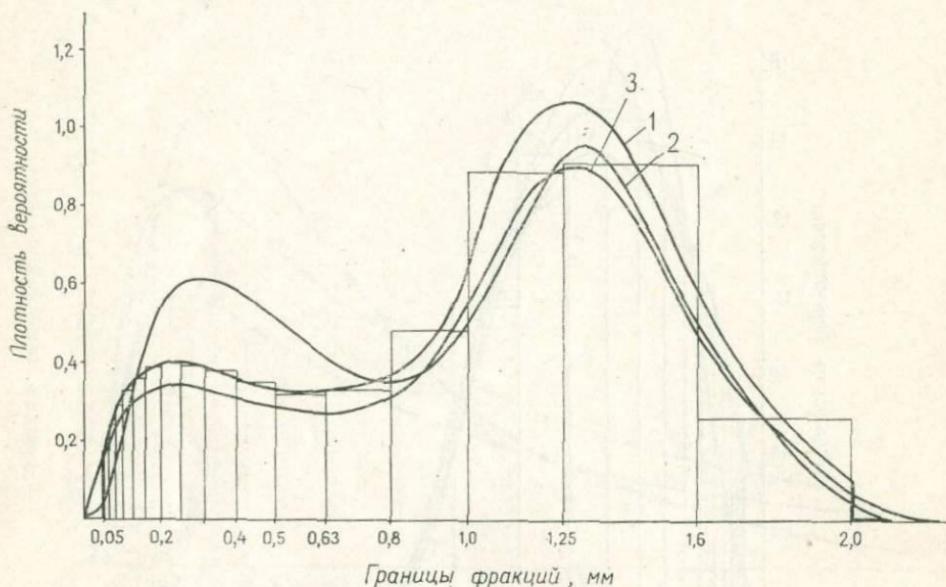


Рис. 3. Аппроксимация гистограммы дробного ситового анализа к примеру В.

1 — плотность усеченного бимодального распределения ($\mu_1=0$, $\sigma_1=1,2$, $\mu_2=1,3$, $\sigma_2=0,25$);
2 — плотность неусеченного бимодального распределения ($\mu_1=-0,58$, $\sigma_1=0,78$, $\mu_2=1,33$, $\sigma_2=0,24$); 3 — плотность неусеченного бимодального распределения ($\mu_1=0$, $\sigma_1=1,2$, $\mu_2=1,3$, $\sigma_2=0,25$).

На рис. 2 приведена гистограмма дробного ситового анализа, имеющая вид унимодальной колоколообразной функции. На первый взгляд кажется, что удовлетворительной аппроксимацией будет нормальный закон распределения. На самом деле такой эффект возникает из-за того, что данное распределение является суммой двух нормальных функций с параметрами (μ_1, σ) и (μ_2, σ) . Если $|\mu_1 - \mu_2| > 2\sigma$, то распределение будет отчетливо двумодальным. Если $|\mu_1 - \mu_2| \leq 2\sigma$, то график этой функции распределения внешне похож на колоколообразную кривую нормального закона. И все же при $|\mu_1 - \mu_2| \gtrsim 2\sigma$ распределение частиц по размерам не может быть приближено нормальным законом, что и демонстрирует данный пример.

Итак, исходное распределение частиц аппроксимируется суммой двух нормальных функций распределения с параметрами

$\mu_1 = 0,25$, $\mu_2 = 0,6$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,2$. Предлагаемый метод реализован в данном случае в трех вариантах:

а) Гистограмма приближается усеченным нормальным законом. Тогда оценками параметров являются: $\mu = 0,420$, $\sigma = 0,272$ и $\chi^2 = 6 \cdot 10^4$. Результат неудовлетворительный.

б) Гистограмма приближается суммой двух неусеченных нормальных законов распределения. Тогда оценки параметров следующие: $\mu_1 = 0,291$, $\mu_2 = 0,636$, $\sigma_1 = 0,134$, $\sigma_2 = 0,175$ и $\chi^2 = 3 \cdot 10^4$. Результат неудовлетворительный.

в) Гистограмма приближается суммой двух усеченных нормальных функций распределения. Оценками параметров являются: $\mu_1 = 0,25$, $\mu_2 = 0,6$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,2$ и $\chi^2 = 0,162$. Идеальное согласие с эмпирическим распределением частиц по размерам.

В. На рис. 3 показана двумодальная гистограмма, являющаяся композицией логнормального закона распределения с параметрами $\mu_1 = 0$ и $\sigma_1 = 1,2$ и нормальной функции с параметрами $\mu_2 = 1,3$ и $\sigma_2 = 0,25$. Требуется проверить эту статистическую гипотезу. Если проверять по формулам для неусеченных распределений, то оценками максимального правдоподобия параметров будут: $\mu_1 = -0,58$, $\mu_2 = 1,33$, $\sigma_1 = 0,777$, $\sigma_2 = 0,238$ и $\chi^2 = 6 \cdot 10^4$. Результат неудовлетворительный.

А вот итог проверки той же гипотезы, но с использованием формул для оценки параметров усеченных распределений: $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 1,3$, $\sigma_1 = 1,2$, $\sigma_2 = 0,25$ и $\chi^2 = 0,0001$.

Выводы

1. Современный уровень наших знаний о процессах, приводящих к специфическим распределениям частиц по размерам, требует строгих и обоснованных методов оценки статистических характеристик эмпирических распределений.

2. Для решения генетических задач с использованием оценок параметров эмпирических распределений частиц, являющихся также основой для построения «генетических диаграмм», необходимо использовать дробные ситовые анализы, выполненные в режиме счета частиц, а не преобразованные методом «косвенного счета» из традиционных.

3. Наиболее надежные результаты получаются в том случае; если при оценке статистических характеристик распределений зерен учтен факт усеченности и полимодальности гистограммы.

4. Для оценки параметров «хвосты распределения», т. е. ряд фракций грубого песка и алеврита, ненадежны, и без их учета (дополнительное усечение распределения) параметры оцениваются более точно. Из этого следует, что при выполнении дробных ситовых анализов такие фракции непосредственным счетом оценивать нецелесообразно.

Вычислительная программа для ЭВМ «Минск-32» (авторы Н. И. Гуреев и Л. Д. Ручейкова) реализует описанный алгоритм за 1—2 мин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миддлтон Г. В. Возникновение логнормального распределения частот в осадках.— В кн.: Вопросы математической геологии. Л., Наука, 1968, с. 37—45.
2. Рожков Г. Ф., Куликов В. Д. Методика автоматической обработки результатов дробного ситового анализа.— Труды ВНИГРИ, 1975, вып. 372, с. 94—126.
3. Романовский С. И. Гранулометрия осадочных образований и фациональные реконструкции.— Изв. АН СССР, сер. геол., 1975, № 5, с. 116—125.

УДК 550.42 : 546 : 551.73/.76/571.63

*А. Н. Олейников, С. М. Тащи, Ю. К. Бурков,
Е. Б. Паевская*

О КЛАССИФИКАЦИИ ГЕОХИМИЧЕСКИХ АССОЦИАЦИЙ ПРИ ЛИТОЛОГО-СТРАТИГРАФИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

При геохимическом изучении разрезов осадочных толщ давно используется метод многократной корреляции Ю. К. Буркова [1], позволяющий выявлять ассоциации химических элементов. Сравнение этих ассоциаций с типичными для определенных географических, климатических и фациальных условий седиментации позволяет судить об условиях развития осадочного бассейна. При этом, однако, нередко возникают трудности, связанные с большим разнообразием реально выявляемых геохимических ассоциаций. Преодолению такого рода трудностей способствует предлагаемый авторами алгоритм эмпирической классификации геохимических ассоциаций, методические возможности которого иллюстрируются на примере изучения отложений морского бассейна, существовавшего на территории Южного Приморья в конце палеозойской — начале мезозойской эры*.

По трем разрезам, вскрывающим верхнепермские и нижнемезозойские образования района,— на побережье бухты Неизвестной (п-ов Трудный), на п-ове Дунай (мыс Голый) и по р. Артемовке было отобрано 345 проб, характеризующих 11 стратиграфических подразделений верхней перми, нижнего триаса и низов анизийского яруса среднего триаса. Для каждого стратиграфического уровня брались образцы пород, доминирующих в разрезе. Полученный материал был проанализирован в спектральной

* Исследования выполнялись в соответствии с планом работ по проекту № 106 «Пермо-триасовая стадия геологической эволюции» Международной программы геологической корреляции.

лаборатории Приморского территориального геологического управления методом просыпки.

В разрезе по побережью бухты Неизвестной был изучен геохимический режим четырех последовательно перекрывающих друг друга толщ (отбор проб производился через 5 м):

1. Чандалазская свита (верхняя часть). Горизонтально-слоистые алевролиты с включениями пирита и многочисленными мергельными конкрециями (139 м).

Определенных остатков фауны данная толща не содержит. В самой верхней ее части известны остатки растений *Paracalamites* sp., *Carpolites* sp. В 125 м ниже подошвы рассматриваемой толщи в сходных по составу алевролитах чандалазской свиты встречены остатки аммонидей *Neogeoceras* (?) sp. По стратиграфическому положению, а также на основании находок в нижней части чандалазской свиты комплекса фораминифер и мшанок возраст рассматриваемых отложений датируется как P_2^1 .

2. Людянзинская свита (нижняя подсвита). Алевролиты с маломощными прослойями и линзами галечников, гравелитов и известковистых песков; в верхней части разреза — единичные маломощные прослои витрокластических туффитов (162,7 м).

В нижней части подсвиты известны остатки фораминифер, мшанок, морских лилий и сфинктоэй, позволяющие датировать эту часть разреза как верхи верхней перми [3]. В верхах толщи встречены остатки растений *Paracalamites* sp., *Pecopteris* sp., *Carpolites* sp.

3. Верхнелюдянзинская подсвита (нижняя часть). Представлена преимущественно мелкозернистыми песчаниками (117 м). Органические остатки неизвестны.

4. Верхнелюдянзинская подсвита (верхняя часть). Алевролиты с маломощными прослойями и линзами галечников, гравелитов и известковистых песков (55 м). Определенных органических остатков не обнаружено.

Б. А. Иванов и В. П. Уткин [2] относили отложения, рассматриваемые С. М. Тащи в качестве верхнелюдянзинской подсвиты (толщи 3 и 4), к триасу. Таким образом, имелась необходимость проверки справедливости этого предположения.

В разрезе по левому берегу долины р. Артемовки (у с. Новохатуничи) было опробовано четыре стратиграфических горизонта:

5. Толща алевролитов (170 м). Отбор проб через 5 м. В подстилающих данную толщу отложениях известны остатки мшанок, в средней части толщи встречены неопределенные остатки аммонидей, в верхней — остатки двустворчатых и наутилид. Возраст толщи определяется как верхи поздней перми [3].

Предполагалось, что эта толща является возрастным аналогом людянзинской свиты, развитой в районе бухты Неизвестной.

6. Пачка тонкослоистых алевролитов (3 м). Отбор проб через 0,3 м. Остатков фауны не встречено.

7. «Переходные слои». Циклическое чередование алевролитов, аргиллитов, мелко- и среднезернистых песчаников (72 м). Отбор проб через 3 м.

В нижних слоях толщи встречены остатки пермских мшанок *Fistulipora* sp., *Dyscritella* sp., *Rhabdomeson* sp., *Streblascopora* sp. и др. В верхах толщи известны остатки аммоноидей, продуктид и двустворчатых моллюсков — *Atomodesma* sp., *Pseudomonotis* sp., *Edmondia* sp. и др.

По стратиграфическому положению в разрезе эти отложения первоначально считались соответствующими джульфинскому и индскому ярусам. Во время выполнения настоящей работы Н. К. Жарникова и И. В. Бурый установили в верхних 10 м рассматриваемой толщи наличие остатков оленекских аммоноидей.

8. Толща алевролитов и аргиллитов с редкими маломощными прослойями песчаников (190,3 м). Отбор проб через 5 м.

В разрезе толщи наблюдаются четыре горизонта, охарактеризованные остатками оленекских аммоноидей: *Proptychites robinsoni* Kipаг., *P. septentrionalis* Dieperg., *Meekoceras radiosum* Waagen, *Koninckites timorensis* Wanner, *Pseudosagceras longilobatum* Kipаг., *Prionolobus atavus* Waagen и др. (определения Н. К. Жарниковой). В состав данной толщи включена пачка алевролитов мощностью 25 м, залегающая ниже первого горизонта с аммоноидеями. Ранее эти отложения входили в состав «переходных слоев».

В разрезе триасовых отложений п-ова Дунай (мыс Голый) изучен материал по трем стратиграфическим горизонтам:

9. Индский ярус. Конгломераты, гравелиты, песчаники (133,7 м). Отбор проб через 1—15 м. Неравномерность отбора диктовалась наличием в разрезе слоев, представленных конгломератами. Встречены остатки двустворчатых [5].

10. Оленекский ярус. Алевролиты и аргиллиты с редкими маломощными прослойями алевритовых мелкозернистых песчаников (208,2 м). Отбор проб в среднем через 5 м. В нижней части разреза известны остатки оленекских аммоноидей, в средней и верхней частях — двустворок [5].

11. Анизийский ярус (базальные слои). Песчаники с прослойми алевролитов (41,7 м). В нижних 20 м разреза отбор проб производился через 0,8 м.

Обработка материала на ЭВМ по алгоритму многократной корреляции Ю. К. Буркова [1] позволила установить в разрезах верхнепермских и триасовых отложений наличие следующих геохимических ассоциаций:

11. $\{(\text{Ni Co}) (\text{Mg Ti V}) \text{ Sn As Ba} (\text{Mn Cr})\}$ $\{(\text{Pb Zn}) \text{ Cu Ag Mo}\}$

10. $\{(\text{Sn Pb}) \text{ Cu Co Ni} (\text{As Mg V}) (\text{Ti Cr}) \text{ Ba}\}$ $\{(\text{Zn Mo}) \text{ Ag Mn}\}$

9. [((Cr Ba) Mn) Co Mg V] Sn] [(Zn As Ag Ni Mo Pb) Cu Ti]
8. [((Co Ba Mn) Sn As Mg) Ag] Ti] [(Pb Zn Cu Ni) ((Cr B) Mo) V]
7. [((Sn Pb Cu Ni V Cr) Zn Ag) Mg] [(As Ti Ba) Co Mn] Mo]
6. [(((Sn Zn Co) Pb Mo V) Ti) Mn] Mg] [(Cu Ag Cr) As Ni Ba]
5. [((Sn Pb Zn) Cu Ag Ni) V] [(Co Mg Ba Cr) As Mo Mn Ti]
4. [(Sn Pb Cu As Ag Mg Mo) (Zn Cr) Ni Mn V] [(Co Ba B) Ti]
3. [((Sn Pb Zn Cu Ni Cr) As) Mo Ti) V] [(Mg B) Ag Mn] Co Ba]
2. [((Sn Pb Cu Ag Co Mo V) Zn) Mn] [(Mg Ba) As Ti) (Ni Cr) B]
1. [((Sn Zn) (Pb Cu) Ag Mo) (Ni Co) Mn As] [(Mg Ba) V) Ti Cr B]

Сравнение этих структур, которые в дальнейшем именуются моделями, с геохимическими эталонами осадочных и магматических пород показывает, что большинство присутствующих здесь химических элементов по своему поведению в равной степени отклоняются как от осадочного

(Ti Sn Cr V Ni Co Pb) (Zn Cu Ag Mo Ba Mg As B),

так и от магматического

(Sn Pb As Ba B) (Mo Mg Zn Cu Ag Ni Co Mn V Ti Cr)

эталонов.

Этот факт, по-видимому, явился следствием смешения терригенного материала с синхронным пирокластическим (ювенильным), что в особенности характерно для верхнепермских образований района.

С целью минимизации влияния указанного смешения, затушевывающего фациально-географическую специфику отдельных стадий развития пермо-триасового палеобассейна, а также для установления геохимических рубежей и сопоставления исследуемых толщ может быть предложена следующая методика обработки материала, в основу которой положена классификация моделей геохимических ассоциаций, полученных в результате многократной корреляции исходных данных:

1. На первом этапе результаты многократной корреляции представляются в виде прямоугольной матрицы, строки которой соответствуют рассматриваемым геохимическим моделям, а столбцы — химическим элементам, входящим в состав каждой из альтернативных геохимических ассоциаций. Расположение последних в каждой строке должно быть упорядочено по признаку присутствия во всех ассоциациях какого-либо элемента. При изучении ассоциаций, характеризующих терригенные породы, подобный маркер предпочтительнее выбирать из числа элементов, обладающих наименьшей геохимической подвижностью. Факт вхождения элемента в ассоциацию обозначается цифрой 1. Для удобства последующего анализа геохимические модели, включаемые в матрицу, могут быть упорядочены по вертикали в соответствии с их установленным или предполагаемым стратиграфическим положением.

В связи с преимущественно терригенным составом исследуемых пород и высокой вероятностью слабой геохимической подвижности в них олова, расположение ассоциаций было упорядочено по признаку наличия Sn. Из-за отсутствия сведений о корреляционных связях бора в ряде исследованных интервалов разреза данные об этом элементе в матрицу не включались.

В соответствии со стратиграфическим положением отложений геохимическая модель 8 (заведомо оленекские образова-

№ модели	Ассоциация Sn														
	Sn	Pb	Zn	Cu	As	Ag	Ni	Co	Mg	Ba	Mo	Mn	V	Ti	Cr
11	1				1		1	1	1	1		1	1	1	1
10	1	1		1	1		1	1	1	1		1	1	t	1
8	1							1	1	1		1	1		1
9	1				1	1		1	1	1		1		1	
<hr/>															
7	1	1	1	1		1	1		1			1	1	1	1
6	1	1	1					1	1			1	1	1	1
5	1	1	1	1			1	1							1
4	1	1	1	1	1	1	1				1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1			1				1	1	1	1
2	1	1	1	1		1		1				1	1	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	1				1	1		

ния) была помещена в матрице выше модели 9 (образования индского яруса), а модели 6 и 7, характеризующие отложения предположительно пермского возраста, — ниже модели 9.

Полученная таким образом матрица приведена в табл. 1.

2. На следующем этапе обработки материала строится матрица сходства, значения элементов которой могут быть найдены по критерию таксономического расстояния

$$R = \frac{s_{ij}}{2n - s_{ij}}, \quad (1)$$

где R — таксономическое расстояние; s_{ij} — количество элементов, занимающих одинаковые позиции в сравниваемых геохимических моделях i и j ; n — количество элементов, входящих в характеристику моделей.

Значения таксономических расстояний, полученных на исследованном материале, приведены в табл. 2.

3. По матрице сходства с учетом классификационного порога M строится матрица подобия, отражающая степень качественной близости сравниваемых геохимических моделей.

Для решения поставленной задачи удобно принять классификационный порог

$$M = \begin{cases} 1, & R \geq 0,5, \\ 0, & R < 0,5. \end{cases} \quad (2)$$

Построенная таким образом матрица подобия приведена в табл. 3. Эта матрица явственно показывает объединение рассматриваемых моделей в две группы, между которыми имеет

Таблица 1

Ассоциация Sn														
Sn	Pb	Zn	Cu	As	Ag	Ni	Co	Mg	Ba	Mo	Mn	V	Ti	Cr
1	1	1			1					1				
	1				1					1	1			
1	1	1	1	1	1					1			1	
1	1	1			1					1		1		1
<hr/>														
1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1				1	1	1	1	1	1		1	1	1
					1	1	1	1	1					
1		1		1	1	1	1	1				1	1	1
					1	1	1	1						

место нулевое (т. е. не достигающее порогового) сходство. В то же время внутри каждой из групп каждая модель обнаруживает сходство по крайней мере с одной из других моделей, входящих в данную группу.

Первая из этих групп (модели 8—11) соответствует триасовым отложениям (индский, оленекский ярусы и базальные слои анизийского яруса), вторая (модели 1—7) отвечает в основном верхнепермским образованиям.

Входящая во вторую группу модель 7 характеризует отложения, ранее считавшиеся переходными от верхней перми к нижнему триасу. Существенное сходство геохимического режима, устанавливаемого для этих отложений, с режимом подстилающих толщ позднепермского возраста сомнений не вызывает. Вместе с тем факт наличия в нижней части толщи позднепермской фауны, в самых ее верхах — аммонитов, определяемых Н. К. Жарниковой как оленекские, позволяет высказать два возможных предположения:

1) в разрезе по р. Артемовке имеет место скрытый перерыв в осадконакоплении, охватывающий по крайней мере индский век;

2) в данном разрезе существует постепенный переход от пермских к триасовым отложениям.

Отсутствие в рассматриваемом разрезе геохимических аналогов индских отложений, а также фауны индского возраста

Таблица 2

	11	10	8	9	7	6	5	4	3	2	1
11	1	.64	.64	.55	.21	.33	.12	.27	.27	.12	.16
10		1	.38	.33	.40	.27	.27	.33	.47	.16	.21
8			1	.47	.27	.42	.16	.21	.12	.27	.12
9				1	.12	.33	.12	.12	.07	.21	.27
7					1	.27	.75	.64	.47	.40	.33
6						1	.27	.33	.33	.55	.33
5							1	.40	.40	.55	.47
4								1	.55	.47	.55
3									1	.33	.40
2										1	.64
1											1

заставляет отдать предпочтение первому из этих предположений. Принимая гипотезу о наличии скрытого перерыва, приходящегося на индский век, следует заключить, что на данном участке песчаники и седиментационные брекчии низов оленекского

Таблица 3

	11	10	8	9	7	6	5	4	3	2	1
11	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
4	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
2	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1

яруса сформировались преимущественно за счет местного перерыва слоев диагенезированных пермских осадков. Этому предположению не противоречит наличие в разрезе толщи седиментационных циклов с подводнооползневыми образованиями [4] и присутствие в седиментационных брекчиях единичных обломков пермских известняков и вулканитов.

Несходство геохимических режимов «переходных слоев», охарактеризованных в верхней части оленекской фауной, и оленекских образований, следующих выше по разрезу (модель 8), по-видимому, может свидетельствовать о том, что единая область сноса для триасового бассейна установилась не в самом начале оленекского века.

С учетом изменчивости степени качественного сходства сравниваемых геохимических моделей общая характеристика

сходств геохимических ассоциаций каждого из устанавливаемых этапов развития района может быть определена нахождением логических сумм по столбцам табл. 3 для каждой из выделяемых групп моделей (табл. 4).

4. На следующем этапе выявляются устойчивые сочетания элементов, характерных для заданных стратиграфических интервалов. Типичные для каждого из таких интервалов сочета-

Таблица 4

11	10	8	9	7	6	5	4	3	2	1
1	1	1	1		←	T ₁				
P ₂	→			1	1	1	1	1	1	1

ния признаков могут быть определены как совокупность наименований столбцов табл. 1, для которых логические произведения признаков равны 1.

В рассматриваемой задаче был задан рубеж, соответствующий нижней границе заведомо триасовых отложений (пунктир в табл. 1). Нахождением логических произведений по столбцам в верхней и нижней частях табл. 1 были определены следующие устойчивые сочетания элементов в геохимических ассоциациях:

для триасовых отложений (модели 8—11) — (Sn Co Mg Ba) (Zn Mo);

для пермских отложений (модели 1—2, 5—6) — (Sn Pb Zn) (Ba).

Палеонтологически не охарактеризованные отложения, развитые в районе бухты Неизвестной (модели 3, 4), отвечают второй из вышеприведенных геохимических формул. Тем самым подтверждается предположение об их принадлежности к пермскому бассейну седиментации.

5. В исходной матрице устраняются столбцы, соответствующие устойчивым сочетаниям химических элементов в ассоциациях, а также столбцы, не содержащие единиц (раздельно для каждого из заданных стратиграфических интервалов). Полученные матрицы могут быть использованы для классификации геохимических ассоциаций, характеризующих принимаемые стратиграфические интервалы.

Так, вычеркнув из нижней части табл. 1 столбцы, соответствующие Sn, Pb, Zn, Ba в ассоциациях Sn и $\bar{S}n$, получим совокупность описаний геохимических обстановок позднепермской эпохи, представленную в табл. 5.

6. Для матриц, полученных на предыдущем этапе, повторяются операции, соответствующие этапам 2—4.

Таблица 5

	Cu	As	Ag	Ni	Co	Mg	Mo	Mn	V	Tl	Cr		Cu	As	Ag	Ni	Co	Mg	Mo	Mn	V	Tl	Cr	
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
6				1	1	1	1	1	1				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5	1	1	1	1			1						1			1	1	1	1	1		1	1	
4	1	1	1	1		1	1	1	1		1					1						1		
3	1	1	1			1		1	1	1				1		1	1	1	1					
2	1	1	1	1		1	1	1					1	1		1						1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1								1					1	1	1	

Так, вычислив для табл. 5 таксономические расстояния по формуле (1), получим (табл. 6):

Таблица 6

	7	6	5	4	3	2	1
7	1	.15	.69	.57	.37	.22	.22
6		1	.15	.22	.22	.46	.22
5			1	.37	.37	.46	.37
4				1	.46	.37	.46
3					1	.15	.29
2						1	.57
1							1

и с учетом порога подобия (2) построим матрицу подобия (табл. 7):

Таблица 7

	7	6	5	4	3	2	1
7	1	0	1	1	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	0	0	0
4	1	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1

Судя по полученной матрице подобия, геохимический рубеж, отделяющий совокупность моделей (1+2) от вышележащих образований, приурочен к границе подсвит людянзинской свиты и совпадает со сменой седиментации в это время.

Геохимическое сходство алевролитов нижнелюдянзинской подсвиты (модель 2) с аналогичными породами верхней части разреза чандалазской свиты (модель 1) может указывать на близкие условия формирования этих отложений, в пользу чего свидетельствует и литологическое сходство рассматриваемых образований.

Геохимическое сходство моделей 4 и 5 также может свидетельствовать об образовании соответствующих пород в сходных условиях. Характерным для совокупности моделей (1+2) яв-

ляется сочетание триад: (Ag Co Mn) (Mg Ti Cr). Для выше-лежащей части пермских отложений устойчивых сочетаний геохимических признаков не устанавливается.

Вместе с тем по поведению ванадия достаточно отчетливо фиксируется граница между чандалазской и людянзинской свитами, для первой из которых характерно сочетание (Sn) (V), для второй — (Sn V).

Модели 3 и 6 (песчаники и тонкослоистые алевролиты соответственно) по поведению ванадия сходны с остальными подразделениями людянзинской свиты.

7. Повторив описанную выше последовательность операций для совокупности моделей, характеризующих триасовые отложения, получим результаты, приведенные в табл. 8—10.

Таблица 8

	Pb	Cu	As	Ag	Ni	Mn	V	Ti	Cr		Pb	Cu	As	Ag	Ni	Mn	V	Ti	Cr
11			1		1	1	1	1	1		1	1		1					
10	1	1	1		1		1	1	1					1		1			
8						1	1		1		1	1	1	1	1	1		1	1
9			1	1		1		1			1	1		1		1	1		1

Таким образом, в толще триасовых отложений устанавливается геохимический рубеж, отвечающий границе индского и оленекского ярусов и совпадающий со сменой условий осадконакопления. Однако, по-видимому, на границе этих ярусов

Таблица 9

	11	10	8	9
11	1	.50	.50	.38
10		1	.20	.12
8			1	.28
9				1

Таблица 10

	11	10	8	9				
11		1	1	1				
10			1	1			0	
8				1		0	1	
9					9	(ol + a)	↑	1

имело место и изменение геохимического режима палеобассейна, выразившееся в смене характерного для индских образований сочетания элементов (Sn Ag) (V Cr) присущей оленекским и раннеанизийским отложениям ассоциацией (Sn V Cr) (Ag). При этом последняя проходит через весь разрез независимо от того, алевролитами (модели 8, 10) или песчаниками (модель 11) представлены исследованные породы.

Приведенные выше результаты геохимического расчленения разрезов пермо-триасовых отложений хорошо согласуются с общегеологическими (и, в частности, палеонтологическими) данными. Это может служить указанием на перспективность использования разработанной методики классификации геохимических ассоциаций для геологической корреляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурков Ю. К. Изучение условий формирования осадочных толщ методами статистической обработки геохимических данных.— Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1971, т. 158, с. 346—355.
2. Иванов Б. А., Уткин В. П. Условия залегания слоев с Charmas-seiceras на полуострове Трудном (Южное Приморье).— Информ. сб. Приморского геол. управления, 1968, № 6, с. 18—23.
3. Киселева А. В., Тащи С. М., Васильев Б. И. О возрасте светланкинских слоев Южного Приморья. — Бюл. МОИП, отд-ние геол., 1973, т. 48, вып. 6, с. 24—34.
4. Мельников Н. Г. О наличии позднепермского—раннетриасового прогиба на территории Южного Приморья.— В кн.: Геология и металлогения Южного Приморья. Владивосток, 1974, с. 11—16.
5. Структура зоны мезозойских впадин/Л. С. Бакланова, И. В. Коновалова, И. В. Бурий и др.— В кн.: Геологическое строение мезокайнозойских впадин Южного Приморья. Л., 1971, с. 38—171.

УДК 55(092)

И. И. Абрамович, В. В. Жданов, Д. В. Рундквист

ВКЛАД Л. Н. ДУДЕНКО В МАТЕМАТИЧЕСКУЮ ПОСТАНОВКУ И РЕШЕНИЕ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Леонард Николаевич Дуденко прожил короткую, но полную напряженного труда жизнь. Период активной научной деятельности, если вести отсчет от первой публикации в геологическом журнале, охватывает всего-навсего двенадцать лет. Однако это был период яркого творческого горения, поиска новых путей в решении важнейших геологических проблем с использованием математических методов и ЭВМ. Научное наследие Л. Н. Дуденко — талантливого геолога и вместе с тем крупного специалиста в области теории игр и статистических решений сейчас, после его безвременной кончины на сорок втором году жизни, вызывает особый интерес специалистов различного профиля — петрологов, геохимиков, минералогов и всех тех, кто занимается вопросами использования в геологии методов математики. Этот интерес определяется оригинальностью его научного мышления и вместе с тем конструктивностью предлагаемых решений.

Л. Н. Дуденко родился 28 июля 1937 г. в г. Орле в семье служащих. Некоторое время он жил с родителями в Южно-Сахалинске, а с 1949 г. в Ленинграде. Здесь он в 1954 г. окончил среднюю школу, а в 1959 г. — геологический факультет Ленинградского университета, получив квалификацию геолога-съемщика-поисковика. Последующие семь лет были посвящены работе в экспедициях инженерно-геологического профиля. Это был период накопления геологического опыта и вместе с тем сознательной подготовки к последующей научно-исследовательской деятельности. Не прерывая связи с геологией, Л. Н. Дуденко

вначале оканчивает трехгодичные курсы английского языка, а вслед за этим трехгодичные математические курсы при математико-механическом факультете ЛГУ.

В 1967 г. Л. Н. Дуденко поступает в аспирантуру при ВСЕГЕИ и сразу же включается в работу коллектива лаборатории математических методов института. С этого момента начинается его стремительный творческий взлет. Он берется за крайне сложный раздел математики — теорию игр, ранее почти не использовавшуюся в геологии. Выбор им этого направления объясняется тем обстоятельством, что многие задачи геологии, в том числе прогнозно-металлогеническая оценка территории, требуют принятия решений в условиях неопределенности. При этом оптимальность решений в ряде ситуаций может гарантироваться теорией игр и вытекающими из нее методами распознавания образов.

В геологической практике, как известно, методы распознавания входят в стандартную технологическую схему обработки информации. Однако обычно они используются в модификациях, базирующихся на байесовской стратегии, которая учитывает априорное распределение вероятностей изучаемых событий. Исключение составляет лишь простейшая ситуация, когда привлекается аппарат дискриминантных функций, не требующий знания априорных вероятностей. Между тем, если предполагаемые распределения существенно отличаются от истинных, статистические решения могут оказаться неудовлетворительными. По этой причине в тех случаях, когда затруднительно оценить априорные вероятности, предпочтение может быть отдано минимаксной стратегии, обеспечивающей оптимальность решения в том смысле, что при этом минимизируется вероятность наиболее крупного проигрыша. Очевидно, что это наиболее осторожный подход, особенно привлекательный при оценке рудоносности территории. Вместе с тем минимаксный подход в наибольшей мере соответствует требованиям теории игр, что явилось дополнительным стимулом для Л. Н. Дуденко, определявшего направление своих разработок.

Ситуация, в которой оказывается геолог, занимающийся металлогеническим прогнозированием, может быть уподоблена игре, где один из партнеров — Статистик разгадывает поведение другого партнера — Природы, прячущей месторождения. Такого рода игры относятся к классу антагонистических игр против Природы. Развивая идеи А. Вальда, Л. Н. Дуденко сформулировал и доказал ряд важных теорем, определяющих методы отыскания минимаксных стратегий в играх с двумя состояниями Природы. Кроме того, опираясь на известные результаты Ф. Вулфа и И. В. Романовского, он нашел общий метод решения конечных статистических игр путем представления их в позиционной форме и дальнейшего сведения к матричным играм с ограничениями и задаче линейного программирования. Этот

метод можно считать общим методом статистико-игрового решения задач распознавания. Однако использование его связано с большим объемом вычислительных работ и далеко не всегда рационально. Для случая двух состояний Природы Л. Н. Дуденко предложил более простой метод, основанный на теореме, обобщающей результаты, полученные ранее Д. Блэкьюэллом и М. Гиршиком. В отличие от последних, он учитывал функцию потерь, заданную в наиболее общем виде. Эти теоретические разработки Л. Н. Дуденко обеспечили возможность широкого использования в геологии методов теории игр, основанных на минимаксной стратегии. Вместе с тем математические результаты оказались настолько значительными, что позволили ему 22 февраля 1973 г. на ученом совете Вычислительного центра АН СССР защитить диссертацию и получить ученую степень кандидата физико-математических наук. Редкий случай для специалиста-геолога!

К моменту выхода в свет обобщающих работ Л. Н. Дуденко: монографического описания автоматизированной системы «Прогноз» и книги (в соавторстве с А. Н. Бугайцом), посвященной методам прогнозной оценки территории, — в геологии сложилась своеобразная ситуация. В распоряжении металлогенистов оказалось большое количество алгоритмов автоматизированного прогноза, область эффективного использования которых оставалась не вполне ясной. По этой причине крайне полезной оказалась данная Л. Н. Дуденко строгая и вместе с тем удобная в практической работе систематика алгоритмов, учитывавшая количество исходных характеристик, способ их задания, а также надежность оценок априорных вероятностей распределения прогнозируемых объектов. Можно считать поэтому, что металлогенисты имеют возможность теперь, в соответствии с особенностями решаемой задачи, воспользоваться таким алгоритмом, оптимальность которого строго доказана. Первая апробация минимаксного алгоритма проводилась его автором в связи с прогнозной оценкой на сульфидное медно-никелевое оруденение территории Кольского полуострова. Результат прогнозирования, с учетом теоретически вычисленной надежности и по экспертным оценкам металлогенистов, оказался вполне удовлетворительным.

Перед Л. Н. Дуденко как перед признанным специалистом в области автоматизированного прогнозирования открывались широкие возможности для продолжения начатых работ в уже определившемся русле. Такая перспектива, однако, не показалась ему привлекательной. Он понимал, что наибольшую сложность на данном этапе представляют теоретические поиски новых высоконформативных критериев рудоносности, в то время как сам процесс их дальнейшего использования — прогнозирование в строгом смысле этого термина, по существу, сводится к чисто технической процедуре. Будучи истинным ученым, он

отказался от всего того, что сулило очевидный успех, предпочтя ему неясности и сомнения, которые всегда стоят на пороге исследований в новом направлении.

Л. Н. Дуденко, к удивлению его друзей и коллег, принял решение заняться теоретическим моделированием эндогенных геохимических систем. Эта проблема, которой он посвятил последние годы своей жизни, помимо большого общепознавательного значения имела прямой выход на металлогению, поскольку позволяла надеяться на получение принципиально новых критериев рудоносности магматических и метаморфо-метасоматических образований. На этом пути им в короткий срок были получены замечательные результаты. Прежде всего он разработал эффективную методику изучения изменчивости геохимических систем. Усовершенствовав процедуру факторного анализа, он обосновал в известном смысле оптимальный подход к выявлению трендов в горных породах и минералах переменного состава. Затем, пользуясь этой методикой, Л. Н. Дуденко приступил к систематическому изучению породообразующих минералов, понимая, что оси изменчивости на факторных диаграммах в данном случае отражают изоморфные замещения.

Хорошо известно, что установление какого-либо нового изоморфизма или выделение новой химической разновидности минерала всегда рассматривается как научное достижение. Методика Л. Н. Дуденко позволяет не только выявить сразу весь реализующийся в природе спектр изоморфных замещений для того или иного семейства минералов, не только обнаружить новые типы замещений, но и убедительно показать, что в изученной совокупности ничего иного в принципе быть не может. Публикацией статей, посвященных авгитам, а затем всей совокупности моноклинных пироксенов, в «Записках Всесоюзного минералогического общества» он начал серию работ по исследованию изоморфных рядов минералов переменного состава: пироксенов, гранатов, амфиболов, магнезиально-железистых слюд. При этом ему удалось построить новые классификации указанных минералов с учетом типов изоморфных замещений.

Исследования Л. Н. Дуденко, по существу, определили новое научное направление, охватывающее не только объекты минералогии, но и сложные магматические и метаморфо-метасоматические системы. Характерно, что свои теоретические модели петрологических процессов он создавал, оставаясь в то же время высококвалифицированным геологом-съемщиком. На протяжении 1975—1978 гг. он руководил исследованиями Кейской зоны Кольского полуострова, где детальное структурно-петрографическое картирование сочеталось с геохимическими работами. Вплоть до последнего времени геологию и металлогению подобных зон изучали, исходя из представления о первично-осадочном происхождении слагающих их пород. Исследования Л. Н. Дуденко показали сложную полигенную природу кейв-

ского комплекса при доминирующем процессе кислотного выщелачивания. Им установлено, что вне зависимости от условий и особенностей происхождения исходного субстрата геохимия, а следовательно, и металлогенения подобных зон в их современном виде практически нацело контролируются тенденциями, типичными для эндогенных процессов. Понятно, что этот вывод представляет далеко не чисто научный интерес; он имеет решающее значение для планирования поисково-съемочных работ в районах аналогичного строения. Столь же ценные результаты были получены Л. Н. Дуденко при установлении критерии рудоносности габброидных интрузий в Норильском районе.

Дальнейшим этапом исследований Л. Н. Дуденко должен был стать чисто дедуктивный вывод эмпирически наблюдаемых и теоретически возможных геохимических трендов в системах различного типа. При этом предполагалось положить в основу фундаментальные закономерности современной физики, физической химии и термодинамики. Этому не суждено было свершиться. Серьезная болезнь сердца, на которую он, всецело поглощенный любимым делом, просто не обращал внимания, резко обострилась. 4 июля 1979 г. на пути в институт, у входа на станцию метро, Л. Н. Дуденко скончался. На рабочем столе его остались наброски планов, рукопись последней монографии и почти готовая к защите докторская диссертация.

Творческое наследие Л. Н. Дуденко, вероятно, долгое время будет предметом пристального внимания геологов. Что же касается всех тех, кто близко знал Великого Леонардо — так в шутку называли его друзья, — то в их памяти он сохранится не только как талантливый ученый, но и как исключительно обаятельный человек, общение с которым неизменно доставляло искреннюю радость.

Список опубликованных работ Л. Н. Дуденко

1. Региональные справочные руководства по комплексному дешифрированию при инженерно-геологических изысканиях. — В кн.: Аэросъемка и ее применение. Л., Наука, 1967. Совм. с Л. И. Тихомировым и др.
2. Вопросы классификации ландшафтов и районирования при ландшафтно-ключевом методе комплексно-геологических изысканий. — Бюл. НТИ, сер. метод. и техн., 1968, № 1.
3. Позиционные игры и металлогенический прогноз. — В кн.: Вопросы нефтехимии. Л., 1969.
4. Некоторые результаты применения теоретико-игрового подхода к оценке никеленосности основных интрузий. — В кн.: Материалы I Научной конференции аспирантов-геологов Ленинграда. Л., 1970.
5. Об эффективной организации математического обеспечения научных исследований ВСЕГЕИ. — В кн.: Проблемы эффективной организации научных исследований ВСЕГЕИ. Л., 1970. Совм. с Ю. К. Бурковым и др.
6. Теория статистических игр и прогноз рудных месторождений. — В кн.: Материалы VIII Конференции молодых ученых ВИМС. М., 1970.
7. Вещественный состав медно-никелевых руд Талнахского и Октябрьского месторождений и закономерности его изменения. — В кн.: Геология

и полезные ископаемые Норильского района. Норильск, 1971. Совм. с Д. А. Додиным и др.

8. Вопросы математического обеспечения металлогенических исследований. — В кн.: Основы научного прогноза месторождений рудных и нерудных полезных ископаемых. Л., 1971.

9. Вычисление матрицы факторных нагрузок методом главных компонент. — В кн.: Программы для ЭВМ БЭСМ-4. Вып. 1—12. Л., 1971.

10. Вычисление значений факторов в факторном анализе. Там же.

11. Использование теории игр и факторного анализа при прогнозе рудных месторождений. — В кн.: Применение ЭВМ в геологии и горном деле. Вып. 1. Л., 1971.

12. Применение факторного анализа для выявления металлогенической специфики гранитоидов. — В кн.: Основные проблемы металлогенеза Тихоокеанского рудного пояса. Владивосток, 1971. Совм. с Л. И. Тихомировым.

13. Теория и практика количественной оценки рудоносности территорий. — В кн.: Применение современных математических методов и ЭВМ в области геологии в странах — членах СЭВ. Л., 1971.

14. Математизация геологии и металлогенический прогноз. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1972, т. 178. Совм. с И. И. Абрамовичем и Ю. И. Михайловой.

15. Математические методы оценки перспективности площадей. — В кн.: Итоги совещания по проблеме «Основы научного прогноза месторождений рудных и нерудных полезных ископаемых». Л., 1972.

16. О математическом обеспечении геологических ИВЦ. — В кн.: Математизация и автоматизация в геологических исследованиях. Л., 1972. Совм. с И. И. Абрамовичем.

17. Об одном алгоритме типизации вулканических горных пород на петрохимической основе. Там же. Совм. с И. И. Абрамовичем.

18. Оптимальная дискретизация непрерывных признаков в дискретных моделях распознавания образов. Там же.

19. Основные тенденции математизации геологии. — Сов. геология, 1972, № 3. Совм. с И. И. Абрамовичем и др.

Basic trends in the mathematization of geology. — Int. Geol. Rev., 1972, vol. 14, № 11.

20. Совещание по основам научного прогноза месторождений рудных и нерудных полезных ископаемых. — Разведка и охрана недр, 1972, № 4. Совм. с В. И. Бергером и В. К. Денисенко.

21. Выбор оптимального шага наблюдений при выявлении аномалий. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1973, т. 180.

22. Использование теоретико-игровой модели при металлогеническом прогнозе. Там же.

23. Количественные методы прогнозирования и планирования поисково-разведочных работ. — В кн.: Теоретические основы разведки. Л., 1973. Совм. с Л. С. Гельтман.

24. Минимаксные стратегии в статистических играх, соответствующих задачам распознавания. — Техн. кибернетика, 1973, № 6.

25. Минимаксный подход к принятию решений в задачах распознавания. — В кн.: Математические методы в геологии. Львов, 1973.

26. Об оптимальном интервале наблюдений при поисках рудных месторождений. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1973, т. 180. Совм. с М. С. Макаровым.

27. Прогноз месторождений полезных ископаемых как статистическая игра. — В кн.: Теория игр. Ереван, 1973.

28. Прогнозно-металлогенические исследования при геологосъемочных работах. — В кн.: Прогнозирование месторождений полезных ископаемых при региональных геологических исследованиях. Л., 1973. Совм. с Д. В. Рундквистом и др.

29. Теория и практика количественной оценки рудоносности территории. — В кн.: Применение современных математических методов и ЭВМ в области геологии в странах — членах СЭВ. Алма-Ата, 1973.

30. Методы автоматизированного прогнозирования минерального сырья. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1975, т. 223.
31. О кластеризации магматических пород по петрохимическим данным. Там же. Совм. с И. И. Абрамовичем и В. И. Мишиным.
32. Статистико-игровой подход к диагностике формационной принадлежности магматических образований по петрохимическим данным. Там же.
33. Автоматизированная система обработки геологической информации (АСОГИ). Л., 1976. Совм. с В. И. Мишиным и др.
34. Математические методы при прогнозировании месторождений полезных ископаемых. Л., Недра, 1976. Совм. с А. Н. Бугайцом.
35. Нахождение минимаксных стратегий в задачах прогнозирования месторождений и диагностики формаций. — В кн.: Программы для ЭЦВМ БЭСМ-4. Вып. 13—24. Л., 1976.
36. Применение факторного анализа к изучению рудных минерально-элементных ассоциаций (на примере Талнахского месторождения). Там же. Совм. с Д. А. Додиным и В. М. Изотко.
37. Роль метаморфо-метасоматических процессов в формировании химизма зоны Колмозеро—Воронья. — В кн.: Метасоматизм и рудообразование. Л., 1976. Совм. с Л. П. Белолипецким.
38. Изменчивость ассоциаций петрогенных элементов в ультрамафит-силитовых комплексах докембрия. — Геохимия, 1977, № 7. Совм. с Е. Е. Шарковым и др.
39. Петрохимический анализ вулканогенных образований Северной Монголии и Западного Забайкалья. — Геология и геофизика, 1977, № 3. Совм. с А. Я. Салтыковским.
40. Региональная салит-мафитовая метаморфическая дифференциация и рудогенез. — Межвуз. науч. темат. сб. (Свердл. горн. инт.), 1977, вып. 6. Совм. с В. В. Ждановым.
41. Сравнительный анализ методов автоматизированного прогнозирования месторождений и общая структура единой системы. — Abh. Zentr. Geol. Inst., 1977, Н. 41.
42. Типы трендов и изоморфных замещений в авгитах вулканических ассоциаций. — Зап. ВМО, 1977, сер. 2, ч. 106, вып. 4. Совм. с И. Я. Центер и др.
43. Эволюция химизма метаанортозитового комплекса северо-восточной части Кольского полуострова. — Бюл. МОИП, отд-ние геол., 1977, т. 52, вып. 3. Совм. с В. В. Ждановым.
- Chemical evolution of metaanorthosite assambloge in the northeastern Kola Peninsula. — Int. Geol. Rev., 1979, vol. 21, № 1.
44. Vergleichende Analyse von Methoden der automatisierten Prognose von Lagerstätten und allgemeine Struktur eines Einheitssystems. — Abh. Zentr. Geol. Inst., 1977, Н. 39.
45. Классификация моноклинных пироксенов по типам изоморфных замещений и их диагностика. — Зап. ВМО, 1978, ч. 107, вып. 5. Совм. с И. Д. Македоном.
46. Математическое моделирование процессов метаморфической дифференциации. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1978, т. 291. Совм. с В. В. Ждановым и Б. А. Блюманом.
47. Метаморфо-метасоматическая зональность и принципы ее картирования. — В кн.: Геологическое картирование метаморфических комплексов. М., Наука, 1979. Совм. с В. В. Ждановым и Р. А. Жуковым.
48. Роль метаморфо-метасоматической дифференциации в образовании высокоглиноземистых сланцев Кейской зоны. — В кн.: Метаморфогенное рудообразование в архее. Апатиты, 1979. Совм. с В. В. Ждановым и др.
49. Классификация магнезиально-железистых слюд по составу и типам изоморфных замещений. — Геология и геофизика, 1980, № 1. Совм. с Ю. В. Нагайцевым.
50. Математические методы анализа вариаций состава метасоматических образований. — В кн.: Измененные породы и их поисковое значение. М., Недра, 1980. Совм. с Ю. Е. Вишневской и Д. А. Додиным.

51. Метаморфо-метасоматическая зональность и принципы ее картирования. — В кн.: Методика картирования метаморфических комплексов. Новосибирск, 1980. Совм. с В. В. Ждановым и Р. А. Жуковым.
52. Редактирование и перевод книги «Геологический факторный анализ» (авторы К. Жореског, Дж. Клован, Р. Реймент). Л., Недра, 1980.
53. Автоматизированная оценка перспектив трапповых провинций на медно-никелевые руды. — Геология и геофизика, 1981, № 1. Совм. с Л. Г. Суховым и А. А. Городнянским.
54. Вариации химического состава вулканических ультрамафитов. — Сов. геология, 1981, № 2. Совм. с Б. А. Марковским.
55. Геохимические структуры эндогенных систем. Л., Недра, 1981.
56. Изоморфные замещения в амфиболах. — Зап. ВМО, 1981, ч. 110, вып. 2. Совм. с И. Д. Македоном и Ю. В. Нагайцевым.
57. Количественные методы прогнозирования эндогенных рудных месторождений. Л., 1981. Совм. с Л. Г. Суховым и др.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Математические модели в дедуктивных построениях	
<i>И. И. Абрамович, И. Г. Клушин, [Л. А. Козубова]. Формализованный анализ процесса субдукции в условиях латеральной реологической неоднородности мантии</i>	5
<i>И. Г. Клушин. Модель мантийного сепаратора и ее приложение к анализу глубинных условий формирования оловорудных провинций</i>	23
Методы обработки данных	
<i>В. В. Груза. Теория измерений и статистический анализ геологических данных</i>	40
<i>И. Д. Македон, С. И. Романовский, Л. Д. Ручейкова. Новые методы обработки дробных ситовых анализов</i>	52
<i>А. Н. Олейников, С. М. Тащи, Ю. К. Бурков, Е. Б. Паевская. О классификации геохимических ассоциаций при литолого-стратиграфических исследованиях</i>	64
<i>И. И. Абрамович, В. В. Жданов, Д. В. Рундквист. Вклад Л. Н. Дуденко в математическую постановку и решение геологических задач</i>	74

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В РЕГИОНАЛЬНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ПРОГНОЗНО-МЕТАЛЛОГЕНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Сборник научных статей

Редактор В. А. Митракова
Технический редактор А. А. Иванова
Корректор Т. В. Брежнева

Сдано в набор 16/XI 1982 г. Подп. в печать 31/XII 1982 г. М-24755.
Формат бумаги 60×90^{1/16}. Печ. л. 5^{1/4}. Уч.-изд. л. 5,0. Тираж 400 экз.
Заказ 529. Цена 75 коп.

Ленинградская картографическая фабрика ВСЕГЕИ

УДК 550.36+551.15

Формализованный анализ процесса субдукции в условиях латеральной реологической неоднородности мантии. Абрамович И. И., Клужин И. Г., Козубова Л. А. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1982, т. 266, с. 5—23.

Рассматривается математическая модель тепломассопереноса в зоне субдукции. В отличие от традиционных вариантов, учитывается латеральная реологическая неоднородность подастеносферного субстрата. Показано, что модель хорошо согласуется с пространственно-временной схемой тектономагматической активности Монголо-Забайкальской складчатой системы в среднем—позднем палеозое.

Ил. 9, табл. 1, список лит. 21 назв.

УДК 51 : 550.8.072+551.2

Модель мантийного сепаратора и ее приложение к анализу глубинных условий формирования оловорудных провинций. Клужин И. Г.—Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1982, т. 266, с. 23—39.

Рассматривается формализованная модель динамического режима в тыловой области зоны субдукции, где под влиянием градиента давления происходит сепарация мантийных флюидов. Показано, что в зонах большого латерального градиента плотности мантийных масс создаются условия для временного снижения давления и аккумуляции флюидов в астеносферных «ловушках»; отмечено проявление сформированной палеосепаратором трансконтинентальной «ловушки» на линии Зауралье—Кашмир. В формировании гранитовых поясов, с которыми ассоциирует оловянное оруденение, существенна роль особенно чувствительных к давлению и богатых калием компонентов флюида. При возрастании давления в астеносферном канале часть флюидов выдавливается в литосферу. Для верификации следствий модели привлечена глобальная выборка оловорудных провинций, глубинные физические показатели которых приведены к одинаковому временному интервалу после рудогенеза. Доступные контролю следствия модели качественно соглашаются с масштабом оруденения.

Ил. 1, табл. 1, список лит. 17 назв.

УДК 519 : 55

Теория измерений и статистический анализ геологических данных. Груза В. В.—Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1982, т. 266, с. 40—52.

Показано, что без учета положений теории измерений статистическая обработка геологических данных может приводить к ошибочным результатам. Даны примеры корректного учета допустимых операций в зависимости от типа используемых шкал.

Ил. 1, список лит. 16 назв.

УДК 519 : 552.5

Новые методы обработки дробных ситовых анализов. Македон И. Д., Романовский С. И., Ручейкова Л. Д.—Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1982, т. 266, с. 52—64.

В статье подробно обсуждается оригинальный алгоритм, позволяющий полимодальную и усеченную эмпирическую функцию распределения частиц по размерам представить в виде совокупности унимодальных усеченных функций. С этих позиций проанализированы все классические функции распределения. Показана чувствительность нового метода в сравнении с традиционными.

Ил. 3, табл. 1, список лит. 3 назв.

УДК 550.42 : 546 : 551.73/.76/571.63

О классификации геохимических ассоциаций при литолого-стратиграфических исследованиях. Олейников А. Н., Тащи С. М., Бурков Ю. К., Паевская Е. Б. — Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1982, т. 266, с. 64—74.

Предлагается алгоритм классификации геохимических ассоциаций, выявленных на основе многократной корреляции исходных геохимических данных. Изложена методика интерпретации получаемых результатов при геохимическом расщеплении и корреляции разрезов осадочных толщ. С использованием предлагаемой методики для территории Южного Приморья устанавливается наличие геохимических рубежей на границе перми и триаса, индского и оленекского ярусов, а также чандалазской и людянзинской свит верхней перми.

Табл. 10, список лит. 5 назв.

УДК 55(092)

Вклад Л. Н. Дуденко в математическую постановку и решение геологических задач. Абрамович И. И., Жданов В. В., Рундквист Д. В.— Труды ВСЕГЕИ, нов. сер., 1982, т. 266, с. 74—81.

Дан анализ научного наследия Л. Н. Дуденко. Показано, что для развития прогнозно-металлогенических исследований особое значение имеет разработанная им систематика алгоритмов, учитывающая специфику эмпирических данных. При выявлении и анализе типов изоморфизма в минералах хорошие перспективы имеет его опыт использования метода главных компонент.

ПЧ
т. 266

75 коп.